

文章编号 1004-924X(2007)05-0773-06

# 小波神经网络用于光纤陀螺漂移误差辨识

李 颖, 陈兴林, 宋申民

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**提出了采用小波消噪和小波神经网络两个模型对光纤陀螺漂移误差进行辨识。应用小波分析方法消除高频噪声,改善信噪比,把消噪信号作为神经网络期望输出,然后采用带遗忘因子的递推最小二乘(DRLS)算法训练网络并调整权值。该算法不进行任何矩阵运算,在保持收敛速度快和精度高的前提下,极大地减少了计算量,提高了小波神经网络的实时性能,仿真结果表明辨识误差在 1.5% 以内。

**关键词:**光纤陀螺;神经网络;小波分析;辨识;漂移

**中图分类号:**V241.5 **文献标识码:**A

## Application of wavelet neural network for identification of drifts errors in fiber optical gyroscope

LI Ying, CHEN Xing-lin, SONG Shen-min

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** A wavelet de-noise model and wavelet neural network model are presented to predict drift errors of FOG and to enhance identification precision. The method utilizes wavelet analysis to remove high frequency noise and to improve its signal-to-noise ratio. De-noise signal is looked on as the desired output. Then, the network is trained and the weight matrices of neural network are modified by the recursive least square method with forgetting factor. This algorithm without any matrix operation can reduce the computation time and greatly improve real-time performance at fast convergence speed and high precision. The simulation results show that the identification error is within 1.5%. The method establishes the foundations for identification and compensation of the drift error effectively and accurately in inertial navigation systems.

**Key words:** fiber optical gyroscope; neural network; wavelet analysis; identification; drift

## 1 引 言

光纤陀螺(Fiber Optical Gyroscope, FOG)是基于 Sagnac 效应的光学角速度传感器,由于它

具有测量精度高、稳定性好、易于集成等优点已成为中低精度捷联惯性导航制导系统中的理想惯性器件<sup>[1-2]</sup>。在对旋转速率信号积分得到角度的过程中,白噪声被平均,导致长期工作中漂移误差造成的角度误差经过长时间积累将影响整个惯导系

统的精度。FOG 的漂移模型按性质划分为静态漂移误差、动态漂移误差和随机漂移误差三类，静态漂移在系统调试时进行测量和补偿；动态漂移是系统每次启动后常值漂移的变化，通常在惯性导航系统对准过程中进行测量；随机漂移一般在系统运行过程中，引入外界的信息进行动态估计和补偿，准确的对光纤陀螺漂移误差进行估计和补偿是提高光纤陀螺性能的有效途径<sup>[3-4]</sup>。

目前，有很多方法用来模拟光纤陀螺输出的漂移误差，比如时间序列模型、ARMA 模型、自适应建模、受控马氏链漂移模型、Kalman 滤波方法<sup>[6]</sup>，但是这些模型建立起来比较困难，并且一旦外界环境改变必须修改模型，而基于神经网络的非参数辨识则是较为有效的办法。在神经网络中，小波神经网络是结合小波分析理论和人工神经网络思想而构建的一种新型的神经网络模型，它结合了小波分析良好的时频局部化性质及神经网络的自学习功能，具有较强的逼近及容错能力。本文提出利用小波消噪和小波神经网络两个模型对 FOG 漂移进行辨识，首先采用小波分析方法消除光纤陀螺输出信号的高频噪声成分，改善信噪比，然后利用小波神经网络对漂移误差进行辨识。实验结果表明，辨识误差在 1.5% 以内，能够达到辨识的预期效果。

## 2 光纤陀螺漂移误差辨识原理

基于小波神经网络和小波消噪两个模型的光纤陀螺漂移误差辨识原理如图 1 所示。通过输入输出映射对小波神经网络进行训练，它的输入量

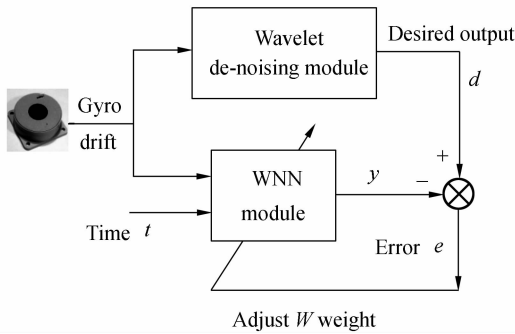


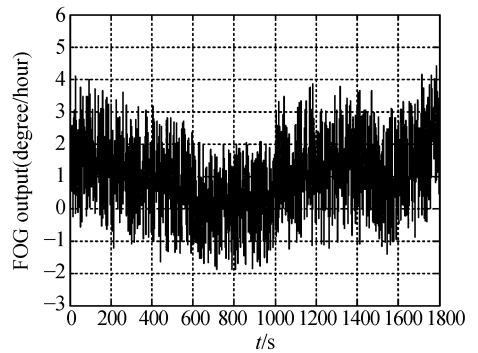
图 1 光纤陀螺漂移误差辨识原理图

Fig. 1 Schematic diagram of drift identification

是光纤陀螺测量输出  $X$  和时间序列  $T$ ，采用有导

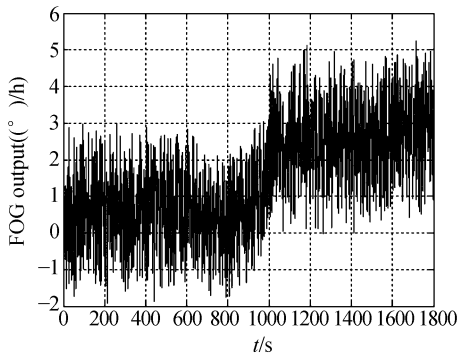
师训练方法的小波神经网络期望输出是由小波消噪模型处理后得到的消噪信号。根据期望输出与小波神经网络输出的误差  $e$  调整网络权值  $\omega$ 。

不同环境条件下测量得到的 FOG 漂移趋势是不同的，如图 2 所示，(a)和(b)分别是在不同时刻测量得到的光纤陀螺漂移误差数据，可见两次测量的漂移误差趋势不同，具有很大的随机性。虽然从时域上分析具有很大差别，但是在频域上它们具有相同的低频成分。因此可以采用大量样本对小波神经网络进行训练，达到容许误差后就可以预测相似频域特征的漂移误差而不受实验环境条件的限制。



(a) 漂移误差数据 1

(a) Data of drift errors No. 1



(b) 漂移误差数据 2

(b) Data of drift errors No. 2

图 2 光纤陀螺漂移误差数据

Fig. 2 Data of FOGs drift errors

## 3 小波消噪

小波分析具有良好的时频局部化性能，相对于传统的傅里叶变换表现出强大的优势，它能够在去除大部分噪声的同时，保留信号的瞬态特征。

本文采用非线性小波变换阈值法对光纤陀螺输出漂移信号进行消噪,过程如下<sup>[6]</sup>:

(1)对长度为 $U$ 的含噪声信号 $X$ ,设 $U=2^M$ ,选择一个小波并确定小波分解尺度 $N$ ,对信号进行 $N$ 层小波分解,利用正交小波变换的快速算法获得低分辨率 $R(0 \leq R < M)$ 下的尺度系数 $\{v_{R,c}, c=1, \dots, 2^R\}$ ,及各分辨率下小波系数 $\{\delta_{z,c}, z=R, R+1, \dots, M-1, c=1, \dots, 2^M\}$ 。

(2)对小波系数进行非线性阈值处理。保留所有低频系数 $v_{R,c}$ ,取阈值 $\mu = \sigma \sqrt{21gU}$ ,其中 $\sigma$ 是噪声信号的标准差。对每个小波系数采用软阈值方法进行处理

$$\bar{\delta}_{z,c} = \begin{cases} \delta_{z,c} - \mu & \delta_{z,c} \geq \mu \\ 0 & |\delta_{z,c}| < \mu \\ \delta_{z,c} + \mu & \delta_{z,c} \leq -\mu \end{cases}, \quad (1)$$

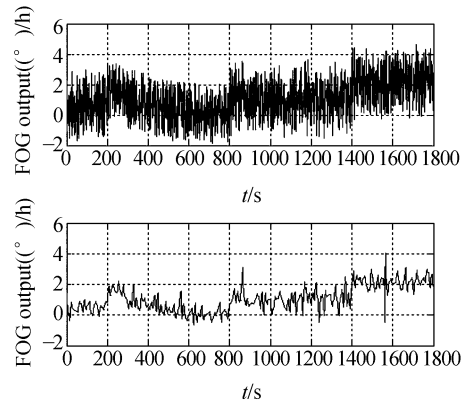
(3)由所有低频尺度系数和经过阈值处理后的小波系数做逆小波变换进行重构,得到消噪后的信号估计值。

根据实际需要确定小波分解尺度 $N=3$ ,采用3尺度小波分解可以保证在降噪过程中保留大部分有用信息而不改变光纤陀螺漂移信号的低频成分,并应用“db4”小波函数将光纤陀螺测量信号从时域转换到小波域,小波消噪只是用于小波神经网络模型训练期间作为期望输出。3尺度小波消噪结果如图3(a)和(b)所示,为两种不同漂移误差数据消噪结果,从图中可以看出高频噪声被滤除而保留了有用的低频信号。

## 4 小波神经网络

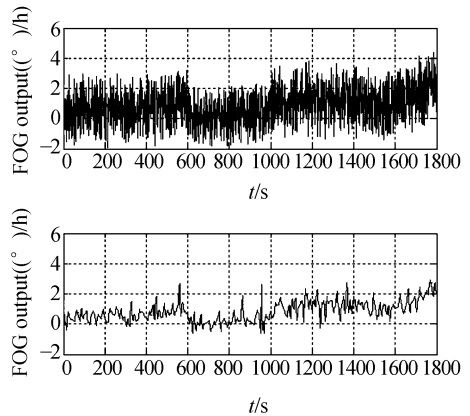
神经网络依据激励函数的不同,可分为全局逼近神经网络和局部逼近神经网络。文献[7]中Poggio和Girosi指出:传统的采用Sigmoid激励函数的多层感知器并不是函数的最好逼近,由于激励函数的全局性,导致每个输入节点都将影响每个输出节点,使得激励函数在输入空间相互重叠,造成网络的收敛速度过慢,易陷入局部最小,且全局逼近神经网络各层均为非线性自适应。相比之下局部逼近神经网络的输入层到隐含层为固定非线性,从隐含层到输出层为线性自适应,因此,训练速度得到提高。径向基函数神经网络是典型的局部逼近神经网络,它采用Gauss函数作为激励函数,由于径向基函数的非正交性,其逼近

函数的表达式并不唯一。采用完全正交的局部函数作为激励函数,具有更大的优越性,这就是小波神经网络。



(a) 漂移误差数据和小波消噪数据 1

(a) Original and wavelet de-noising data of drift errors No. 1



(b) 漂移误差数据和小波消噪数据 2

(b) Original and wavelet de-noising data of drift errors No. 2

图3 漂移误差数据和小波消噪数据

Fig. 3 Original and wavelet de-noising data of drift errors

### 4.1 小波神经网络结构

小波变换的思想是用一簇函数去逼近信号或函数,这簇信号称为小波系,它是通过母小波经伸缩和平移得到的

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - n), m, n \in Z, \quad (2)$$

如果 $\varphi(t)$ 是 $\psi(t)$ 对应的尺度函数,由多分辨率分析理论可知,对任意函数 $f(t) \in L^2(R)$ ,有如下表达式<sup>[8]</sup>:

$$f(t) \approx \sum_{n \in z} \langle f, \varphi_{M,n} \rangle \varphi_{M,n}(t) = \sum_{n \in z} \omega_n \varphi_{M,n}(t), \quad (3)$$

那么多输入多输出系统实现映射  $y: R^n \rightarrow R^m$ , 小波神经网络方程可表示为

$$d_i(k) = y_i(k) + e_i(k) = \sum_{l=1}^L \omega_{il} h_l(k) + e_i(k), \quad (4)$$

$$h_l(k) = \varphi\left(\sum_{j=1}^n a_{lj} x_j(k) - b_l\right), \quad (5)$$

其中  $j=1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为小波神经网络的输入层神经元个数;  $l=1, 2, \dots, L$ ,  $L$  为隐层神经元个数,  $i=1, 2, \dots, m$ ;  $m$  为输出层神经元数;  $a_{lj}$  为隐层第  $l$  个神经元与第  $j$  个输入神经元的连接权, 也是小波函数的伸缩因子;  $b_l$  是小波神经元的阈值, 也称平移因子;  $\omega_{il}$  是第  $i$  个输出与第  $l$  个隐层神经元的连接权。  $n$  维输入  $m$  维输出的小波神经网络拓扑结构如图 4 所示。

#### 4.2 小波神经网络的学习算法

现有的小波神经网络的学习算法以梯度下降类算法为主<sup>[8-12]</sup>, 它具有算法结构清晰、计算量小的优点, 但是存在收敛速度慢等问题。在大量的改进算法中, 最小二乘法及增广卡尔曼滤波法应用比较广泛<sup>[13]</sup>, 但是此类算法在网络学习过程中需要大量矩阵运算, 特别是矩阵求逆运算, 增大了计算量, 限制了网络的规模。本文采用的最小二乘算法是基于单个权值的单参数局部化, 带遗忘因子的递推最小二乘(DRLS)算法, 在保持了辨

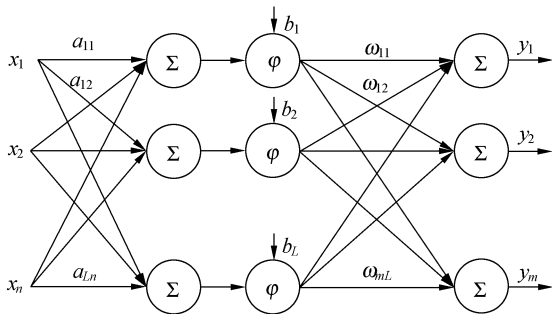


图 4 三层小波神经网络拓扑结构

Fig. 4 Topological structure of 3-layer wavelet network

识类算法的收敛快速和精度高的前提下, 减少了算法的计算量, 解决了矩阵求逆问题, 提高了小波神经网络的实时性能。

网络方程如式(4)所示, 为了进行单个权值

$\omega_{ia}$  的更新, 假定其余的权值  $\omega_{il}, l \neq a$  均取上一时刻的估计值  $\hat{\omega}_{il}(k-1)$  并令

$$\rho_i(k) = \sum_{l \neq a} \omega_{il}(k) h_l(k) = \sum_{l \neq a} \hat{\omega}_{il}(k-1) h_l(k), \quad (6)$$

则可以得到

$$d_i(k) = \omega_{ia}(k) h_a(k) + \rho_i(k) + e_i(k), \quad (7)$$

给定训练样本集  $\{x(j), d(j) | j=1, 2, \dots, k\}$ , 便给定了  $\{h(j) | j=1, 2, \dots, k\}$ , 令最小二乘指标为

$$J(\omega_{ia}(k)) = \sum_{j=1}^k e_i^2(j) \lambda^{k-j}, \quad (8)$$

其中  $0 < \lambda \leq 1$  为遗忘因子, 令  $\partial J / \partial \omega_{ia}(k) = 0$ , 得到如下正则方程

$$-2 \sum_{j=1}^k [d_i(j) - \omega_{ia}(j) h_a(j) - \rho_i(j)] h_a(j) \lambda^{k-j} = 0, \quad (9)$$

解得

$$\omega_{ia}(k) = S_a^{-1}(k) T_{ia}(k), \quad (10)$$

$$S_a(k) = \lambda S_a(k-1) + h_a^2(k), \quad (11)$$

$$T_{ia}(k) = \lambda T_{ia}(k-1) + h_a(k) [d_i(k) - \rho_i(k)], \quad (12)$$

令  $U_a(k) = S_a^{-1}(k)$ , 经变换得到

$$U_a(k) = \lambda^{-1} U_a(k-1) - \lambda^{-1} U_a(k) U_a(k-1) h_a^2(k), \quad (13)$$

将式(12)、(13)代入(10)得

$$\omega_{ia}(k) = \omega_{ia}(k-1) + U_a(k) h_a(k) e_i(k), \quad (14)$$

综合上述各式, 得到对网络权值进行逐个辨识的带遗忘因子的动态递推最小二乘算法(DRLS)如下:

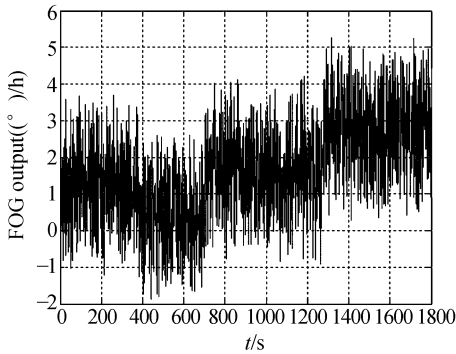
$$\begin{cases} \omega_{ia}(k) = \omega_{ia}(k-1) + U_a(k) h_a(k) e_i(k) \\ U_a(k) = \lambda^{-1} U_a(k-1) [1 + \lambda^{-1} U_a(k-1) h_a^2(k)]^{-1} \\ e_i(k) = d_i(k) - \sum_{l=1}^n \omega_{il}(k-1) h_l(k), \end{cases} \quad (15)$$

由式(15)可以看出该算法不进行矩阵运算, 因而计算量大大减小。

## 5 仿真结果和分析

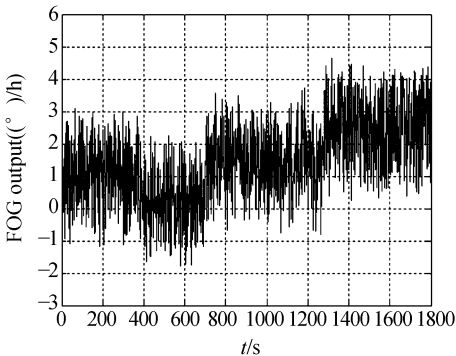
对于 E-Core-2000 型号的光纤陀螺, 分辨率  $0.01^\circ/\text{s}$ , 偏置稳定性小于  $2^\circ/\text{h}$ , 在  $100 \text{ Hz}$  带宽时测量角速率达  $100^\circ/\text{s}$ 。在不同的时间和不同的采样周期下对光纤陀螺进行测试, 这样有利于得到

各种不同条件下的样本,采样时间 1 800 s,选用 Mexico 基小波函数  $\psi(t) = (1-t^2)\exp(-t^2/2)$ ,  $\varphi(t) = \exp(-t^2/2)$ 。选定小波网络隐层神经元个数为 30,训练误差精度 0.001,网络参数  $\lambda = 0.63$ ,采集 265 个不同条件下光纤陀螺输出数据作为样本数据,抽取 180 个数据作为模型训练数据,其余 85 个作为模型校验。用本文提出的方法,对光纤陀螺漂移误差进行辨识的数据对比如图 5 所示,其中图 5(a)和(c)是漂移误差原始测量数据,从图中可以看出漂移数据具有很大的随



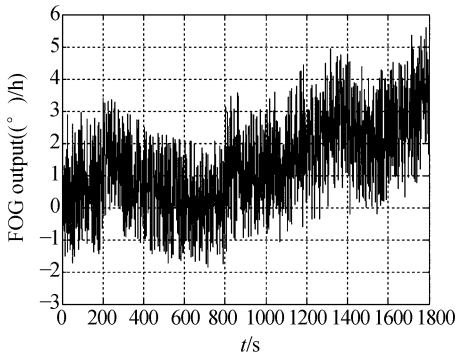
(a) 漂移误差数据 1

(a) Data of drift errors No. 1



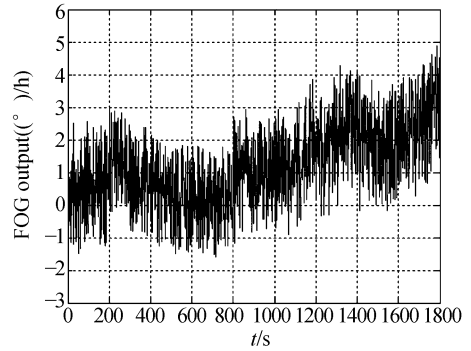
(b) 小波神经网络辨识数据 1

(b) Wavelet network identifying data No. 1



(c) 漂移误差数据 2

(c) Data of drift errors No. 2



(d) 小波神经网络辨识数据 2

(d) Wavelet network identifying data of drift errors No. 2

图 5 光纤陀螺漂移误差数据和小波网络辨识数据比较

Fig. 5 Comparison of drift data and wavelet network identifying data of drift errors

机性,并且受到严重的噪声干扰,采用小波消噪方法可消除高频噪声,并作为小波神经网络的期望输出。由于网络训练时采用带遗忘因子的递推最小二乘学习算法,它不进行矩阵运算,减少了计算量,特别适合于处理复杂非线性系统。小波网络辨识结果如图 5(b)和(d)所示,从两者的比较中看出,采用多分辨小波分析和小波神经网络两个模型的方法辨识的漂移误差与实际信号吻合的较好,辨识误差在 1.5% 以内。由于数据量大,在网络权系数学习的过程中,为了加快训练速度,采用实测数据对神经网络的权系数进行初始化,从而使网络输出很快地逼近期望输出,因此小波神经网络具有学习速度快的特点,能够有效、准确、快速地对漂移进行辨识。

## 6 结 论

漂移是存在于光纤陀螺系统中使得输出信号产生较大偏置误差的一种不可忽略因素,对其进行准确地辨识漂移并有效地进行补偿直接关系到惯性导航系统的测量精度,本文提出了采用小波消噪和小波神经网络两个模型对光纤陀螺漂移误差进行辨识的方法,在消除高频噪声影响后,针对模型的随机性,利用神经网络的自学习、自适应和非线性的特性可以有效地对漂移误差进行辨识,辨识误差在 1.5% 以内,而且基于 DRSL 算法的神经网络模型结构简单,计算量小,易于编程实现。实验结果表明,这种方法不受环境条件变化

的影响,具有一定的工程使用价值,为在实际惯性 导航系统中的应用打下基础。

### 参考文献:

- [1] 张文博,范大鹏,张智永,等. 光电稳定跟踪装置中微机电陀螺应用研究[J]. 光学 精密工程, 2006, 14 (4): 689-696.  
ZHANG W B, FAN D P, ZHANG ZH Y, *et al.*. Research on application of MEMS gyro to servo system for E-O stabilization and tracking devices [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14 (4): 689-696. (in Chinese)
- [2] 郭喜庆,武克用. 新型陀螺经纬仪的研究与应用[J]. 光学 精密工程, 2001, 9 (2): 182-185.  
GUO X Q, WU K Y. New type gyro-theodolite and its applications [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2001, 9 (2): 182-185. (in Chinese)
- [3] BIAN H W, LI A, ZHU T, *et al.*. Estimator for fiber optical gyro drift using projection pursuit learning network [J]. *Journal of System Simulation*, 2006, 18 (4): 1033-1037.
- [4] RASHAD S, ABOELMAGD N. A neural network model of optical gyros drift errors with application to vehicular navigation [J]. *SPIE*, 2004, 5558: 13-20.
- [5] ALGRAIN M C, EHLERS D E. Novel Kalman filtering method for the suppression of gyroscope noise effects in pointing and tracking systems [J]. *J. Opt. Eng.*, 1995, 34 (10): 3016-3030.
- [6] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,2005.  
SUN Y K. *Wavelet Analysis and Application* [M]. Beijing: China Machine Press, 2005. (in Chinese)
- [7] POGGIO T, GIROSI F. Networks for approximation and learning [C]. *Proceedings of the IEEE*, 1990, 78 (9): 1481-1497.
- [8] ZHANG J, WALTER G, MIAO Y, *et al.*. Wavelet neural networks for function learning [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1995, 43 (6): 1485-1497.
- [9] ZHANG Q, BENVENISTE A. Wavelet networks [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1992, 3 (6): 889-898.
- [10] 刘建春,王正欧. 一种小波神经网络的快速学习算法及其应用[J]. 天津大学学报, 2001, 34 (4): 455-458.  
LIU J CH, WANG ZH O. Fast learning algorithm of wavelet neural networks and its application [J]. *Journal of Tianjin University*, 2001, 34 (4): 455-458. (in Chinese)
- [11] 许廷发,韦岗,倪国强. 基于并行结构的 Gabor 小波神经网络算法及应用[J]. 光学 精密工程, 2006, 14 (2): 247-250.  
XU T F, WEI G, NI G Q. Gabor wavelet neural network algorithm based on parallel structure [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14 (2): 247-250. (in Chinese)
- [12] 王义文,刘献礼,谢晖. 基于小波变换的显微图像清晰度评价函数及 3-D 自动调焦技术[J]. 光学 精密工程, 2006, 14 (6): 1063-1069.  
WANG Y W, LIU X L, XIE H. A wavelet-based focus measure and 3-D autofocus for microscope images [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14 (6): 1063-1069. (in Chinese)
- [13] BITTANTI S, SAVARESI S M. On the parametrization and design of an extended Kalman filter frequency tracker [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45 (9): 1718-1724.

作者简介:李 颖(1979—),女,黑龙江呼玛人,哈尔滨工业大学航天学院博士研究生,主要从事光纤陀螺信号处理方面的研究。E-mail: liying0429@163.com