

文章编号 1004-924X(2006)03-0450-06

# 新型直线电机支持向量机非线性建模研究

赵吉文<sup>1,2</sup>, 刘永斌<sup>2</sup>, 苏亚辉<sup>2</sup>, 孔凡让<sup>2</sup>, 张平<sup>2</sup>

(1. 安徽大学电子科学与技术学院, 安徽 合肥 230029; 2. 中国科学技术大学 精密机械与精密仪器系, 安徽 合肥 230027)

**摘要:**以—种新型圆筒直线电机为研究对象,通过建立直线电机的有限元模型及试验验证,获得了直线电机的一种仿真计算方法。在正交试验设计和随机试验设计的基础上,建立了直线电机性能参数的样本空间,采用支持向量机(SVM)回归建模方法,建立了直线电机的非线性数学模型,并将有限元模型和SVM模型进行了比较,证实了SVM模型的可靠性和高效性。

**关键词:**直线电机;有限元模型;支持向量机;非线性模型

**中图分类号:**TM359.4 **文献标识码:**A

## Research on SVM model of a novel cylinder linear motor

ZHAO Ji-wen<sup>1</sup>, LIU Yong-bin<sup>2</sup>, SU Ya-hui<sup>2</sup>, KONG Fan-rang<sup>2</sup>, ZHANG Ping<sup>2</sup>

(1. School of Electronic Science and Technology, Anhui University, Hefei 230039, China;  
2. Department of Precision Mechanics and Precision Instrumentation,  
University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Through establishing the Finite Element Model(FEM) of a novel linear motor and testing its prototype, a kind of method used in simulating the character of linear motors was obtained. By means of the method of the orthogonal experimental design and the random experimental design, the sample space of the character parameters of the linear motors was established, and by the nonlinear regression method of the Support Vector Machine (SVM), the nonlinear mathematic model of a novel linear motor was given. Comparing the FEM model with the SVM model in aspect of consistency and computing speed, the authenticity and effectiveness of the SVM model were confirmed.

**Key words:** linear motor; Finite Element Model(FEM); Support Vector Machine (SVM); nonlinear model

## 1 引言

直线电机是将电能直接转化为直线运动的原动件,它省去了传统的中间传动机构,结构简洁,

具有启动加速度大,传动刚度高,定位精确,动态响应快等特点,近年来得到了较为广泛的应用<sup>[1]</sup>。直线电机多为非标生产,这对直线电机的设计计算提出了更高的要求,缩短设计周期是一个迫切的问题,因此,建立直线电机的快速计算模型是很

有意义的。

本文在传统圆筒直线电机的基础上,结合长行程驱动的要求,给出了一种新型直线电机结构,并以这种直线电机为研究对象,开展了直线电机的建模研究。

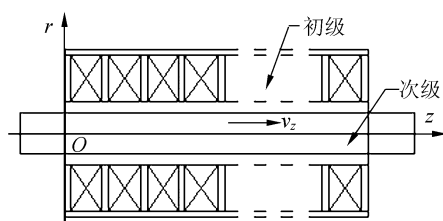
直线电机计算模型是一个高度非线性的模型。传统的采用经验公式的方法,由于做了很多假设,不能真实反映电机的性能。采用有限元方法建立直线电机的仿真计算模型,可以获得较为精确的计算结果,是直线电机设计中常采用的一种方法。但是,有限元方法计算效率低,在需要大量反复迭代计算的优化设计中,耗费了大量的计算资源。因此,本文考虑通过有限元方法获得一定样本数据,而后采用支持向量机(SVM)方法建立直线电机的非线性模型,该模型反映了直线电机的设计变量与输出性能关系。为了验证所建立的支持向量机非参数模型的可靠性,可以采用统计方法进行验证。最后将有限元模型和 SVM 模型进行计算速度比较。这里所研究的基于 SVM 方法建立直线电机模型是直线电机参数优化新思路中的关键环节,为后续直线电机参数优化提供了重要的计算手段。

## 2 新型直线电机模型

圆筒型直线步进电机磁场在圆周方向是封闭的,磁路对称性好,没有单边磁拉力,露磁少,铁心和线圈的利用率高,受边端效应的影响较小,是较为理想的驱动元件,在一些领域得到了较广泛的应用<sup>[1]</sup>。常见的圆筒型直线电机结构如图 1(a),电机的初级套在次级的外部,可以做动圈式,也可以做成定圈式。在采用动圈式的结构时,初级的能量供给有两种:电缆直接连接初级和采用电刷,这使得电机的驱动行程和结构受到了一定的限制。

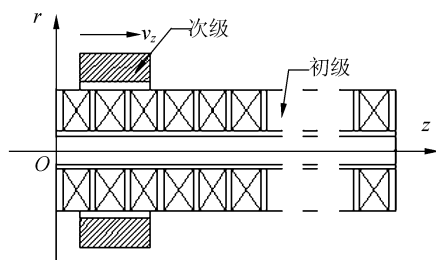
在一些驱动行程较大,运动轨迹变化多样的场合,传统圆筒直线电机能量供给方式不能满足其要求。基于对传统圆筒直线电机的结构分析,结合长行程驱动的要求,本文给出了一种新型的圆筒型直线电机结构,如图 1(b)。该圆筒直线电机的初级套在次级的里面,利用初级的外围磁场驱动次级,电机采用定圈式,因此运动部件不用拖

着电缆,驱动行程不受限制,同时也不用电刷,使得初级和次级的结构更简洁。



(a)传统圆筒直线电机

(a) Traditional cylinder linear motor



(b)新型圆筒直线电机

(b) Novel cylinder linear motor

图 1 两种圆筒型直线电机结构模型

Fig. 1 Construction of cylinder linear motors

## 3 有限元仿真建模及试验验证

有限元法是求解直线电机电磁场问题的常用方法,也是本文 SVM 建模样本获取的重要组成部分。关于该种直线电机有限元电磁模型的建模过程,作者在文献[2,3]中已经有过研究,这里只作简介。

基于麦克斯韦方程,通过引入矢量磁位,结合圆筒直线电机轴对称结构的特征,得出圆筒直线电机的复数轴对称电磁方程:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r\mu} \frac{\partial (r\mathbf{A}_a)}{\partial r} \right) + \frac{1}{\mu} \frac{\partial^2 \mathbf{A}_a}{\partial z^2} = j\omega\sigma(r\mathbf{A}_a) - \mathbf{J}_{1a}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{A}_a$ —沿圆周方向的矢量磁位;

$\mathbf{J}_{1a}$ —沿圆周方向的外加电流密度;

$\mu$ —磁导率;

$\sigma$ —电导率

根据模型的边界条件,采用变分原理构造泛函,而后采用三角形剖分和线性插值,得到直线电机求解场域内的有限元方程的矩阵表达式<sup>[1]</sup>:

$$[\mathbf{K}][\mathbf{A}_a] + [\mathbf{T}][\mathbf{A}_a] - [\mathbf{P}] = 0, \quad (2)$$

式中 $[K]$ 、 $[T]$ 、 $[P]$ 为方程组的系数矩阵。

通过强加边界条件即可对方程组进行处理。对于本文研究的二维轴对称问题,可以选用 frontal 法求解有限元方程,解得场域内各点的  $A_a$  之后,获得场域内的磁场分布  $B$ 。进而由虚功方法可以求得虚功力,通过计算电机启动时的最大电流密度获得启动电流。

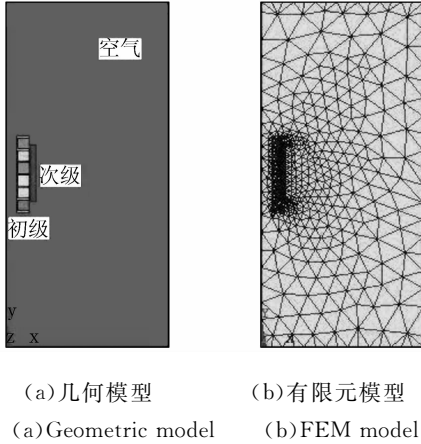


图 2 新型圆筒直线电机的几何模型和有限元模型  
Fig. 2 Geometric and FEM models of the novel linear motor

基于上述有限元方法<sup>[3-7]</sup>,以三相六极新型圆筒型直线电机为对象,建立用于仿真计算的轴对称几何模型和轴对称有限元模型如图 2,初级线圈每极初值为 1 500 匝,导磁率为 1,电导率为  $1.7 \times 10^{-8} \Omega/\text{m}$ ;周围空气的导磁率为 1;次级采用铝环。由于建模时充分考虑了周围空气的影响,故在模型周围施加磁力线平行约束,线圈输入电压为 220 V 交流电,电机采用星形接法,沿次级前进方向相邻线圈相位相差  $60^\circ$ 。为了计算动子推力,在动子上施加了力求解标识,计算完成后用于提取推力值。提取仿真计算结果,得到电机启动推力和启动电流分别为 64.76 N 和 4.973 A。

按照有限元模型制作直线电机样机如图 3,为了使次级能够在初级上滑动,将初级装入不锈钢管内,用钢管作为次级滑动的导轨,钢管外围涂上润滑油。实验结果表明电机运行正常。测得电机的启动推力为 63 N 左右,每相启动电流均在 4.8~5.0 A 之内。计算结果和实验结果基本一致,说明所建立的有限元计算模型是可靠的,可以用于直线电机样本空间的样本点的计算。

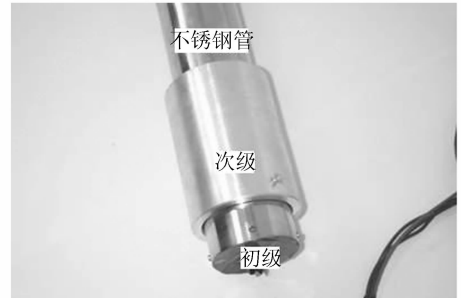


图 3 新型直线电机样机  
Fig. 3 Prototype of the novel linear motor

## 4 仿真试验设计

获取样本空间是 SVM 建模的关键点。为了尽可能多的获得电机参数变量空间中具有代表性的样本数据点,仿真试验设计是一个关键的环节。这里采用正交试验设计方法与随机组合方法相结合的混和试验设计方法,不但获得了具有很强代表性的样本数据点,而且样本总量上也满足了电机回归建模的需要。直线电机考察因素和取值空间点如表 1。

表 1 直线电机结构参数因素水平表

Tab. 1 Factor level of structure parameters of the linear motor

考察因素	水平 1	水平 2	水平 3	水平 4
线圈匝数 $x_1$	500	1000	1500	2000
线圈内径 $x_2$	8	10	15	20
气隙 $x_3$	1.5	2	2.5	3
次级厚度 $x_4$	10	15	20	25
次级高度 $x_5$	60	75	85	105

样本空间样本点数为  $4^5$  个,从中随机抽取 200 个数据点用于样本模型回归,其中包括 16 个正交空间的数据点。

## 5 支持向量机非线性建模

### 5.1 建模原理

对于直线电机,其各参数之间的关系可以用一函数表示:

$$(y_1, y_2) = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad (3)$$

其中: $x_1$  为线圈匝数,  $x_2$  为线圈内径,  $x_3$  为气隙,  $x_4$  为次级厚度,  $x_5$  为次级高度,  $y_1$  为电机提供的

推力,  $y_2$  为电机的电流。

对于公式(3)这一复杂的非线性函数,由于并不知道其具体表达式,只能用非参数估计的方法来进行逼近。SVM 作为一种具有较强鲁棒性的非参数估计方法,可以逼近任意函数<sup>[8-11]</sup>。

由于 SVM 只能实现多输入单输出,为此,可以对两个输出分别建立一个数学模型,即:

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad (4)$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5), \quad (5)$$

SVM 回归包括线性回归和非线性回归。设样本数据为:

$$(x_i, y_i), i=1, \dots, n, x \in R, y_i \in R, \quad (6)$$

其线性回归函数为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) (x_i \cdot x_j) + b, \quad (7)$$

式中  $\alpha_i$  为拉哥朗日系数,  $b$  为值域。

直线电机建模是一个非线性问题,可以通过非线性变换转化为某个高维空间的线性问题,在高维空间进行线性回归。实际计算只涉及内积运算。因此,在高维空间,内积运算可以通过原空间的函数实现,用内积核函数  $K(x, x')$  代替式(7)线性回归中的点积,就可以实现非线性函数拟合,如式(8);

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i \cdot x_j) + b, \quad (8)$$

SVM 非线性函数拟合示意图如图 4。

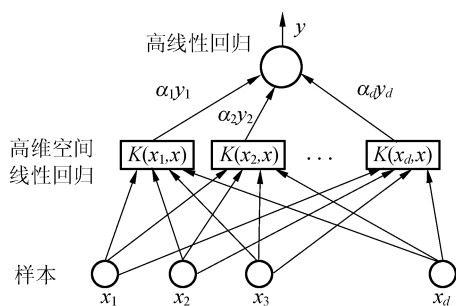


图 4 SVM 非线性函数拟合示意图

Fig. 4 Schematic plan of nonlinear fit with SVM

### 5.2 参数选择及模型检验

SVM 回归建模参数选择包括这样几个方面<sup>[11-14]</sup>:核函数的选择,容量误差的选择,损失函数的选择以及与核有关的参数的选择等。直线电机回归模型核函数选择径向基核函数(RBF),相关参数包括核的宽度  $\sigma$  和容量误差  $C$  等,采用交

叉验证法来确定核函数相关参数。将样本数据分为三个部分,一部分用于训练,一部分用于确认,剩下的用于测试采用交叉验证法得到核函数的参数。一般选择核函数参数的方法是:选择几组不同的容量  $C$  和核的宽度  $\sigma$ ,从训练集中的训练数据推导出支持向量  $\alpha$ ,选择其中使确认集中数据错误最小的那一组  $\sigma$  和  $C$  作为模型的参数。测试集中的数据不参与模型的训练,是完全独立的数据。基于这一选择原则,根据样本数据的取值特点,初步给出容量  $C$  和核的宽度  $\sigma$  的取值空间,将该空间按  $n \times n$  精度划分,进行穷举搜索,优化的标准是“使确认集中数据错误最小的那一组  $\sigma$  和  $C$  作为模型的参数”,得出最优的核函数参数容量  $C$  和核的宽度  $\sigma$ 。优化结果显示,推力模型核电流模型的容量  $C$  和核的宽度  $\sigma$  相同,分别是:容量  $C$  为 793,核的宽度  $\sigma$  为 4.2。两个模型核参数优化的搜索空间如图 5、图 6 所示。

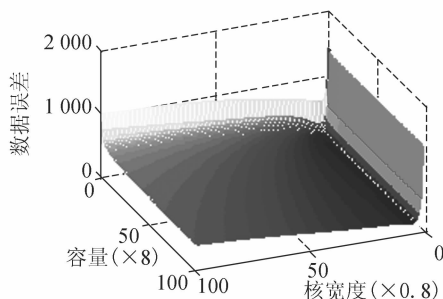


图 5 推力模型核参数选择搜索空间

Fig. 5 Search space of parameter selection for pushing force model

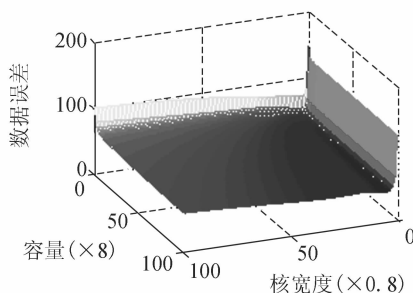


图 6 电流模型核参数选择搜索空间

Fig. 6 Search space of parameter selection for current model

对于损失函数,常用的有最小二乘损失函数、最小模损失函数、Huber 损失函数和  $\epsilon$  不敏感损失函数等。这里选择最小二乘损失函数来建立

直线电机回归模型。基于上述方法,编程建立直线电机参数模型。

为了验证 SVM 建立的非参数模型的可靠性,基于有限元计算方法,获得一组新的样本对 SVM 进行检验。检验方法是有限元计算的同样的输入参数分别带入支持向量机模型,将计算结果进行比较,观察输出结果是不是符合同一分布,是不是有显著的差异。由于 SVM 对推力和电流是分开建模,为此可以得到两组比较数据。如图 7,图 8 所示。图中数据显示,有限元计算模型和 SVM 模型之间存在误差,需要进一步验证两组输出样本的同一性。

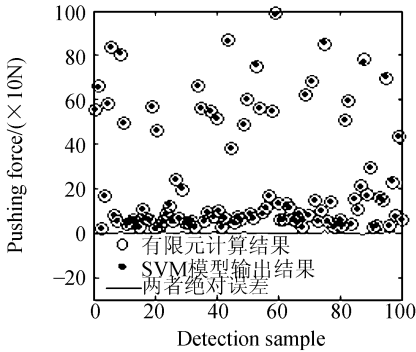


图 7 FEM 模型和 SVM 模型输出推力比较

Fig. 7 Output pushing force comparison of the FEM model and the SVM model

为了验证两种模型的输入输出关系的等效

性,对所得样本数据进行统计学检验。采用 Kolmogorov-Smirnov 双样本拟合优度检验法<sup>[15]</sup>,分别检验了推力模型和电流的 SVM 模型和它们的有限元模型输出结果是否符合同一分布。并通过  $t$  检验法验证了两种模型得到的推力和电流样本的同一性(由于篇幅限制,统计检验过程略去)。

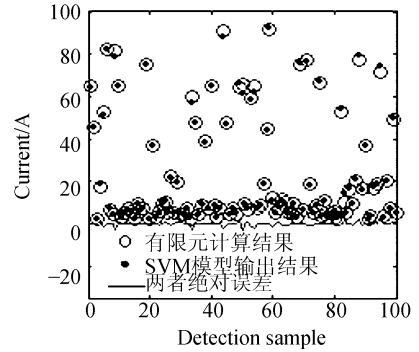


图 8 FEM 模型和 SVM 模型输出电流比较

Fig. 8 Output current comparison of the FEM model and the SVM model

为了验证所建立的 SVM 回归模型的计算效率,将有限元模型和 SVM 模型对同一参数样机进行计算比较,计算过程在同一台计算机上随机抽取 5 组数据进行反复计算,结果如表 2。

结果表明:SVM 计算模型效率为有限元模型的几百甚至上千倍,效率大大提高,非常有利于大规模优化迭代计算。

表 2 计算耗时比较

Tab. 2 Comparison of the computation spend time

试验号	$x_1$	$x_2$ (mm)	$x_3$ (mm)	$x_4$ (mm)	$x_5$ (mm)	SVM 耗时(s)	FEM 耗时(s)
1	1 479	13.448	1.904 8	16.288	91.33	0.015~0.047	22.26
2	2 882.5	24.518	2.981 9	24.668	117.71	0.015~0.047	17.02
3	947.95	6.88	1.071 8	6.305	58.855	0.015~0.047	19.48
4	1 970.7	13.18	1.277 1	9.88	80.973	0.015~0.047	24.14
5	2 922.1	22.971	1.954 7	19.757	119.055	0.015~0.047	22.02

## 6 结 论

本文以一种新型圆筒直线电机为研究对象,通过有限元仿真及试验验证,获得了直线电机的一种仿真计算方法。通过正交试验设计和随机试验设计,建立了直线电机性能参数的样本空间,采

用 SVM 回归建模方法,建立了直线电机的非线性数学模型,并通过统计学方法,将有限元模型和 SVM 模型进行了比较,证实了 SVM 模型的可靠性,进一步比较了两种模型的计算速度,证实了 SVM 模型的高效性。找到一种适合直线电机大规模迭代计算的高效计算方法是本文研究的创新思路所在。

## 参考文献:

- [1] 叶云岳. 直线电机原理与应用[M]. 北京,机械工业出版社,2000.  
YE Y Y. *Application and theory of linear motor*[M]. Beijing:Publishing Company of Machinery Industry, 2000.
- [2] 孔凡让,赵吉文. 新型圆筒直线电机推力的解析与数值方法研究[J]. 光学精密工程,2004,12(5):525-530.  
KONG F R,ZHAO J W. Pushing force analysis of a cylinder linear motor[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004,12(5):525-530. (in Chinese)
- [3] 赵吉文,孔凡让. 动感雕塑中直线驱动电机的电磁模型及参数优化[J]. 应用科学学报,2005,23(3):.  
ZHAO J W,KONG F R. Electromagnetic model and parameters optimization of the novel cylinder linear motor used in driving mobile sculpture[J]. *Journal of Applied Sciences*, 2005,23(3):. (in Chinese)
- [4] YASUFUSA T. Reviewing the forces of electret motors by applying Maxwell stress tensor and delua function[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*,1995,34(3):1595-1600.
- [5] CORDA J, OUHAB B. Electromagnetic design optimization of a linear-cylindrical variable-reluctance motor[J]. *IEE Conference Publication*,1999,(468):276-280.
- [6] BYUNG-IL K,KYUNG-II W,SOL K. Finite element analysis of direct thrust-controlled linear induction motor[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*,1999,3(1):1306-1309.
- [7] TAKEFUMI K,YASUHITO U. Electromagnetic force calculation model[C]. *COMPEL-The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*,1990,9:314-315.
- [8] BOSER B E, GUYON I M, VAPNIK V N. A training algorithm for optimal margin classifiers[C]. *5<sup>th</sup> Annual ACM Workshop on COLT*. Pittsburgh, PA: CM press, 1992:144-152.
- [9] STEVE G. Support vector machines Classification and regression[C]. *ISIS Technical Report. Image Speech & Intelligent Systems Group, University of Southampton*,1998.
- [10] KWOK T J. Support vector mixture for classification and regression problems[J]. *Proceedings of Fourteenth International Conference on Pattern Recognition*, 1998,(1):255-258.
- [11] CAMPBELL C. Algorithmic approaches to training support vector machines: a survey[C]. *Proceedings of ES-ANN2000, Belgium: D-Facto Publications*, 2000,27-36.
- [12] VAPNIK V. *The nature of statistical learning theory*[M]. New York: Wiley, 1998.
- [13] SCHOELKOPF B,SMOLA A. *Learning with kernels*[M]. MIT Press, Cambridge, MA. 2002.
- [14] MÜLLER K R, MIKA S, RÄTSCH G, et al. *An introduction to kernel-based learning algorithms*[M]. IEEE Trans. Neural Network,2001,12:181-201.
- [15] 吴喜之. 非参数统计[M]. 北京:中国统计出版社,1999.  
WU X ZH. *Distribution free statistics*[M]. Beijing:Statistics Publishing Company of China, 1999. (in Chinese)

作者简介:赵吉文(1973—),男,安徽人,博士后,研究方向为直线电机,智能信息处理,刀具技术等;  
孔凡让(1951—),男,安徽人,教授,博导,研究方向为创新工程,故障诊断,动感雕塑等。