

文章编号 1004-924X(2006)03-0445-05

超磁致伸缩体内涡流效应有限元分析

王 雷, 谭久彬, 刘玉涛

(哈尔滨工业大学 超精密光电仪器工程研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 为补偿涡流效应产生的温度与反相磁场对超磁致伸缩微位移驱动体位移输出造成的非线性, 从电磁场基本原理出发, 推导了超磁致伸缩驱动器内的涡流分布和大小的数学模型。利用伽辽金加权余量法和牛顿-拉夫逊迭代法得到涡流效应数学模型的解析公式。通过解析公式分析超磁致伸缩驱动器内驱动体横截面上的电磁场分布, 进而得到驱动体上各部分涡流大小及分布与输入电流频率增加的对应关系。当输入频率大于 1 kHz 时, 涡流有限元模型计算得到的涡流导致磁场损耗量与实测磁场强度相差约 4.6 mT, 表明此模型可以对超磁致伸缩驱动体内的涡流损耗进行有效的补偿。

关键词: 超磁致伸缩; 涡流效应; 有限元分析; 伽辽金加权余量法

中图分类号: TM153; TH703.65 **文献标识码:** A

Analysis on eddy current effect in giant magnetostriction with finite element method

WANG Lei, TAN Jiu-bin, LIU Yu-tao

(*Institute of Ultra-precision Optoelectronic Instrument Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

Abstract: To compensate the nonlinear displacement of the giant magnetostrictive micro-displacement actuator caused by temperature and eddy current induced reverse magnetic field, a mathematic model used to describe the distributing and magnitude of eddy current in the giant magnetostrictive micro-displacement actuator was derived based on electromagnetic theory. Galerkin method and Newton-Laphson iteration were used to analyze the mathematic model of eddy current. The electromagnetic field distributing of cross-section in the giant magnetostriction micro-displacement was calculated by this mathematic model to gain the corresponding relation of eddy current and frequency of input current in actuator. When the frequency of input current is greater than 1 kHz, the difference of the dissipation of eddy current induced magnetic field calculated by eddy current model of finite element with magnetic field intensity measured actually is 4.6 mT, which shows that the model can effectively compensate the dissipation of the giant magnetostriction micro-displacement actuator caused by eddy current.

Key words: giant magnetostriction; eddy current effect; Finite Element Analysis (FEA); Galerkin method

收稿日期: 2005-09-14; 修订日期: 2006-02-20.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50275041)。

1 引言

基于超磁致伸缩材料($\text{Tb}_{0.27}\text{Dy}_{0.73}\text{Fe}_{1.9}$)及磁致伸缩原理的超磁致伸缩驱动器具有位移分辨率高、输出力大及位移范围大等特点,所以在超精密定位领域拥有广阔的应用前景。特别是在纳米加工或纳米测量领域,超磁致伸缩驱动器比其它类型的微位移驱动器,更适合应用于大负载和大惯量下的纳米级定位。基于通电线圈结构的超磁致伸缩驱动器电-磁转换频率响应较高,可以使系统快速精密定位。但是由于涡流效应的影响,产生涡流损耗以及在通电线圈内将产生反向磁场。 $P = 2\pi \tan \delta / \mu = ef^{[2]}$, 式中 P, e, f 分别为涡流损耗、涡流损耗系数及电流频率,根据此式可以清晰得知随着输入电流频率的增加,涡流损耗也随之增加。所以当超磁致伸缩驱动器工作在较高频响应下时,由于涡流的损耗及反向磁场将使驱动器输入输出呈非线性关系,影响驱动器的输出精度。利用传统的数值计算很难精确反映超磁致伸缩驱动器内部涡流的具体变化规律。

本文以麦克斯韦电磁方程为基础并利用矢量磁位 \mathbf{A} 建立驱动器二维轴对称涡流大小、分布的数学模型。此模型为瞬态磁场下的涡流问题,输入为正弦信号。在一定边界条件下,通过伽辽金加权余量法及牛顿-拉夫逊有限元方法建立驱动器内部涡流分布解析公式。

2 超磁致伸缩驱动器内涡流分布数学模型

分析正弦瞬态磁场下的涡流问题,从以复数矢量磁位 \mathbf{A} 描述麦克斯韦磁场理论方程出发,所得方程(1)如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \\ \nabla \times \mathbf{E} + j\omega \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} - j\omega \mathbf{D} &= \mathbf{J}, \end{aligned} \quad (1)$$

在正弦瞬态涡流场下,以复数矢量磁位 \mathbf{A} 为变量解析涡流控制方程。驱动器为轴对称圆柱结构,如图 1 所示,源磁场与涡流磁场与坐标变量 Z 无关,只是坐标系下 (x, y) 的函数,所以模型只分析驱动器沿 Z 轴截面的 $1/2$ 。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) = j\omega \sigma \mathbf{A} - \mathbf{J} \\ \nu = \frac{1}{\mu} \end{cases}, \quad (2)$$

应用伽辽金加权余量有限元法建立此关于矢量磁位 \mathbf{A} 的偏微分方程(2)的求解模型:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) - j\omega \sigma \mathbf{A} + \mathbf{J} = 0, \quad (3) \\ R_i &= \iint_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) + j\omega \sigma \mathbf{A} - \mathbf{J} \right) d\Omega \\ &= 0 \\ i &= 1, 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \quad (4)$$

式中 r 为方程余量, R_i 表示余量加权积分, w_i 为被选择的加权函数。

图 1 中, Ω_1 为涡流区, Ω_2 为非涡流区, Γ 为涡流区与非涡流区的分界面。涡流区域内包括超磁致伸缩棒($\text{Tb}_{0.27}\text{Dy}_{0.73}\text{Fe}_{1.9}$)和通电线圈,电导率 σ , 磁导率 μ ; 非涡流区电导率 $\sigma = 0$, 磁导率为 μ_0 。

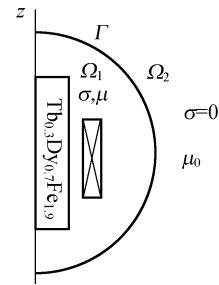


图 1 涡流区域模型

Fig. 1 Model of eddy current area

3 基于牛顿-拉夫逊迭代的有限元求解

对于由伽辽金法建立的涡流模型式(4),采用牛顿-拉夫逊方法求解其积分方程。在涡流区域选用三角形单元划分网格,将式(5)转换成伽辽金弱表示形式并将涡流区域上的连续积分转变成单元上的积分和形式:

$$\begin{aligned} R_i^e &= \sum_{e=1}^M \iint_{\Omega^e} w_i^e \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) dx dy + \\ &\sum_{e=1}^M \iint_{\Omega^e} j\omega \sigma w_i^e \mathbf{A} dx dy = \\ &\sum_{e=1}^M \iint_{\Omega^e} w_i^e \mathbf{J} dx dy \quad (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (5)$$

式中 M 为单元总数; Ω^e 为三角形有限单元区域; w_i^e 为有限单元上的二维插值函数,表示形式为:

$$w_j^e(x, y) = \frac{1}{2\Delta^e}(a_j^e + b_j^e x + c_j^e y), \quad (6)$$

($j=1, 2, 3$)

插值函数中 a_j^e, b_j^e, c_j^e 为待定系数, Δ^e 为单元面积。那么单元上矢量磁位 \mathbf{A}^e 表示形式如下:

$$\mathbf{A}^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 w_j^e(x, y) \mathbf{A}_j^e, \quad (7)$$

每个单元上的雅可比矩阵 \mathbf{J}^e 由定义表示为:

$$\mathbf{J}^e = \frac{\partial \mathbf{R}_k^e}{\partial \mathbf{A}}, \quad (8)$$

由方程(5)得:

$$R_i^e = \iint_{\Omega^e} \left(\nu \frac{\partial w_i^e}{\partial x} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \nu \frac{\partial w_i^e}{\partial y} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} \right) dx dy - \iint_{\Omega^e} w_i^e \mathbf{J} dx dy - \int_{\Gamma^e} w_i^e D \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Gamma, \quad (9)$$

式中, Γ^e 表示包围 Ω^e 的路径, $\hat{\mathbf{n}}$ 是 Γ^e 的外法向单位矢量, 另外

$$D = \left(\nu \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \mathbf{A}_y}{\partial y} \right), \quad (10)$$

将式(8)代入式(10)中得到单元方程(11), 各单元相加用矩阵表示加权余量方程:

$$R_i^e = \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega^e} \left(\nu \frac{\partial w_i^e}{\partial x} \frac{\partial w_j^e}{\partial x} + \nu \frac{\partial w_i^e}{\partial y} \frac{\partial w_j^e}{\partial y} + j\omega\sigma w_i^e w_j^e \right) \mathbf{A}_j^e dx dy - \iint_{\Omega^e} w_i^e \mathbf{J} dx dy - \int_{\Gamma^e} w_i^e D \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Gamma, \quad (11)$$

$$\{R\} = \sum_{e=1}^M ([\mathbf{J}^e] \{A^e\} - \{b^e\} - \{g^e\}), \quad (12)$$

式中, $[\mathbf{J}^e]$ 、 $\{b^e\}$ 及 $\{g^e\}$ 中各元素表示形式如下, 其中雅可比矩阵 \mathbf{J}^e 由定义(9)得:

$$\begin{cases} J_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \nu \left(\frac{\partial w_i^e}{\partial x} \frac{\partial w_j^e}{\partial x} + \frac{\partial w_i^e}{\partial y} \frac{\partial w_j^e}{\partial y} + j\omega\sigma w_i^e w_j^e \right) dx dy \\ b_i^e = \iint_{\Omega^e} w_i^e \mathbf{J} dx dy \\ g_i^e = \iint_{\Omega^e} w_i^e D \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Gamma \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (13)$$

由基本公式^[3]得:

$$\iint_{\Omega^e} (w_1^e)^l (w_2^e)^m (w_3^e)^n dx dy = \frac{l!m!n!}{(l+m+n+2)!} 2\Delta^e, \quad (14)$$

$$J_{ij}^e = \frac{\nu}{4\Delta^e} (b_i^e b_j^e + c_i^e c_j^e) + \frac{\Delta^e}{12} j\omega\sigma (1 + \delta_{ij})$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}, \quad (15)$$

由 $\{R\} = \{0\}$ 所以得:

$$[\mathbf{J}] \{A\} = \{b\} + \{g\}, \quad (16)$$

4 实 验

结合以上模型, 采用美国 ANSYS 开发的有限元分析软件 ANSYS9.0 进行辅助计算。ANSYS 是融结构、电场、磁场等分析于一体的大型通用有限元分析软件。有限元具有精度高、适应性强以及计算格式规范统一等优点。

本文所研究的超磁致伸缩微位移驱动器为轴对称结构, 所以在利用有限元方法进行涡流分析时, 为简化计算步骤只分析驱动器 1/2 截面内的涡流分布。超磁致伸缩棒尺寸为 $\Phi 10 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$, 1/2 线圈截面尺寸大小为 $5 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}$ 。初始输入电流幅值大小为 4 A, 频率 ω 分别为 1 kHz、10 kHz。根据以上推导的涡流有限元模型式(16)进行求解:

首先在 1/2 线圈截面上划分单元, 根据计算量及求解的精度需要将此区域划分成 $e=45$ 个单元。

确定边界条件, 驱动器顶部、底部及外层边缘处矢量磁位 $\mathbf{A} = 0$; 激励电流的密度 $J = 8 \times 10^6 \text{ A/m}^2$; 线圈电阻率 $\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ 。

经过牛顿-拉夫逊迭代求出各个单元节点上的单位磁矢量 \mathbf{A} , 进而求出截面上感生的涡流强度。图 2 和图 3 分别为输入电流频率 1 kHz 和 10 kHz 时, 驱动器线圈 1/2 截面上感生的涡流强度, 图中显示涡流强度随着输入电流的频率增加呈非线性增加。

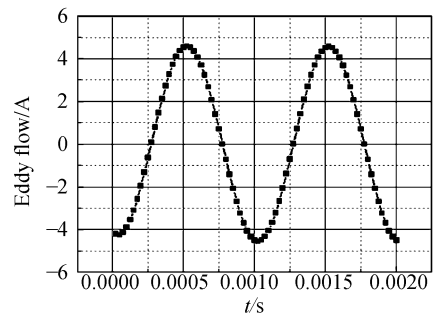


图 2 $f=1 \text{ kHz}$ 时的等效截面涡流强度
Fig.2 Intensity of eddy current when $f=1 \text{ kHz}$

在 1 kHz 时, 截面上涡流强度为 4.9 A, 等效每匝线圈电流强度近似为 6.1 mA。当输入频

率 10 kHz 时,涡流强度约 41 A,等效每匝线圈电流强度近似为 51.2 mA。当输入频率大于 1 kHz 后,涡流损耗对驱动器的驱动磁场带来非线性影响。

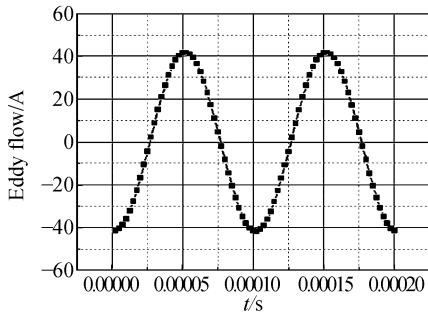


图 3 $f=10$ kHz 时的等效截面涡流强度

Fig. 3 Intensity of eddy current when $f=10$ kHz

图 4 所示为涡流对驱动器磁场强度带来的影响。图中曲线分别为“Input current”对应输入电流理想磁场强度曲线,“Eddy current”为仿真得到的含涡流影响的磁场强度曲线,“Experiment”为实测值。通过图 4 分析,可知涡流导致磁场强度相位幅值均发生变化。数据分析表明,模型计算值与实测值波形一致,经统计模型计算磁场强度与实测值之差优于 4.6 mT。

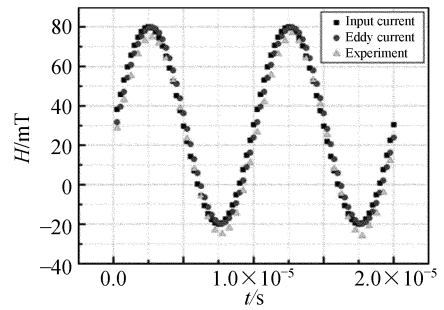


图 4 磁场强度实验曲线

Fig. 4 Curve of magnetic intensity

5 结 论

基于有限元法建立的超磁致伸缩驱动器内涡流效应模型,可以很好反映实际涡流消耗。特别在输入电流为高频时,通过此模型可以得到驱动器内涡流随输入电流频率增加的变化量。利用有限元的方法分析瞬态电磁场问题,是目前普遍使用的方法。特别是分析涡流效应这类非线性问题,有限元方法可以充分发挥其优势。尽管涡流使驱动磁场呈非线性,但通过模型计算可以得出其变化规律,为超磁致伸缩微位移驱动器驱动磁场误差补偿提供理论依据。此方法边界条件与驱动体结构有关,所以推导的涡流计算公式仅适于文中提到的驱动体结构。

参考文献:

- [1] 臧永丽,王新民. 铁磁材料涡流损耗的定量分析[J]. 山东理工大学学报(自然科学版),2003,17(3):82-85.
ZANG Y L, WANG X M. Quantitative analysis of vortex loss in ferromagnetic materials[J]. *Journal of Shandong University of Technology (Sci & Tech)*, 2003,17(3):82-85. (in Chinese)
- [2] 吴一辉,王立鼎,马建旭. 新型微变位致动器的发展及应用[J]. 光学精密工程,1996,4(2):7-13.
WU Y H, WANG L D, MA J X. Development and applications of new micro-motion actuators[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1996,4(2):7-13. (in Chinese)
- [3] ROBINSON G M. Finite element modeling of load cell hysteresis[J]. *Elsevier. Measurement*, 1997,20(2):103-107.
- [4] TAN X B, BARAS J S. Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators[J]. *Automatica*, 2004,40:1469-1480.
- [5] REYNE G. Electromagnetic actuation for MOEMS, examples, advantages and drawbacks of MAGMAS[J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2002,242-245:1119-1125.
- [6] 贾宇辉,谭久彬. 超磁致伸缩驱动器及有限元分析方法的研究[J]. 光学精密工程,2000,(2):161-164.
JIA Y H, TAN J B. Giant magnetostrictive actuator and finite element model[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2000,8(2):161-164. (in Chinese)
- [7] 苑金莎,张金堂. 计算非线性时变涡流场的有限元方程频域算法[J]. 中国电机工程学报,1994,13(3):7-13.
YUAN J S, ZHANG J T. Finite element method in frequency domain for nonlinear transient field problems[J].

Proceedings of the CSEE, 1994, 13(3): 7-13. (in Chinese)

- [8] 王坚,王友义. 利用有限元法计算电机铁心涡流损耗[J]. 机电工程, 2002, 19(5):44-46.

WANG J, WANG Y Y. Calculation of eddy current losses in steel cores of the motor using finite element method [J]. *Mechanical & Electrical Engineering Magazine*, 2002,19(5): 44-46. (in Chinese)

- [9] 梅德庆,陈子辰. 微制造平台的精密隔振系统研究[J]. 光学精密工程, 2001,9(6):506-510.

MEI D Q, CHEN Z CH. Research on precision isolation system of micro manufacturing platform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2001, 9(6) :506-510. (in Chinese)

作者简介:王雷(1976—),男,博士,哈尔滨工业大学研究生毕业,从事超精密微位移驱动技术研究;

谭久彬(1955—),男,博士,教授,博士生导师,现任哈尔滨工业大学超精密光电仪器工程研究所所长、中国计量测试学会副理事长、中国计量测试学会计量仪器专业委员会主任委员、国际测量与仪器委员会委员、中国仪器仪表学会理事等职务,主要研究方向为超精密测量技术与仪器工程、光机电一体化技术等。