

文章编号 1004-924X(2006)03-0406-06

# 一种纳米级二维微定位工作台的设计与分析

孙立宁, 马立, 荣伟彬, 高燕

(哈尔滨工业大学 机器人研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 研究开发了一种采用柔性铰链导向的二维光学调整微定位工作台, 建立了工作台的简化模型, 并利用结构力学理论推导出工作台沿  $x$ 、 $y$  方向刚度及前二阶固有频率解析式。进行了微定位工作台固有频率及沿  $x$ 、 $y$  方向刚度的试验测试, 并结合解析方法和有限元方法对微定位工作台设计刚度及动力特性进行分析验证。有限元分析表明: 当工作台的直角平板柔性铰链长度较小而铰链宽度较大时, 其刚度、频率及驱动力较高, 铰链根部应力集中也较严重。通过改变柔性铰链的特征参数, 可达到控制和优化工作台固有频率、输出位移、应力分布及驱动力响应的目的, 并提出了一种优选微定位工作台柔性铰链参数的简易方法。

**关键词:** 柔性铰链; 纳米定位工作台; 有限元分析

**中图分类号:** TH703.6 **文献标识码:** A

## Design and analysis on a 2-DOF nanopositioning stage

SUN Li-ning, MA Li, RONG Wei-bin, GAO Yan

(*Robot Research Institute, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

**Abstract:** A two-degree-of-freedom (2-DOF) flexure hinge guided-motion nanopositioning stage was developed to align optical system, and the simplified modeling of the nanopositioning stage was discussed. The  $x$  and  $y$  direction stiffness and two natural frequencies of the nanopositioning stage were deduced in terms of the theory of structural mechanics. Theoretical analysis and Finite Element Analysis (FEA) on static and dynamic behaviors of the nanopositioning stage were performed, the comparative results of the theory, FEA and experiments show the accuracy of theory model and the validity of FEA. FEA also indicates that the stiffness, natural frequency and driving force will increase with decreasing hinge length and increasing hinge width in despite of increasing the maximum stress of the stage. The experimental results also show that dimension modification is available to controlling and optimizing natural frequency, displacement, stresses, and force to achieve the desired response of the nanopositioning system. Finally, a simple procedure to optimize dimensions of the nanopositioning stage was given.

**Key words:** flexure hinge; nanopositioning stage; Finite Element Analysis (FEA)

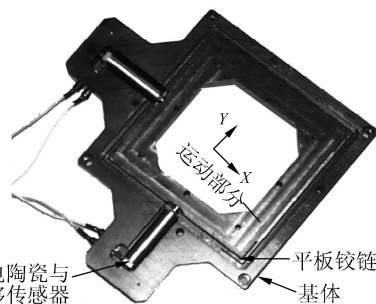
# 1 引言

基于压电驱动的微位移操作系统能够对微米级、亚微米级甚至纳米级空间进行操作,在微机电系统、光学调整、超精密加工、微外科手术、生物细胞操作、纳米技术等领域得到越来越广泛的应用,因此微位移技术已成为前沿科学、工程技术领域的关键技术之一<sup>[1-2]</sup>。多自由度纳米级微定位工作台以柔性铰链为运动副,它具有结构紧凑、体积小、无机械摩擦、无间隙、定位分辨率高的优点<sup>[3]</sup>。微定位工作台设计时应保证柔性铰链在运动方向上具有足够柔度以满足变形的需要,使得柔性铰链的应力分布尽可能合理,因此工作台柔性铰链的分析和设计显得尤为重要<sup>[4]</sup>。柔性铰链的基本性能主要包括刚度、精度及动力特性等几个方面,其中刚度性能直接反映了柔性铰链抵抗外载的能力,是运动副的主要性能参数<sup>[5]</sup>。

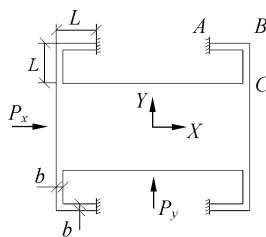
本文基于结构力学理论对采用压电陶瓷驱动的二维纳米级微定位工作台直角平板柔性铰链进行理论建模,得出其刚度及前二阶固有频率的计算表达式。设计了一套用于光学调整的二维纳米级微定位工作台,通过静态、动态试验对 ANSYS 有限元程序及理论分析结果进行了验证,并采用有限元方法对柔性铰链特征参数的影响展开研究。

## 2 纳米级微定位工作台设计与分析

传统的定位系统采用电机驱动,经机械传动实现精密定位,但由于摩擦和回程间隙的存在,机械传动系统难以实现光学精密调整要求。本文设计的二自由度微定位工作台利用压电陶瓷驱动,通过直角平板柔性铰链实现微定位操作<sup>[6-7]</sup>,微定位工作台模型如图 1(a)所示。



(a) 2-DOF stage



(b) 柔性铰链机构

(b) Mechanism of flexure hinges

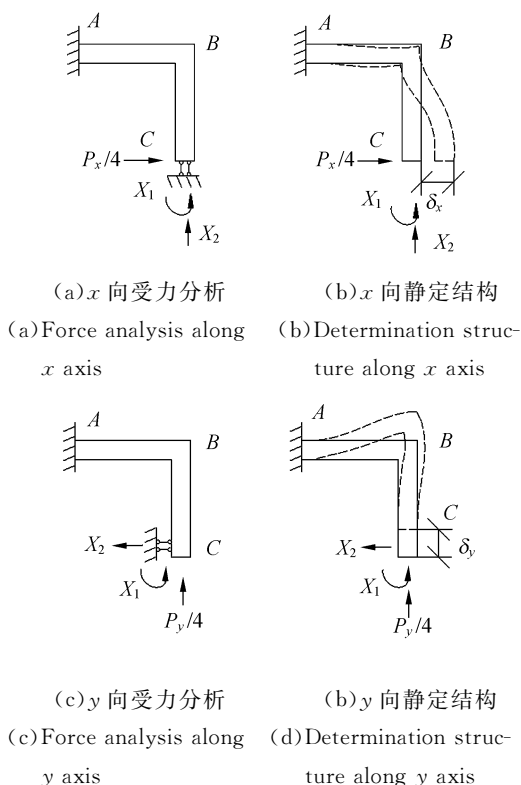
图 1 二维微定位工作台模型

Fig. 1 2-DOF nanopositioning stage

当压电陶瓷施加一定的电压时,压电陶瓷伸长并驱动柔性铰链变形,使得工作台发生微动,因此工作台的位移分辨率主要取决于压电陶瓷电源和位移传感器闭环控制的分辨率。本工作台系统采用的压电陶瓷驱动电源位移分辨率为 5 nm,位移传感器闭环检测电路精度为 2 nm,可实现微定位分辨率为 5 nm。

### 2.1 微定位工作台的静态分析

微定位工作台直角平板柔性铰链机构模型可简化为图 1(b)形式,工作台中部尺寸远大于铰链



(a)  $x$  向受力分析 (b)  $x$  向静定结构  
 (a) Force analysis along  $x$  axis (b) Determination structure along  $x$  axis  
 (c)  $y$  向受力分析 (d)  $y$  向静定结构  
 (c) Force analysis along  $y$  axis (d) Determination structure along  $y$  axis

图 2 柔性铰链简化模型

Fig. 2 Simplified model of flexure hinges

宽度  $b$ , 可将中部视为刚体。由于结构的对称性, 中部只发生沿着  $x$  或  $y$  轴平动而不转动, 直角平板柔性铰链可简化为如图 2 所示。

$x$  向驱动时, 取直角平板  $ABC$  进行受力分析, 如图 2(a) 所示, 直角平板  $ABC$  为具有 5 个支反力的二次超静定问题。解除  $C$  端的链杆约束, 得到基本静定体系如图 2(b) 所示, 在基本静定体系上分别作用驱动力  $P_x/4$ 、广义未知力  $X_1$  和  $X_2$ , 方向如图 2(b) 所示, 列出力法方程为

$$\begin{aligned} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2p} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\delta_{ij}$ —广义柔性系数(表示基本静定体系在  $X_j$  方向上的广义单位力单独作用时,  $C$  点沿  $X_i$  方向上的广义位移);

$\Delta_{ip}$ —基本静定体系在荷载  $P_x/4$  单独作用时,  $C$  点沿  $X_i$  方向上的广义位移。

采用图形互乘法得到广义位移和柔性系数分

$$\text{分别为 } \delta_{11} = \frac{2L}{EI}, \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{L^2}{2EI}, \delta_{22} = \frac{L^3}{3EI},$$

$$\Delta_{1p} = -\frac{3P_x L^2}{8EI} \text{ 和 } \Delta_{2p} = -\frac{P_x L^3}{8EI}.$$

式中  $E$ —工作台材料弹性模量;

$I$ —铰链截面惯性矩;

$L$ —铰链长度。

由式(1)分别解得广义未知力  $X_1 = \frac{3}{20} P_x L$

和  $X_2 = \frac{3}{20} P_x$ 。此时, 二次超静定位移求解可等

效为图 2(b) 所示外荷载作用下静定体系的位移求解问题。利用莫尔积分式, 可导出  $C$  点沿  $P_x$  方向上的位移

$$\begin{aligned} \delta_x &= \sum \int \frac{MM}{EI} ds = \frac{P_x L^3}{3EI} - \\ &\frac{3P_x L^3}{40EI} - \frac{9P_x L^3}{40EI} = \frac{P_x L^3}{30EI}, \end{aligned} \quad (2)$$

将惯性矩  $I = tb^3/12$  代入式(2)中可得

$$\delta_x = \frac{2P_x L^3}{4Etb^3}, \quad (3)$$

则微定位工作台  $x$  方向刚度

$$K_x = \frac{5Etb^3}{2L^3}, \quad (4)$$

$y$  向驱动时, 取直角平板  $ABC$  进行受力分析, 如图 2(c) 所示, 直角平板  $ABC$  为具有 5 个支反力的二次超静定问题。解除  $C$  端的链杆约束,

得到基本静定体系如图 2(d) 所示, 在基本静定体系上分别作用驱动力  $P_y/4$ 、广义未知力  $X_1$  和  $X_2$ , 方向如图 2(d) 所示。

同理, 由力法方程分别解得广义未知力  $X_1 = \frac{1}{20} P_y L$  和  $X_2 = \frac{3}{20} P_y$ 。此时, 二次超静定位移求解可等效为图 2(d) 所示外荷载作用下静定体系的位移求解问题。利用莫尔积分式, 可导出  $C$  点沿  $P_y$  方向上的位移

$$\begin{aligned} \delta_y &= \sum \int \frac{MM}{EI} ds = \frac{P_y L^3}{12EI} + \\ &\frac{P_y L^3}{40EI} - \frac{3P_y L^3}{40EI} = \frac{P_y L^3}{30EI}, \end{aligned} \quad (5)$$

将惯性矩  $I = tb^3/12$  代入式(5)中可得

$$\delta_y = \frac{2P_y L^3}{5Etb^3}, \quad (6)$$

则微定位工作台的  $y$  方向刚度

$$K_y = \frac{5Etb^3}{2L^3}, \quad (7)$$

## 2.2 微定位工作台的动态分析

微定位工作台采用直角弹性平板作为移动副, 应用弹性变形原理, 实现无摩擦、无间隙的微运动传递。整个微定位系统可简化成具有两个输出位移, 一个质点的弹簧—质点系统, 那么系统的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_x \\ \ddot{q}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = 0, \quad (8)$$

式中  $m$ —微动工作台运动部分的质量;

$K_x$ —微动工作台  $x$  方向刚度;

$K_y$ —微动工作台  $y$  向刚度;

$q_x(q_y)$ —工作台沿  $x(y)$  方向的位移;

$\ddot{q}_x(\ddot{q}_y)$ —工作台沿  $x(y)$  方向的加速度。

由动力学方程(8)的特征值, 可导出系统的二阶固有频率  $f_1, f_2$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5Etb^3}{2mL^3}}, \quad (9)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_y}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5Etb^3}{2mL^3}}. \quad (10)$$

## 3 工作台试验测试及有限元分析

压电陶瓷驱动器的固有频率较高, 一般在 7~8 kHz, 电路处理频率也较高, 可达 1 MHz 以上, 因此微位移系统的动态特性主要取决于由直

角平板柔性铰链组成的弹性导向机构<sup>[8]</sup>。从式(5)~(10)的分析也可看出直角平板铰链特征参数(平板长度  $L$ 、宽度  $b$  和工作台厚度  $t$ )是微定位工作台变形能力、应力分布及动力特性的主要影响因素,因此有必要通过有限元方法进一步研究平板铰链特征参数对微定位工作台性能的影响。

### 3.1 试验测试及分析方法比较

对开发的二维纳米级微定位工作台的固有频率进行了试验测试,试验测试系统如图 3 所示,得到微定位工作台第一、二阶固有频率如表 1 所示。为了测得工作台沿  $x$  和  $y$  方向刚度,本文利用砝码分别对微动台运动部分的  $x$  和  $y$  方向进行加载,同时采用 DWS-6 型电容测微仪分别测量微动台运动部分沿  $x$  和  $y$  方向的位移值,从而导出微动台的刚度,如表 1 所示。



图 3 微定位工作台动态测试试验装置

Fig. 3 Experimental equipment of dynamic testing

表 1 微动工作台分析结果

Tab. 1 Comparison of the results from different methods

	一阶模态频率		二阶模态频率	
	$f_1/\text{Hz}$	$e/\%$	$f_2/\text{Hz}$	$e/\%$
理论分析	423.7	14.5	423.7	18.8
有限元分析	446.7	9.9	473.5	9.3
试验测试	495.7	—	521.8	—
	$x$ 方向刚度		$y$ 方向刚度	
	$K_x/(\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	$e/\%$	$K_y/(\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1})$	$e/\%$
理论分析	2.336	9.5	2.336	11.5
有限元分析	2.51	2.7	2.817	6.7
试验测试	2.58	—	2.64	—

采用三维建模软件 Pro/E 建立微定位工作台几何模型,并导入有限元分析软件 ANSYS,利用三维十节点实体单元 SOLID92 对模型进行单元划分,建立工作台有限元模型如图 4 所示。将铰链与基体的约束关系视为刚性连接,考虑到铰

链区域存在应力集中现象,对该区域作网格加密处理<sup>[9-10]</sup>。工作台材料选用超硬铝,其材料参数分别为:弹性模量  $E = 68 \text{ GPa}$ 、密度  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ 、屈服强度  $\sigma_y = 0.47 \text{ GPa}$  和泊松比  $\mu = 0.35$ 。工作台的直角平板铰链长度  $L = 17 \text{ mm}$ 、宽度  $b = 1.5 \text{ mm}$ 、厚度  $t = 20 \text{ mm}$ ,其运动部分质量  $m = 0.33 \text{ kg}$ 。对微定位工作台进行静力和模态分析,给出其沿  $x$  和  $y$  方向刚度及前二阶固有频率如表 1 所示。

由表 1 可看出,固有频率理论分析与实测结果误差最大达 18.8%,理论分析是将微定位工作台简化成弹簧-质点系统,建立在一定假设条件基础上,如将微定位台视为完全对称结构,并假想把微定位工作台运动部分当成一个绝对刚体处理,所以误差较大。有限元分析与实测结果误差最大为 9.9%,二者误差形成的原因主要包括两个方面:(1)有限元方法基于能量守恒原理,从总体上保证其数值模拟精度,但是因网格尺寸及数值解法的近似性,使得有限元分析与实测结果存在一定误差;(2)工作台加工误差的存在也是造成上述误差的原因之一,可见表 1 中有限元分析与实测结果的误差水平是可接受的。从沿  $x$  和  $y$  方向刚度结果的误差分析也可发现相近规律,因此可认为理论分析和有限元分析结果是可信的,可用于纳米级微定位工作台的设计和分析。

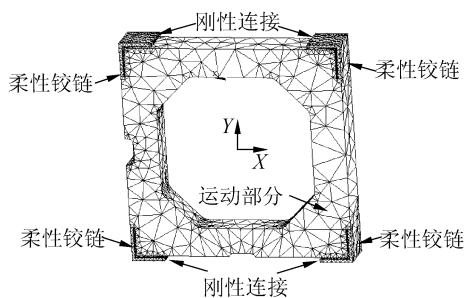


图 4 微定位工作台有限元模型

Fig. 4 Finite element model of the stage

### 3.2 铰链特征参数对微定位工作台固有频率及刚度的影响

采用有限元方法分析铰链特征参数对工作台固有频率的影响,如图 5 所示。从图中可发现,对厚度  $t = 20 \text{ mm}$  的微定位工作台而言,其前二阶固有频率  $f_1, f_2$  随铰链长度  $L$  减小而增大,随铰链宽度  $b$  增大而增大,并且微定位工作台前二阶

固有频率十分接近。这些现象与公式(9)、(10)描述的规律较为吻合。

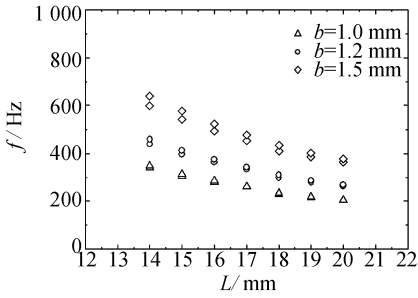


图 5 固有频率与铰链长度关系

Fig. 5 Natural frequency versus hinge length

以微定位工作台沿  $x$  方向位移为  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$  时的驱动力  $P_x$  为对象(图 6), 观察铰链长度  $L$  和宽度  $b$  对工作台刚度的影响。比较图 6 可发现, 工作台的铰链长度  $L$  越大, 其驱动力  $P_x$  越小, 其沿  $x$  方向刚度  $K_x$  也越小; 随着铰链宽度  $b$  增大, 微定位工作台驱动力  $P_x$  及刚度  $K_x$  有所增加, 该趋势与理论公式(4)、(7)结果相一致。

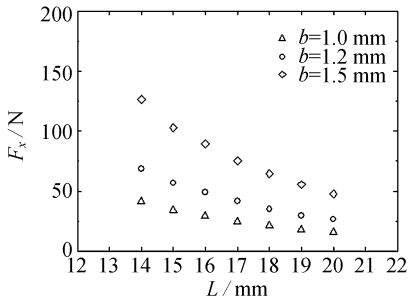


图 6 驱动力与铰链长度关系

Fig. 6 Driving force versus hinge length

### 3.3 应力分布及其影响因素分析

图 7 给出了微定位工作台(其特征参数为  $L = 17 \text{ mm}$ 、 $b = 1.5 \text{ mm}$  和  $t = 20 \text{ mm}$ )沿  $x$  方向位移为  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$  时的 Von Mises 应力分布, 为便于观察, 图中变形放大 200 倍。从图 7 中可见, 在直角平板铰链根部应力集中较为严重, 为了避免在柔性铰链处产生塑性变形, 应控制柔性铰链的最大 Von Mises 应力  $\sigma_{\text{max}}$  在许用应力  $[\sigma]$  范围内。

从铰链长度  $L$  与  $\sigma_{\text{max}}$  关系(图 8)可看出, 当微定位工作台沿  $x$  方向位移为  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$  时, 其最大 Von Mises 应力  $\sigma_{\text{max}}$  随铰链长度  $L$  增大而减小, 随铰链宽度  $b$  增大而增大, 并且所有微定位工

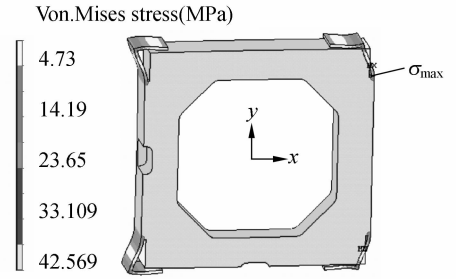


图 7  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$  时的 Von. Mises 应力分布

Fig. 7 Von. Mises stress distribution with  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$

作台的  $\sigma_{\text{max}}$  均远小于许用应力  $[\sigma]$ 。

分析微定位工作台的  $\sigma_{\text{max}}$  与驱动力  $p_x$  分布关系(图 9)可发现, 在相同输出位移  $\delta_x = 30 \mu\text{m}$  时, 微定位工作台的铰链宽度  $b$  越大, 其驱动力  $P_x$  及刚度  $K_x$  越大, 但在铰链根部应力集中现象趋于恶化。因此, 直角平板铰链宽度  $b$  的确定应综合考虑刚度及应力分布等多方面因素。

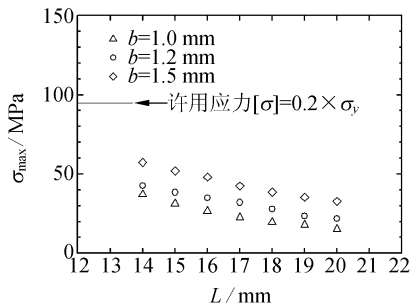


图 8 最大 Von. Mises 应力与铰链长度关系

Fig. 8  $\sigma_{\text{max}}$  versus hinge length

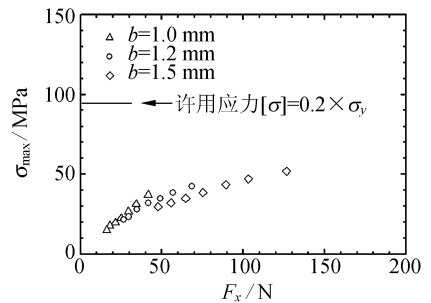


图 9 铰链最大 Von. Mises 应力与驱动力的关系

Fig. 9  $\sigma_{\text{max}}$  versus driving force

## 4 直角平板铰链参数初选方法

基于上述分析, 给出了微定位工作台柔性铰链参数优选方法, 如图 10 所示。当给定微定位系

统技术要求时,可参照图5~9,按流程(图10)初步选定微定位工作台基本尺寸,并利用有限元方法进行二次优化,便捷地找出微定位系统的合理

设计方案。

## 5 结 论

(1) 建立了二维纳米级微定位工作台的模型,基于结构力学理论,推导出微定位工作台沿 $x$ 、 $y$ 方向刚度计算表达式,并将工作台简化为两自由度弹簧-质点系统,得出其前二阶固有频率解析式。

(2) 进行了微定位工作台的固有频率及沿 $x$ 、 $y$ 方向刚度试验测试,其结果与理论分析及有限元计算结果吻合较好,说明理论计算和有限元模拟可用于微定位工作台的设计及分析。

(3) 有限元分析结果表明:通过改变柔性铰链尺寸,可控制和优化微定位工作台的静、动力性能,拓宽了该类微定位工作台的应用范围。

(4) 提出了一种合理优选工作台柔性铰链参数的简易方法。

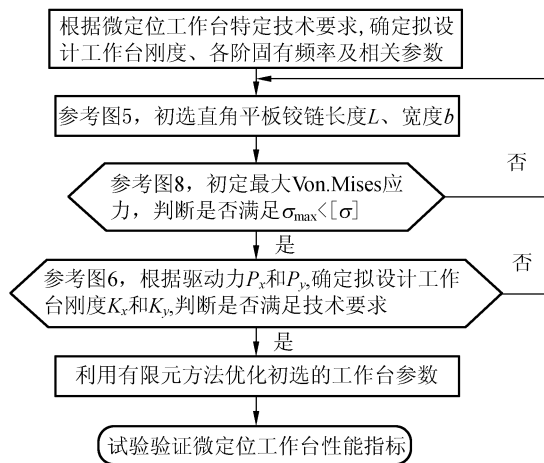


图10 柔性铰链参数优选流程

Fig. 10 A simple procedure of optimizing flexure hinges

## 参考文献:

- [1] ZHANG D, CHANG C, ONO T, *et al.* A piezodriven XY-microstage for multiprobe nanorecording[J]. *Sensors and Actuators*, 2003, 108(1-3): 230-233.
- [2] YANG R, JOUANEH M, SCHWEIZER R. Design and characterization of a low-profile micropositioning stage[J]. *Precision Engineering*, 1996, 18(1): 20-29.
- [3] XU W, KING T. Flexure hinges for piezoactuator displacement amplifiers flexibility, accuracy, and stress consideration[J]. *Precision Engineering*, 1996, 19(1): 4-10.
- [4] 刘品宽,孙立宁,荣伟彬,等. 新型智能电化学微加工系统的研究[J]. 高技术通讯, 2002, 6: 83-87.  
LIU P K, SUN L N, RONG W B, *et al.* Research on the system of electrochemical micro machining[J]. *High Technology Letters*, 2002, 6: 83-87. (in Chinese)
- [5] PAROS J M, WEISBORD L. How to design flexure hinges[J]. *Machine Design*, 1965: 151-157.
- [6] JOUANEH M, YANG R Y. Modeling of flexure-hinge type lever mechanisms[J]. *Precision Engineering*, 2003, 27(4): 407-418.
- [7] WU Y, ZHOU . An XYθ mechanism actuated by one actuator[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2004, 39(10): 1101-1110.
- [8] 刘品宽,孙立宁. 新型二维纳米级微定位工作台的动力学分析[J]. 光学精密工程, 2002, 10(2): 143-147.  
LIU P K, SUN L N. Dynamic analysis on a novel nanopositioning stage driven by PZT[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, 10(2): 143-147. (in Chinese)
- [9] ELMUSTAFA A A, LAGALLY M G. Flexural-hinge guided motion nanopositioner stage for precision machining: finite element simulations[J]. *Precision Engineering*, 2001, 25(1): 77-81.
- [10] ZETTL B, SZYSZKOWSKI W, ZHANG W J. Accurate low DOF modeling of a planar compliant mechanism with flexure hinges: the equivalent beam methodology[J]. *Precision Engineering*, 2005, 29: 237-245.

作者简介:孙立宁(1964—),男,黑龙江人,教授,博士生导师,主要研究方向为微操作机器人、微驱动技术、机器人学,现任哈尔滨工业大学机器人研究所所长,哈尔滨工业大学机电工程学院副院长,国家863计划机器人主题MEMS专题专家组组长;

马立(1977—),女,黑龙江人,博士研究生,主要研究方向为微操作机器人技术;

荣伟彬(1972—),男,黑龙江人,副教授,硕士生导师,主要研究方向为微操作机器人、微驱动技术;

高燕(1981—),女,黑龙江人,硕士研究生,主要研究方向为微操作机器人技术。