

文章编号 1004-924X(2008)01-0071-05

压电悬臂梁发电装置的建模与仿真分析

阚君武¹, 唐可洪¹, 王淑云², 杨志刚¹, 贾杰¹, 曾平¹

(1. 吉林大学机械科学与工程学院, 吉林 长春 130025; 2. 吉林大学数学学院, 吉林 长春 130025)

摘要:建立了单、双晶压电梁发电能力的仿真分析模型,研究了结构尺寸、激励方式及材料性能等对其发电能力的影响规律。研究表明,在基板材料及激励条件相同时,存在不同的最佳厚度比使单、双晶压电梁发电能力最大,双晶梁的最大发电量约为单晶梁的2倍。基板材料不同时,最佳厚度比随杨氏模量比增加而减小,铝、钼基板构成的单、双晶压电梁的最佳厚度比分别为(0.7, 0.35)和(0.45, 0.2)。在相同的厚度比及外界激励条件下,杨氏模量比对两种压电梁发电能力的影响不同,杨氏模量比低于3.3时,双晶梁的发电量均大于单晶梁。

关键词:压电悬臂梁;发电;建模**中图分类号:** TN384 **文献标识码:** A

Modeling and simulation of piezoelectric cantilever generators

KAN Jun-wu¹, TANG Ke-hong¹, WANG Shu-yun², YANG Zhi-gang¹, JIA Jie¹, ZENG Ping¹(1. *College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China;**2. College of Mathematics, Jilin University, Changchun 130025, China)*

Abstract: In order to enhance the energy-generating capability of a piezoelectric cantilever generator with given dimensions, the analysis models were established to simulate the influence of the exciting method, structural parameters as well as material properties of the piezoelectric cantilevers on energy generation. The research results show that there are different Optimal Thickness Ratios (OTRs) for the Piezoelectric Monomorph Cantilever Generator (PMCG) and Piezoelectric Bimorph Cantilever Generator (PBCG) to obtain maximal electrical energy in the same dimension and excitation, and the maximal energy generated from the PBCG is about twice as much as that from the PMCG. With the increasing of the Young's Modulus Ratio (YMR), both of the OTRs of the two generators decrease. When aluminum and molybdenum plates are used for substrate, the PBCG and the PMCG achieve the OTRs of (0.7, 0.35) and (0.45, 0.2), respectively. With the same thickness ratio (0.5) and external excitation, YMR exerts different influences on energy generation of the two generators, and the PBCG generates more electrical energy than the PMCG when YMR is under 3.3.

Key words: piezoelectric cantilever; electrical energy generation; modeling

收稿日期:2007-03-16;修订日期:2007-07-20.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50477003);吉林省科技发展计划项目(No. 20050316-2; No. 20070331)

1 引言

利用环境中的能量及人力发电为便携式微功率电器及无线传感器等提供实时的电能供给已成为国际上的一个研究热点^[1-2]。获得电能的有效方法之一是利用压电^[3-4]、电磁^[5]及静电^[6]原理捕获环境中的机械能。与其它发电原理相比,压电发电的最大优势在于结构简单,易于制作成各种所需尺寸和形状,便于与微系统集成或置于微机电系统的内部。然而,目前压电发电的输出功率依然很有限,严重地阻碍了这一技术的更广泛应用,如何有效地提高压电发电装置的发电能力是未来几年需要解决的关键问题^[1]。

以往的研究表明,压电体的发电能力主要取决于压电振子的结构参数、施加的外力(或加速度)、频率等。通常情况下,环境中的能量很有限,且常见振源的频率远低于压电梁的固有频率,仅 100 Hz 左右^[9]。因此,必须提高有限体积压电发电装置的机电能量转换效率及发电能力,以适应微机电系统及便携电子产品对发电装置体积及功率需求。本文通过理论建模及仿真分析,着重研究压电梁结构、压电片与基板厚度以及激励方式等对其发电能力的影响规律,以提高有限体积压电梁在具体工作环境中的发电能力。

2 压电悬臂梁结构及能量转换原理

压电陶瓷在外电场作用下可发生形变,人们利用这一原理开发了压电泵、精密位移机构^[7-8]等多种驱动器;与之相反,本文则是利用压电体在外力作用下产生电荷的特性构造发电装置。因压电发电装置主要用于微系统或微器件的能源供给,其结构尺度在很大程度上受制于使用空间,因此提高有限尺度下的发电能力尤为重要,但目前尚无有关其结构优化方面的研究报导。本文以图 1 所示的单晶和双晶压电梁为研究对象,重点分析在给定外力或端部位移的激励方式下金属基板厚度及其材料性能等对发电能力的影响。两类压电梁外形尺寸相同,长宽高分别为 L 、 W 和 h ,并用下标 mo 和 bi 分别代表单晶梁和双晶梁,下标 p 和 m 分别代表压电片和基板。

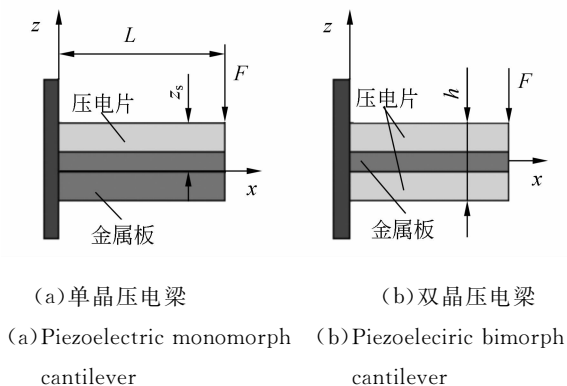


图 1 压电悬臂梁结构简图

Fig. 1 Structure schematic diagrams of piezoelectric cantilever

现将金属基板厚度 h_m 与总厚度 h 的比值定义为厚度比,即 $\alpha = h_m/h$,则压电片厚度分别为:

$$\begin{cases} h_{p,mo} = (1-\alpha)h \\ h_{p,bi} = (1-\alpha)h/2 \end{cases}, \quad (1)$$

显然,当压电梁端部的作用力或位移一定时,所产生的应力和应变是 α 的函数,且理论上存在最佳的 α 使其发电能力最大。根据材料的弹性理论,压电片的应力和应变的关系为^[13]:

$$T_p = E_p(S_1 - g_{31}D_3), \quad (2)$$

$$E_3 = -g_{31}T_p + \beta_{33}^T D_3, \quad (3)$$

式中, $S_1 = -\rho z$ 和 T_p 分别为 x 方向的应变和应力, ρ 是曲率半径, g_{31} 是压电电压常数, E_p 是压电材料的杨氏模量, D_3 和 E_3 分别为 z 方向的电位移和电场强度, $\beta_{33}^T = 1/\epsilon_{33}^T$ 是介电隔离率, $\epsilon_{33}^T = 1300\epsilon_0$ 是 z 方向的介电常数。

3 理论模型的建立

压电梁端部受外力作用时会引起弯曲变形,从而在其表面产生电荷,而电量的多少取决于其应力分布状态或变形形状。对于对称结构的双晶梁,变形后的中介层即为其几何中心层,其上表面到中介层的距离为 $z_{s,bi} = h/2$;对于非对称结构的单晶梁,压电片和金属基板以图 1 中 x 轴为公共中介面弯曲,可利用 Euler-Bernoulli 方法确定其上表面到中介层的距离^[6],即:

$$z_{s,mo} = \frac{E_p \frac{h_p^2}{2} + E_m h_m (h_p + \frac{h_m}{2})}{E_p h_p + E_m h_m} = \frac{h(1-\alpha)^2 + \alpha\beta(2-\alpha)}{2(1-\alpha + \alpha\beta)}, \quad (4)$$

式中, $\beta = E_m/E_p$ 为杨氏模量比, E_m 是金属基板的杨氏模量。当压电梁自由端受外力作用时,力矩方程为:

$$M = n \int_0^W \int_{z_s-h_p}^{z_s} z T_p dy dz + \int_0^W \int_{-h+z_s}^{z_s-h_p} z T_m dy dz = (x-L)F, \quad (5)$$

式中, n 是压电片的数量, $T_m = E_m S_1$ 是基板在 x 方向的应力。由式(5)可得压电梁曲率半径:

$$\begin{cases} \rho_{mo} = -\frac{6}{A_{mo} E_p W h^3} [2(1-\alpha + \alpha\beta)(x-L)F + \alpha(1-\alpha)\beta W h^2 g_{31} E_p D_3] \\ \rho_{bi} = -\frac{3}{A_{bi} E_p W h^3} [4(x-L)F + (1-\alpha^2) W h^2 g_{31} E_p D_3] \end{cases}, \quad (6)$$

式中, $A_{bi} = 1 - \alpha^3 + \alpha^3 \beta$,

$$A_{mo} = \alpha^4 (1-\beta)^2 - 2\alpha(2\alpha^2 - 3\alpha + 2)(1-\beta) + 1.$$

将式(6)代入式(2)后再代入式(3)得电场强度,再将其对 z 积分即为电压:

$$\begin{cases} V_{mo} = \int_{z_{s,mo}-h_p}^{z_{s,mo}} E_3 dz = \frac{(1-\alpha)}{A_{mo} W h} [6\alpha\beta g_{31} (L-x)F + \frac{B_{mo} W h^2 \beta_{33}^T D_3}{(1-\alpha + \alpha\beta)}] \\ V_{bi} = \int_{z_{s,bi}-h_p}^{z_{s,bi}} E_3 dz = \frac{(1-\alpha)}{8A_{bi} W h} [12(1+\alpha)g_{31} (L-x)F + B_{bi} W h^2 \beta_{33}^T D_3] \end{cases}, \quad (7)$$

式中, $k_{31}^2 = E_p g_{31}^2 / \beta_{33}^T$,

$$B_{mo} = A_{mo} (1-\alpha + \alpha\beta)(1+k_{31}^2) - 3\alpha^2 (1-\alpha)\beta^2 k_{31}^2,$$

$$B_{bi} = -3(1-\alpha)(1+\alpha)^2 k_{31}^2 + 4A_{bi}(1+k_{31}^2).$$

式(7)可写成电位移的表达式,即:

$$\begin{cases} D_{3,mo} = \frac{(1-\alpha + \alpha\beta)}{(1-\alpha)\beta_{33}^T B_{mo} W h^2} [6\alpha(1-\alpha)\beta g_{31} (x-L)F + A_{mo} h W V] \\ D_{3,bi} = \frac{4}{(1-\alpha)\beta_{33}^T B_{bi} W h^2} [3(1-\alpha^2)g_{31} (x-L)F + 2A_{bi} h W V] \end{cases}. \quad (8)$$

将电位移对面积积分,可得压电片电极上生成的电荷量。因电极处于等位面上,电压不随压

电梁长度变化,则产生的电荷量为:

$$\begin{cases} Q_{mo} = \int_0^W \int_0^L D_{3,mo} dy dx = \frac{(1-\alpha + \alpha\beta)L^2}{\beta_{33}^T B_{mo} h^2} [-3\alpha\beta g_{31} F + \frac{A_{mo} W h V}{(1-\alpha)L}] \\ Q_{bi} = 2 \int_0^W \int_0^L D_{3,bi} dy dx = \frac{4L^2}{\beta_{33}^T B_{bi} h^2} [-3(1+\alpha)g_{31} F + \frac{4A_{bi} W h V}{(1-\alpha)L}] \end{cases} \quad (9)$$

式(9)为外力及外电场同时存在时的电荷计算公式,对于压电发电装置而言,外加电场为0,因此由外力单独作用时产生的电荷为:

$$\begin{cases} Q_{g,mo} = -\frac{3\alpha\beta(1-\alpha + \alpha\beta)g_{31}L^2}{\beta_{33}^T B_{mo} h^2} F \\ Q_{g,bi} = -\frac{12(1+\alpha)g_{31}L^2}{\beta_{33}^T B_{bi} h^2} F \end{cases}, \quad (10)$$

根据电荷与电压的关系($Q = CV$)及式(9),得压电振子的自由电容:

$$\begin{cases} C_{f,mo} = \frac{(1-\alpha + \alpha\beta)A_{mo} W L}{(1-\alpha)\beta_{33}^T B_{mo} h} \\ C_{f,bi} = \frac{16A_{bi} L W}{(1-\alpha)\beta_{33}^T B_{bi} h} \end{cases}. \quad (11)$$

根据式(10)及式(11)得开路电压为:

$$\begin{cases} V_{g,mo} = -\frac{3\alpha(1-\alpha)\beta g_{31} L F}{A_{mo} W h} \\ V_{g,bi} = -\frac{3(1-\alpha^2)g_{31} L F}{4A_{bi} W h} \end{cases}. \quad (12)$$

根据电能的计算公式 $U_g = Q_g V_g / 2$,有:

$$\begin{cases} U_{g,mo}(F) = \frac{9(1-\alpha)(1-\alpha + \alpha\beta)\alpha^2 \beta^2 k_{31}^2 L^3}{2A_{mo} B_{mo} E_p W h^3} F^2 \\ U_{g,bi}(F) = \frac{9(1-\alpha)(1+\alpha)^2 k_{31}^2 L^3}{2A_{bi} B_{bi} E_p W h^3} F^2 \end{cases}. \quad (13)$$

当压电梁的变形来自于给定的端部位移(δ)时, $F = \delta K$,其中 K 为压电梁的等效刚度^[14-15]:

$$\begin{cases} K_{mo} = \frac{W}{4(E_p h_p + E_m h_m)L^3} [E_p^2 h_p^4 + E_m^2 h_m^4 + 2E_p E_m h_p h_m (2h_p^2 + 2h_m^2 + 3h_p h_m)] = \frac{A_{mo} E_p W h^3}{4(1-\alpha + \alpha\beta)L^3} \\ K_{bi} = \frac{W E_p E_m}{4L^3} [\frac{2(3h_m^2 h_p + 6h_m h_p^2 + 4h_p^3)}{E_m} + \frac{h_m^3}{E_p}] = \frac{A_{bi} E_p W h^3}{4L^3} \end{cases}. \quad (14)$$

因此,给定端部位移时压电梁产生的电能为

$$\begin{cases} U_{g,mo}(\delta) = \frac{9(1-\alpha)\alpha^2\beta^2k_{31}^2E_pA_{mo}Wh^3}{32(1-\alpha+\alpha\beta)B_{mo}L^3}\delta^2 \\ U_{g,bi}(\delta) = \frac{9(1-\alpha)(1+\alpha)^2k_{31}^2E_pA_{bi}Wh^3}{32B_{bi}L^3}\delta^2 \end{cases} \quad (15)$$

4 数值模拟与分析

为直观地说明压电梁发电性能的影响因素,分别就两种金属基板构成的压电梁在外力 1.2 N 及端部位移 1.5 mm 的情况进行了发电能力的数值模拟与比较,此时压电片的实际应力均小于其许用应力,并给出了部分相关曲线。计算用压电振子的尺寸为 50 mm×30 mm×0.5 mm,压电片及金属基板的相关性能参数如表 1 所示。

表 1 材料性能参数

Tab. 1 Property parameters of materials

材料	E_p, E_m [10^{10} N/m ²]	g_{31} [10^{-3} Vm/N]	ϵ_0 [10^{-12} F/m]	β
铝	7.3			0.89
钼	34			4.16
PZT-4	8.2	10.6	8.85	

图 2 给出了两种铝基板压电梁在相同外力及端部位移作用下的 $U_g-\alpha$ 关系曲线。图中曲线表明,单、双晶压电梁均存在一个最佳厚度比 α_{opt} (分别为 0.7 和 0.35) 使其发电能力最大,双晶梁产生的最大电能约为单晶梁的 2 倍;激励方式(给定外力或端部位移)对最佳厚度比没有明显的影响。可见,在压电梁总体尺寸以及使其产生形变的条件相同时,双晶梁的发电能力较强。

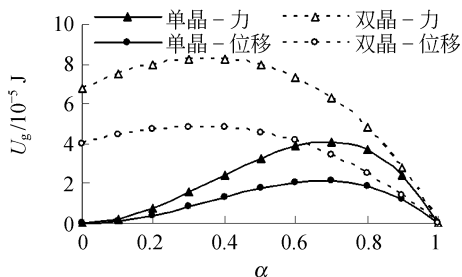


图 2 厚度比对发电能力的影响

Fig. 2 Influence of thickness ratio on energy generation

图 3 给出了压电梁的 $\alpha_{opt}-\beta$ 关系曲线,曲线起点和终点分别对应铝、钼基板压电梁的杨氏模量

比。图中曲线表明, α_{opt} 随 β 增加而降低,钼基板单、双晶梁的最佳厚度比(0.45, 0.20)分别小于铝基板单、双晶梁的最佳厚度比(0.7, 0.35),相同基板单晶梁的最佳厚度比约为双晶梁的 2 倍。因此,当压电梁总体厚度给定时,应根据杨氏模量比确定合理的厚度比。

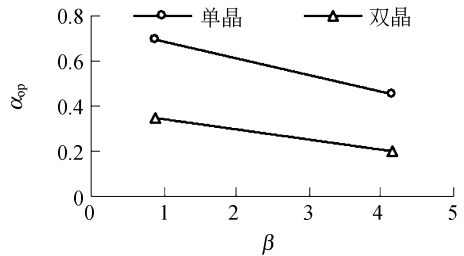


图 3 杨氏模量比对最佳厚度比的影响

Fig. 3 Influence of Young's modulus ratio on optimal thickness ratio

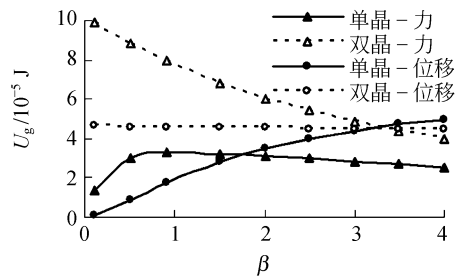


图 4 杨氏模量比对发电量的影响

Fig. 4 Influence of Young's modulus on energy generation

图 4 给出了 $F=1.5$ N、 $\delta=1.5$ mm 及 $\alpha=0.5$ 时,单、双晶的压电梁的 $U_g-\beta$ 关系曲线。图中曲线的变化趋势表明,尽管两种压电梁中所包含压电片的总体厚度以及使其发生形变的激励条件相同,但它们的发电能力及其随杨氏模量比的变化规律不同。当 $\beta < 3.3$ 时,双晶压电梁的发电能力都明显大于单晶梁;仅当 $\beta > 3.3$ 且受相同位移激励时单晶梁的发电能力才大于双晶梁。产生上述现象的原因在于:两种压电梁中压电片在实际变形中的应力分布不同,杨氏模量较低时,双晶梁中压电片的应力大于单晶梁的应力,故此产生的电能较多。鉴于上述分析结果,当使用杨氏模量较低的铝、铜等材料为基板时,不论压电梁的形变是由外力还是端部位移引起的,都应尽量选用双

晶结构以提高发电能力。

5 结 论

本文建立了悬臂型压电梁发电能力的计算模型,并对两种不同基板压电梁进行了模拟仿真与性能影响因素分析。研究表明,压电梁的结构、厚度比及杨氏模量比对其发电能力都有较大影响。基板材料、厚度比及激励条件相同时,双晶梁的发电能力大于单晶梁;取最佳厚度比时,双晶梁的发电量约为单晶梁的2倍。最佳厚度比取决于压电梁的结构和基板材料,同类基板材料单晶

梁的最佳厚度比约为双晶梁的2倍,不同基板材料压电梁的最佳厚度比随杨氏模量比的增加而减小。单、双晶压电梁厚度比相同时,杨氏模量比对其发电能力的影响规律还与激励方式有关。激励条件相同,且 $\beta < 3.3$ 时,双晶梁发电量普遍大于单晶梁;恒力激励时,低杨氏模量比的双晶梁发电量大;恒位移激励时,高杨氏模量比的单晶梁发电量大。

本文建立的模型包含了压电梁的结构、尺度及材料性能参数等,可用于压电梁发电性能的预测、分析及优化设计。

参考文献:

- [1] SODANO H A, INMAN D J, PARK G. A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials [J]. *Shock and Vibration Digest*, 2004,36(3):197-205.
- [2] ERICKA M, VASIC D, COSTA F, *et al.*. Energy harvesting from vibration using a piezoelectric membrane [J]. *J. Phys. IV France*, 2005,128:187-193.
- [3] KIM S, CLARK W W, WANG Q M. Piezoelectric energy harvesting using a diaphragm structure [J]. *SPIE*, 2003,5055:307-318.
- [4] SODANO H A, PARK G, LEO D J, *et al.*. Use of piezoelectric energy harvesting devices for charging batteries [J]. *SPIE*, 2003,5050:101-108.
- [5] GLYNNE-JONES P, TUDOR M J, BEEBY S P, *et al.*. An electromagnetic, vibration-powered generator for intelligent sensor systems [J]. *Sensors and Actuators A*, 2004,110:344-349.
- [6] MITCHESON P D, MIAO P, STARK B H, *et al.*. MEMS electrostatic micropower generator for low frequency operation [J]. *Sensors and Actuators A*, 2004,115:523-529.
- [7] KAN J W, XUAN M, LIU G, *et al.*. Performance of a serial-connection multi-chamber piezoelectric micropump [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005,13(5):535-541.
- [8] 曾平,温建明,程光明,等.新型惯性式压电驱动机构的研究[J]. *光学精密工程*, 2006,14(4):623-627.
ZENG P, WEN J M, CHENG G M, *et al.*. Research on novel inertial piezoelectric actuator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(4):623-627. (in Chinese)
- [9] ROUNDY S, WRIGHT P K, RABAEY J. A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes [J]. *Computer Communications*, 2003,26:1131-1144.
- [10] ROUNDY S. On the effectiveness of vibration-based energy harvesting [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2005,16: 809-823.
- [11] KIM H W, BATRA A, PRIYA S, *et al.*. Energy harvesting using a piezoelectric cymbal transducer in dynamic environment [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2004,43(9A):6178-6183.
- [12] LESIEUTRE G A, OTTMAN G K, HOGMANN H F. Damping as a result of piezoelectric energy harvesting [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004,269:991-1001.
- [13] AYERS J P, GREVE D W, OPPENHEIM I J. Energy scavenging for sensor applications using structural strains [J]. *SPIE*, 2003,5057:364-375.
- [14] CAMPBELL G A, MUTHARASAN R. Sensing of liquid level at micron resolution using self-excited millimeter-sized PZT-cantilever [J]. *Sensors and Actuators A*, 2005,122:326-334.
- [15] WANG Q M, CROSS L E. Constitutive equations of symmetrical triple layer piezoelectric benders [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 1999,46(6):1343-1351.

作者简介:阚君武(1965—),男,吉林榆树人,副教授,主要从事压电驱动与控制技术研究。E-mail: kanjw@jlu.edu.cn

通讯作者:唐可洪(1952—),吉林长春人,副教授,主要从事压电驱动与控制技术研究。E-mail: tangkh@jlu.edu.cn