

文章编号 1004-924X(2011)12-3064-10

## 用概率假设密度滤波实现同步定位与地图创建

杜航原\*, 郝燕玲, 赵玉新, 杨永鹏

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**针对杂波环境中传统同步定位与地图创建(SLAM)算法无法有效表达传感器多种信息以及容易发生错误数据关联的问题,提出一种基于概率假设密度滤波的 SLAM 算法。该算法将每一时刻传感器的观测信息和环境地图表示为随机有限集,建立联合目标状态变量;通过概率假设密度(PHD)滤波对机器人位姿和环境地图状态进行同时估计,并利用粒子滤波实现 PHD 滤波。在进行目标状态提取时,为避免聚类算法引入的误差,对粒子集进行时滞输出。提出的 SLAM 算法能准确表达观测的不确定性、漏检以及杂波引起的虚警等多种传感器信息,且避免了数据关联过程,使系统状态估计更接近真实值。仿真实验结果表明:与传统 SLAM 算法相比,新算法的机器人定位及环境构图精度提高了 50% 以上,为杂波环境下 SLAM 问题的研究提供了新的途径。

**关键词:**同步定位与地图创建;随机有限集;概率假设密度滤波;粒子滤波;目标状态提取

**中图分类号:**TP242.6 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111912.3064

### Implementation of SLAM by probability hypothesis density filter

DU Hang-yuan\*, HAO Yan-ling, ZHAO Yu-xin, YANG Yong-peng

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

\* Corresponding author, E-mail: dhy6957901@126.com

**Abstract:** Traditional Simultaneous Localization and Mapping(SLAM) algorithm is lack of the ability to describe multiple sensor information accurately in a clutter environment, and it is prone to false data association. Therefore, this paper proposes a SLAM algorithm based on Probability Hypothesis Density (PHD) filter to deal with these problems. By taking the sensor observation and environmental map as random finite sets in every time step, a joint target state variable is constructed. Then, with the Probability Hypothesis Density(PHD) filtering, the poses and environmental map of the robot are estimated simultaneously and the PHD filter is realized by a particle filter. To avoid the error caused by cluster, a time-delay particle set outputting approach is proposed for joint target state extracting. The new algorithm can describe the observation uncertainty, loss detecting, false alarm due to a clutter and other sensor information accurately, and also can avoid the data association, by which the system state estimation is closer to real values. The simulation results show that the accuracy of the new algorithm in the vehicle localization and mapping is improved by more than 50% as compared with that of traditional SLAM algorithm. It provides a new solution

收稿日期:2011-06-02;修订日期:2011-08-18.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60904087);黑龙江省博士后科研启动基金资助项目(No. LBH-Q09127)

for SLAM problems in the clutter environment.

**Key words:** Simultaneous Localization and Mapping(SLAM); random finite set; probability hypothesis density filter; particle filter; target state extraction

## 1 引言

同步定位与地图创建(Simultaneous Localization and Mapping, SLAM)是指未知环境中的机器人在行进过程中依靠自身传感器逐步地建立环境地图,同时利用地图进行自身定位的过程。在这个过程中,机器人可对自身位姿和环境中的特征状态进行在线估计,并且无需环境的先验信息。SLAM最早由 Smith Self 和 Cheeseman<sup>[1]</sup>提出,在过去的二十几年中,SLAM 问题成为机器人领域的一个热点问题,并获得了丰硕的成果。

目前 SLAM 的解决方法大致可分为:基于卡尔曼滤波的随机映射法<sup>[2-4]</sup>;基于粒子滤波的 FastSLAM 算法<sup>[5-7]</sup>;基于平滑算法的 iSAM 方案<sup>[8]</sup>;基于子地图分解的解耦算法<sup>[9-10]</sup>;混合算法<sup>[11]</sup>和基于智能算法的 SLAM 方案<sup>[12-13]</sup>。以上算法有一个共同的特点,即都使用联合随机状态向量(即向量序列形式)对每一时刻机器人位姿和环境特征状态的后验概率分布进行估计,这种向量序列表示方式带来了以下问题:首先,必须解决数据关联问题,这也是 SLAM 的难题之一;第二,需要引入特征管理算法对特征排列顺序进行整理;此外,这种表示方式无法有效表达传感器的漏检、虚警以及观测的不确定性。

随机有限集(Random Finite Set, RFS)理论是近年来多目标跟踪领域的研究热点,根据 RFS 理论把当前时刻的所有目标状态看作一个状态 RFS 变量,把所有观测值作为一个观测 RFS 变量,进而推导出了全体多目标联合后验概率密度的最优贝叶斯估计迭代公式<sup>[14-15]</sup>。针对目标数目较大时后验概率密度的多维积分难以计算的问题, Mahler 提出了概率假设密度(Probability Hypothesis Density, PHD)滤波,也称为“一阶统计矩”滤波。PHD 滤波以递推形式估计多目标随机集后验概率密度的一阶统计矩以代替后验概率密度函数,并以此估计目标的状态和数目<sup>[16-17]</sup>,使计算量得以降低。

本文利用随机有限集理论对 SLAM 问题建

模,将每一时刻所有特征观测值看作一个观测 RFS 变量,将机器人位姿的采样值和地图特征状态作为联合目标状态 RFS 变量,利用 PHD 滤波对联合状态后验分布进行估计,并使用粒子滤波(Particle Filter, PF)实现 PHD 滤波,将这种 SLAM 算法称为 PHD-SLAM。在此基础上,还提出一种基于粒子集时滞输出的目标状态提取方法,提高了杂波环境中状态估计的可靠性。这种基于 PHD 滤波的 SLAM 算法避免了数据关联处理,同时有效表达了观测信息的不确定性和杂波引起的传感器虚警,克服了传统 SLAM 算法存在的缺陷,能提高机器人定位和环境构图精度。在仿真实验中对新的 SLAM 算法和传统 SLAM 算法的估计性能进行了对比分析。

## 2 多目标 PHD 滤波原理

### 2.1 多目标跟踪问题的 RFS 模型

随机集是对概率论中随机变量概念的推广,是指取值为集合的随机元。当随机集的集合元素即随机矢量取有限值时称为随机有限集。

建立多目标随机有限集模型可以涵盖如目标的数目、运动、属性、产生、衍生和消失等多种多目标状态信息。假定  $k$  时刻多目标状态用一个 RFS 记作  $\mathbf{X}_k$ ,则  $k+1$  时刻的 RFS 表示为<sup>[14]</sup>:

$$\mathbf{X}_{k+1} = S_{k+1|k}(\mathbf{X}_k) \cup B_{k+1|k}(\mathbf{X}_k) \cup \mathbf{I}_{k+1}, \quad (1)$$

式中  $S_{k+1|k}(\mathbf{X}_k)$  表示  $k$  时刻的状态 RFS  $\mathbf{X}_k$  中在  $k+1$  时刻仍然存在的 RFS;  $B_{k+1|k}(\mathbf{X}_k)$  表示由  $\mathbf{X}_k$  衍生的状态 RFS;  $\mathbf{I}_{k+1}$  表示  $k+1$  时刻新生目标对应的状态 RFS。同时,多目标观测 RFS 可以涵盖如观测噪声、视场、检测概率及虚警等传感器特征,利用 RFS 可将  $k$  时刻多目标观测集合描述为:

$$\mathbf{Z}_k = \Theta_k(\mathbf{X}_k) \cup \mathbf{K}_k, \quad (2)$$

式中:  $\Theta_k(\mathbf{X}_k)$  表示来源于真实目标的观测 RFS;  $\mathbf{K}_k$  表示由于杂波产生的虚警观测 RFS。假设式(1)和式(2)中每个集合是相互独立的。

与单目标贝叶斯估计类似,基于 RFS 理论的多目标跟踪问题以贝叶斯模型为基础,通过对每

一时刻多目标联合概率密度函数进行迭代计算,实现对多目标的状态估计。

## 2.2 PHD 滤波原理

随着目标数目增加,基于 RFS 理论的多目标贝叶斯迭代过程计算量呈指数增长,难以直接用于多目标跟踪问题。为此, Mahler 提出使用 PHD 滤波寻求贝叶斯估计的次优解。PHD 滤波对便于计算的多目标概率假设密度进行递归估计,有效降低计算负担<sup>[14,18-19]</sup>。

$D(x)$  表示随机集  $\mathbf{X}$  的 PHD 函数,定义如下:

$$D(x) = E\left[\sum_{y \in \mathbf{X}} \delta_y(x)\right] = \int \sum_{y \in \mathbf{X}} \delta_y(x) p(\mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (3)$$

式中:  $p(\mathbf{X})$  为  $\mathbf{X}$  的概率密度函数。PHD 滤波是传递一个动态点集分布一阶矩的递归过程,包括预测和更新两个阶段:

预测:

$$D_{k+1|k}(x) = \int P_{S,k+1}(\delta) p_{k+1|k}(x | \delta) D_{k|k}(\delta) d\delta + \int b_{k+1|k}(x | \delta) D_{k|k}(\delta) d\delta + \gamma_{k+1}(x), \quad (4)$$

更新:

$$D_{k+1|k+1}(x) = [1 - P_{D,k+1}] D_{k+1|k}(x) + \sum_{z \in Z_{k+1}} \frac{P_{D,k+1}(x) g_{k+1}(z | x) D_{k+1|k}(x)}{\kappa_{k+1}(z) + \int P_{D,k+1}(\delta) g_{k+1}(z | \delta) D_{k+1|k}(\delta) d\delta}, \quad (5)$$

式中  $P_{S,k+1}(\delta)$  表示  $k$  时刻状态为  $\delta$  的目标在  $k+1$  时刻仍然存在的概率;  $p_{k+1|k}(x | \delta)$  表示由  $\delta$  到  $x$  的状态转移概率密度函数;  $b_{k+1|k}(x | \delta)$  表示衍生目标状态随机集  $B_{k+1|k}$  的 PHD;  $\gamma_{k+1}(x)$  表示  $k+1$  时刻新生目标随机集  $\mathbf{I}_{k+1}$  的 PHD;  $P_{D,k+1}(\cdot)$  为传感器检测概率;  $g_{k+1}(z | \cdot)$  表示观测的似然函数;  $\kappa_{k+1}(z)$  表示  $k+1$  时刻杂波产生的虚警随机集  $\mathbf{K}_k$  的 PHD。通过上述迭代可以得到多目标联合后验概率密度函数的一阶统计矩近似解,大大降低了贝叶斯递归过程的计算复杂度。

## 3 基于 PHD 滤波的 SLAM 方案

### 3.1 SLAM 的贝叶斯估计模型

在基于特征的 SLAM 问题中,令  $\mathbf{X}^k = [x_1, \dots, x_k]$  表示机器人行进过程中的历史轨迹,其中

$x_k$  为  $k$  时刻机器人的位姿向量;  $\mathbf{U}^k = [u_0, \dots, u_k]$  表示每一时刻机器人的控制输入变量组成的序列;  $\mathbf{Z}^k = [z_1, \dots, z_k]$  表示机器人利用自身传感器获取的历史观测信息,其中  $z_k$  为  $k$  时刻传感器获得的观测值; 假设环境保持静止,  $\mathbf{M}_k = [m_1, \dots, m_{N_k}]$  表示  $k$  时刻对环境地图的估计,其中  $N_k$  为  $k$  时刻地图中包含的特征数目。SLAM 问题就是要解决对每一时刻如下联合后验概率密度的估计:

$$p_{k+1|k+1}(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^{k+1}, \mathbf{U}^k, x_0). \quad (6)$$

这个概率分布描述的是获得观测信息、控制输入和机器人初始状态后对当前机器人位姿和地图特征状态的联合后验概率密度估计。利用贝叶斯理论对这个联合后验密度进行递归估计,过程如下<sup>[20]</sup>:

预测:

$$p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1}, x_0) = \int p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1}) p(\mathbf{X}^k, \mathbf{M}_k | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k, x_0) dx_k, \quad (7)$$

更新:

$$p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^{k+1}, \mathbf{U}^{k+1}, x_0) = \frac{p(z_{k+1} | x_{k+1}, \mathbf{M}_{k+1}) p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1}, x_0)}{p(z_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1})}, \quad (8)$$

式中:  $p(x_{k+1} | x_k, u_{k+1})$  为机器人运动模型,假设机器人的状态服从马尔科夫过程;  $p(z_{k+1} | x_{k+1}, \mathbf{M}_{k+1})$  为传感器观测模型,在此认为一旦机器人的位姿和环境地图确定后传感器对于特征的观测是独立的。

### 3.2 SLAM 问题的随机有限集建模

在机器人探索过程中,每一时刻传感器获取的观测信息可能包含多个特征的观测,而随着机器人的不断行进,出现在传感器视场中的特征数目是一个随机变量,同时由于杂波和漏检等因素的影响,这些观测的状态值也是随时间变化的。利用随机有限集理论对 SLAM 问题建模,将每一时刻地图特征状态和观测信息理解为随机有限集,而不是传统 SLAM 中的变量序列形式,可以更加有效的表达这种多特征-多观测状态。

假设  $k$  时刻地图状态 RFS 记作  $\mathbf{M}_k$ , 则  $k+1$  时刻地图状态  $\mathbf{M}_{k+1}$  表示为如下形式:

$$\mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{S}_{k+1|k}(\mathbf{M}_k) \cup \mathbf{I}_{k+1}, \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{S}_{k+1|k}(\mathbf{M}_k)$  表示  $k$  时刻的地图状态集  $\mathbf{M}_k$  在  $k+1$  时刻仍然存在的状态随机集;  $\mathbf{\Gamma}_{k+1}$  表示  $k+1$  时刻出现的新特征的状态随机集。由于环境保持静止,在此无需考虑目标衍生的情况,式(9)也可以写成:

$$\mathbf{M}_{k+1} = \mathbf{M}_k \cup \mathbf{\Gamma}_{k+1}, \quad (10)$$

利用随机有限集理论,可将  $k+1$  时刻观测信息表示为以下随机集形式:

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \bigcup_{m \in \mathbf{M}_k} (\Theta_{k+1}(m, \mathbf{x}_{k+1}) \cup \mathbf{K}_{k+1}), \quad (11)$$

其中  $\Theta_k(m, \mathbf{x}_k)$  是由特征  $m$  产生的观测随机集,  $\mathbf{K}_{k+1}$  是由虚警产生的观测随机集。由于漏检的存在,  $\mathbf{Z}_{k+1}$  中包含的集合元素数目可能不同于  $k+1$  时刻实际出现在传感器视场中的特征数。这里假设式(9)~(11)中每个随机有限集是相互独立的。

$$p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^{k+1}, \mathbf{U}^{k+1}, \mathbf{x}_0) = \frac{g(\mathbf{Z}_{k+1} | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1}, \mathbf{x}_0)}{\iint g(\mathbf{Z}_{k+1} | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1}, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_k \mu(d\mathbf{M}_k)}, \quad (13)$$

式中:  $\mu(\cdot)$  为  $\mathbf{M}$  的近似 Lebesgue 测度;  $g(\mathbf{Z}_{k+1} | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1})$  表示给定机器人位姿  $\mathbf{x}_{k+1}$  和地图状态集  $\mathbf{M}_k$ , 传感器产生观测集合  $\mathbf{Z}_k$  的概率密度,即多观测联合似然函数,可由式(14)<sup>[18]</sup>求取:

$$g(\mathbf{Z}_{k+1} | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) = \sum_{w \in \mathbf{Z}_{k+1}} o_{k+1}(\mathbf{W} | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}) c_{k+1}(\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{W}), \quad (14)$$

其中,  $o_{k+1}(\cdot | \mathbf{M}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1})$  为给定机器人位姿  $\mathbf{x}_{k+1}$  和地图状态  $\mathbf{M}_{k+1}$  的情况下由  $\mathbf{M}_{k+1}$  产生观测随机集  $\Theta_{k+1}(m, \mathbf{x}_{k+1})$  的概率密度,也就是由地图随机集中获取一个观测集的似然函数,其中蕴含了观测的不确定性、漏检和观测噪声等多种信息;  $c_{k+1}(\cdot)$  为产生虚警随机集的概率密度函数,通常这个密度由先验知识获得。

### 3.4 概率假设密度 SLAM 滤波

随着特征数目的增加,多观测联合似然函数的计算量会呈指数增长,利用 PHD 滤波在每个滤波时刻不再直接计算多目标随机集合的后验概率密度,转而对后验概率密度函数的一阶矩进行递归估计。

假设地图状态随机有限集  $\mathbf{M}_k$  的概率分布函数为  $P(\mathbf{M}_k)$ , 则  $\mathbf{M}_k$  的概率假设密度  $D(m)$  满足:

### 3.3 基于随机有限集理论的 SLAM 贝叶斯估计

特征  $m$  产生的随机有限集可以视为 Bernoulli RFS<sup>[14]</sup>, 即对于任意  $z \in \mathbf{Z}_k, m \in \mathbf{M}_k$ , 以概率  $P_O(m, \mathbf{x}_k) g_k(z | m, \mathbf{x}_k)$  满足  $\Theta_k(m, \mathbf{x}_k) = \{z\}$ ; 以概率  $1 - P_O(m, \mathbf{x}_k)$  满足  $\Theta_k(m, \mathbf{x}_k) = \phi$ , 其中  $P_O(m, \mathbf{x}_k)$  为机器人在位置  $\mathbf{x}_k$  时传感器观测到一个特征位于位置  $m$  的概率;  $g_k(z | m, \mathbf{x}_k)$  为特征观测  $z$  的联合似然函数。

基于 RFS 理论的 SLAM 后验概率密度贝叶斯估计过程可以表示为:

预测:

$$p(\mathbf{X}^{k+1}, \mathbf{M}_{k+1} | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^{k+1}, \mathbf{x}_0) = \int p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_{k+1}) p(\mathbf{x}^k, \mathbf{M}_k | \mathbf{Z}^k, \mathbf{U}^k, \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (12)$$

更新:

$$\int | \mathbf{M}_k \cap \mathbf{S} | P(d\mathbf{M}_k) = \int_{\mathbf{S}} D(m) dm, \quad (15)$$

$D(m)$  在区域  $\mathbf{S}$  的积分等于落在该区域内的有限集  $\mathbf{M}_k$  中的元素个数的均值,即  $\mathbf{M}_k$  中包含的元素(即特征矢量)数目为  $\hat{N}_M = \text{round}(\int D(m) dm)$ ,  $D(m)$  的  $\hat{N}_M$  个局部极大值点对应的就是地图中每个特征的状态矢量。这样,通过对 PHD 积分估计出地图特征数目,同时提取  $D(m)$  的  $\hat{N}_M$  个局部极大值对应的状态  $m$ , 即可得到对环境地图中特征的状态估计。

为了实现对机器人位姿和地图特征状态的同步估计,对  $k$  时刻机器人位姿进行采样,得到  $n$  个粒子,令  $\xi_k$  表示一个特征和某一机器人位姿粒子组成的联合目标,这样  $n \times |\mathbf{M}_k|$  个联合状态变量就构成了联合目标状态随机集。文献[20]指出,如果已知机器人行驶轨迹,则特征估计之间是相互独立的,因此在 PHD 滤波框架下可以对  $\xi_k$  进行独立的递归估计。假设机器人位姿的采样是 Poisson 点过程,地图状态随机集服从 Poisson 分布,那么联合目标状态  $\xi_k$  对应的随机集也服从 Poisson 分布<sup>[21]</sup>。由此,特征-位姿联合目标 RFS 的 PHD 迭代公式表示为:

$$D_{k+1|k}(\xi_{k+1}) = \int f_{k+1|k}(\xi_{k+1} | \xi_k, \mathbf{u}_{k+1}) D_k(\xi_k) d\xi_k + \gamma_{k+1} = \int f_{k+1|k}(\xi_{k+1} | \mathbf{x}_k, \mathbf{m}_{k+1}, \mathbf{u}_{k+1}) D_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{m}_{k+1}) d\xi_k + \gamma_{k+1}, \quad (16)$$

$$D_{k+1|k+1}(\xi_{k+1}) = [1 - P_o(\xi_{k+1})] D_{k+1|k}(\xi_{k+1}) + \sum_{z \in Z_{k+1}} \frac{P_o(\xi_{k+1}) g(z | \xi_{k+1}) D_{k+1|k}(\xi_{k+1})}{\kappa_{k+1}(z) + \int P_o(\xi_{k+1}) g(z | \xi_{k+1}) D_{k+1|k}(\xi_{k+1}) d\xi_{k+1}}, \quad (17)$$

其中  $f_{k+1|k}(\cdot | \cdot)$  为  $\xi_k$  到  $\xi_{k+1}$  的联合状态转移概率密度函数;  $g(z | \xi_{k+1})$  为特征观测的联合似然函数;  $P_o(\xi_{k+1})$  为在联合目标状态中给定机器人位姿情况下观测到对应特征的概率;  $\gamma_{k+1}$  和  $\kappa_{k+1}$  分别为  $k+1$  时刻新出现在传感器视场中的特征状态随机集和虚警随机集对应的 PHD。

### 3.5 PHD 滤波的粒子滤波实现

式(16)和(17)的 PHD 滤波过程中的积分很难求解,在此使用粒子滤波进行实现。每一时刻的 PHD 被表示为加权粒子集  $\{\xi_k^{(i)}, \omega_k^{(i)}\}_{i=1}^{L_k}, \forall k \geq 0$  其中  $\omega_k^{(i)}$  为第  $i$  个粒子的权值,通过重要性采样和重采样对这些粒子进行递归估计,过程如下:

#### 3.5.1 预测

对于  $i=1, 2, \dots, L_k$ , 进行采样  $\xi_{k+1}^{(i)} \sim q_{k+1}(\cdot | \xi_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{Z}_{k+1})$ , 并预测粒子的权值

$$\hat{\omega}_{k+1|k}^{(i)} = \frac{f_{k+1|k}(\xi_{k+1}^{(i)} | \xi_k^{(i)})}{f_{k+1|k}(\xi_{k+1}^{(i)} | \xi_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{Z}_{k+1})} \omega_k^{(i)}, \quad (18)$$

对于  $i=L_k+1, L_k+2, \dots, L_k+J_{k+1}$ , 采样  $\xi_{k+1}^{(i)} \sim p_{k+1}(\cdot | \xi_k^{(i)}, \mathbf{Z}_{k+1})$ , 并计算新生粒子的权值

$$\hat{\omega}_{k+1|k}^{(i)} = \frac{1}{J_{k+1}} \frac{\gamma_{k+1}(\xi_{k+1}^{(i)})}{p_{k+1}(\xi_{k+1}^{(i)} | \mathbf{Z}_{k+1})}, \quad (19)$$

式中,  $J_{k+1}$  为  $k+1$  时刻新生粒子数; 重要性采样函数  $q_{k+1}(\cdot | \xi_k^{(i)}, \mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{Z}_{k+1})$  可取为联合状态的状态转移密度函数  $f_{k+1|k}(\xi_{k+1} | \xi_k, \mathbf{u}_{k+1}, \mathbf{Z}_{k+1})$ ;  $p_{k+1}(\cdot | \xi_k^{(i)}, \mathbf{Z}_{k+1})$  为传感器视场中出现新特征的概率密度函数,在没有先验信息的情况下可以取为均匀分布。

#### 3.5.2 更新

对每个  $z \in Z_{k+1}$  计算

$$C_{k+1}(z) = \sum_{j=1}^{L_k+J_{k+1}} \psi_{k+1}(\xi_{k+1}^{(j)}) \hat{\omega}_{k+1|k}^{(j)}, \quad (20)$$

对  $i=1, 2, \dots, L_k+J_{k+1}$  更新权重

$$\hat{\omega}_{k+1|k+1}^{(i)} = [1 - P_D(\xi_{k+1}) + \sum_{z \in Z_{k+1}} \frac{\psi_{k+1}(\xi_{k+1}^{(i)})}{\lambda_{k+1} \kappa_{k+1}(z) + C_{k+1}(z)}] \hat{\omega}_{k+1|k}^{(i)}, \quad (21)$$

式中  $\psi_{k+1}(\xi_{k+1}^{(i)}) = P_D(\xi_{k+1}) g(z | \xi_{k+1})$ ,  $\lambda_{k+1}$  为每一时刻传感器发生的虚警平均数,假设为 Poisson 分布。

#### 3.5.3 重采样

计算权值总量,即联合目标状态 RFS 中的元素数目

$$\Lambda_{k+1|k+1} = \sum_{j=1}^{L_k+J_{k+1}} \hat{\omega}_{k+1}^{(j)}, \quad (22)$$

对粒子集  $\{\xi_{k+1}^{(i)}, \hat{\omega}_{k+1}^{(i)} / \Lambda_{k+1|k+1}\}_{i=1}^{L_k+J_{k+1}}$  进行重采样,得到新的粒子集  $\{\xi_{k+1}^{(i)}, \omega_{k+1}^{(i)} / \Lambda_{k+1|k+1}\}_{i=1}^{L_k+1}$ 。

### 3.6 PHD 滤波的特征状态提取

PHD 粒子滤波的输出表现为加权粒子的近似,其峰值位置也就是各联合目标状态的估计值。聚类算法<sup>[16,22]</sup>被广泛用于峰值提取技术,这种方法将粒子看作空间中的点,目标特征所在的位置最有可能出现在粒子相对聚集的地方,对粒子进行聚类得到的每个聚类中心就是联合目标的状态估计值。但是聚类算法只利用了粒子的空间信息,容易出现多个目标在同一类而无法区分的情况,这将导致较大的状态估计误差。

针对这种缺陷,本文利用 PHD 滤波自身较好的剔除杂波性能<sup>[23]</sup>,提出一种基于粒子集时滞输出的目标状态提取方法。其基本思路是:根据粒子权值,将每一时刻新生粒子划分为:真实目标状态集 TrueSet<sub>k</sub> 和可能目标状态集 PossibleSet<sub>k</sub>,两个集合中存放的分别是确定为真实目标估计的粒子和可能成为真实目标估计的粒子,时滞指的是直到确认粒子来源后才进行目标状态输出,具体实施步骤如下:

(1) 在  $k$  时刻进行 PHD 粒子滤波更新后,定义每个新生粒子的权值增益  $\eta$

$$\eta = \omega_{k|k}^{(i)} / \omega_{k-1}^{(i)}, \quad (23)$$

设定一个增益阈值  $\sigma$ ,通常可取为 1,如果满足  $\eta > \sigma$ ,则将该粒子存入集合 PossibleSet<sub>k</sub>。

(2) 在  $k+1$  时刻,进行 PHD 粒子滤波更新后,对于每个粒子 PossibleParticle<sup>m</sup>  $\in$  PossibleSet<sub>k</sub>,上标  $m$  代表该粒子对应联合目标中的地图特征,计算所有 PossibleParticle<sup>m</sup> 的权值之和,若大于阈值  $\omega_{true}$ ,则将该类粒子移入真实目标集合 TrueSet<sub>k</sub>,认为它们是真实目标产生的粒子。

(3) 对于 TrueSet<sub>k</sub> 中的每个粒子 TrueParticle<sup>m</sup>,若该目标对应粒子权值之和仍大

于  $\omega_{true}$ , 则将粒子 TrueParticle<sup>m</sup> 移入 TrueSet<sub>k+1</sub>, 认为该目标在  $k+1$  时刻仍然存在, 并将该类粒子的加权和作为特征  $m$  对应的联合目标的状态估计。

(4) 对于  $k+1$  时刻新生粒子进行检查, 将满足  $\eta > \sigma$  的粒子存入 PossibleSet<sub>k+1</sub>, 待下一时刻进行确认。

(5) 对于在可能目标状态集中出现次数大于一定值  $\chi$ , 且一直未能进入真实目标状态集的一类粒子, 认为此类粒子为无效粒子, 将其剔除。

(6) 重复步骤(2)~(5)直到滤波结束。

步骤(2)和(5)中阈值  $\omega_{true}$  和  $\chi$  的取值视环境中杂波和传感器噪声强度而定, 通常可取为 0.6 和 10。

## 4 仿真及结果分析

### 4.1 仿真环境设定

仿真参照悉尼大学野外机器人研究所提供的 SLAM 模型<sup>[24]</sup>, 仿真的硬件环境为 Pentium(R) Duo Core2 CPU E5200 @2.50GHz, 2G RAM, Windows XP 操作系统, 仿真程序使用 Matlab R2007b 编写。

仿真在一块矩形区域中进行, 如图 1 所示, 这个区域中分布着 100 个特征(路标)点, 用“\*”表示, 机器人由点(-30, 40)出发, 沿图中曲线行驶。机器人配备了测距和测角传感器, 在行驶过程中对环境中的特征点进行观测。假设环境中的杂波在传感器视场内服从均值为 10 的 Poisson 分布, 传感器检测率为 95%。设机器人的运动方程为:

$$\mathbf{x}_v(k) = [\mathbf{x}_{vx}(k), \mathbf{x}_{vy}(k), \mathbf{x}_{\varphi}(k)]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{vx}(k-1) + dt \mathbf{U}_{k-1} \cos(\mathbf{x}_{\varphi}(k-1) + \alpha(k-1)) \\ \mathbf{x}_{vy}(k-1) + dt \mathbf{U}_{k-1} \sin(\mathbf{x}_{\varphi}(k-1) + \alpha(k-1)) \\ \mathbf{x}_{\varphi}(k-1) + dt \mathbf{U}_{k-1} \sin \alpha(k-1)/L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_x \\ \mathbf{w}_y \\ \mathbf{w}_{\varphi} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

式中:  $dt$  为控制信号输入间隔时间;  $\mathbf{U}_k$  和  $\alpha(k)$  为  $k$  时刻的控制输入量;  $L$  代表机器人的长度;  $\mathbf{w}_x$ ,  $\mathbf{w}_y$  和  $\mathbf{w}_{\varphi}$  为系统噪声。观测方程为:

$$\mathbf{Z}(k) = [\mathbf{r}(k), \theta(k)]^T = \begin{bmatrix} \sqrt{(\mathbf{x}_{vx}(k) - \mathbf{x}_i(k))^2 + (\mathbf{x}_{vy}(k) - \mathbf{y}_i(k))^2} \\ \arctan \left[ \frac{\mathbf{y}_i(k) - \mathbf{x}_{vy}(k)}{\mathbf{x}_i(k) - \mathbf{x}_{vx}(k)} \right] - \mathbf{x}_{\varphi}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}_r \\ \mathbf{w}_{\theta} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

式中:  $r(k)$  和  $\theta(k)$  分别为传感器观测到的特征到机器人的距离以及方向夹角,  $(\mathbf{x}_{vx}(k), \mathbf{x}_{vy}(k), \mathbf{x}_{\varphi}(k))$  和  $(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{y}_i(k))$  分别为  $k$  时刻机器人位姿向量和第  $i$  个路标的坐标;  $\mathbf{w}_r$  和  $\mathbf{w}_{\theta}$  为测距噪声和测角噪声。仿真中对机器人的相关参数设置如表 1 所示。

表 1 仿真参数设置

Tab.1 Simulation parameters

参数	取值
机器人长度	4 m
控制输入	线速度 3 m/s 最大角速度 20(°)/s
传感器观测范围	距离 30 m 最大视角 180°
控制误差	线速度误差 0.3 m/s 角速度误差 2°
观测误差	测距误差 5 m 测角误差 10°

在上述实验条件下, 使用估计性能较好的 FastSLAM2.0 算法(以下简称 FastSLAM) 结合联合相容性分支界定(Joint Compatibility Branch and Bound, JCBB)数据关联方法与本文提出的 PHD-SLAM 算法进行对比, 两种算法中粒子滤波的粒子采样个数都取 50。为降低实验随机性的影响, 使用每种算法进行 20 次独立重复实验, 对结果数据进行统计分析。

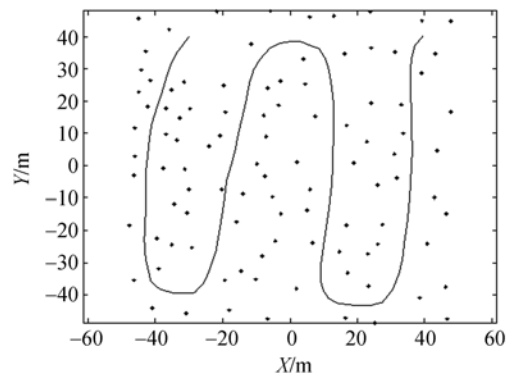


图 1 仿真区域示意图

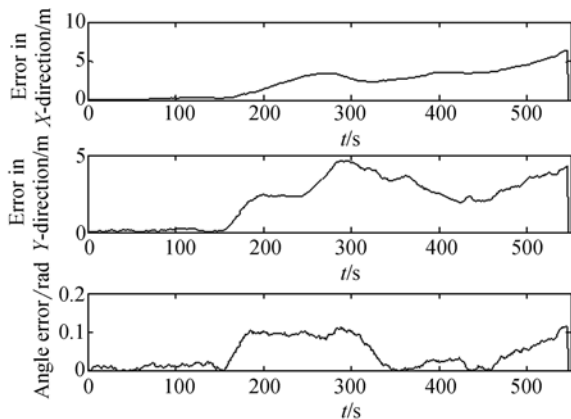
Fig.1 Graph of simulation area

### 4.2 仿真结果及分析

利用独立重复实验获得的实验数据计算机器人定位以及环境地图状态估计的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)。图 2 为分

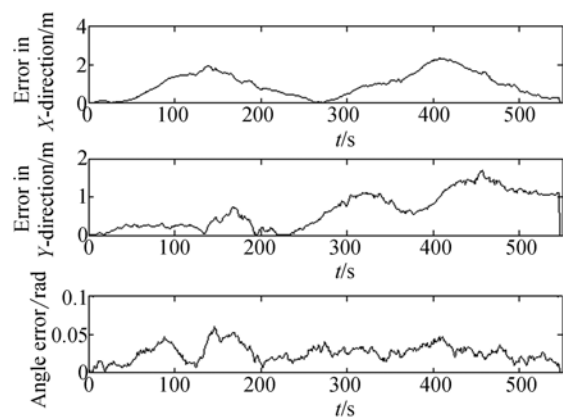
别使用 FastSLAM 和 PHD-SLAM 算法获得的每一时刻机器人定位 RMSE 曲线。由图中可以看出,由 FastSLAM 算法获得的机器人位姿估计存在较大误差,其位置误差和角度误差最大分别达到 5 m 和  $6^\circ$ ;而由 PHD-SLAM 算法得到的定位误差则始终保持在一个较小范围内,并且相比 FastSLAM 算法其误差峰值也显著下降。图 3 为使用 FastSLAM 和 PHD-SLAM 算法获得的每个环境特征位置估计的 RMSE。由图 3 可以看出,相比 FastSLAM 算法,PHD-SLAM 算法获得的特征位置估计精度显著提高。通过对实验结果进行分析可知:首先,环境中存在密度较高的杂波,传感器的观测噪声较强,并且有一定概率的漏检发生,加之特征点的分布较为密集,FastSLAM 使用随机向量序列模型对观测噪声进行表达,忽略了杂波引起的虚警、传感器漏检以及观测不确定性等重要信息,在模型建立上不够准确,其算法估计精度必然受到影响。在这种特征点分布密集的环境中,较大的观测误差和杂波更容易引起错误的关联,而 FastSLAM 算法的状态估计以数据关联为基础,因此其机器人定位和环境地图状态估计的误差比较大。对于 PHD-SLAM 算法,环境地图和观测信息被表示成 RFS 变量,能真实反映 SLAM 多特征-多观测特性,包含了传感器的全部信息,同时避免了数据关联过程。此外基于粒子集时滞输出的目标提取方法也在一定程度上保证了估计精度,最终算法的定位误差和环境地图状态误差都得到有效控制。

表 2 为整个仿真过程中使用 2 种算法获得的机器人定位和环境构图的平均误差情况。由表中



(a) FastSLAM 算法定位误差

(a) Localization errors of FastSLAM

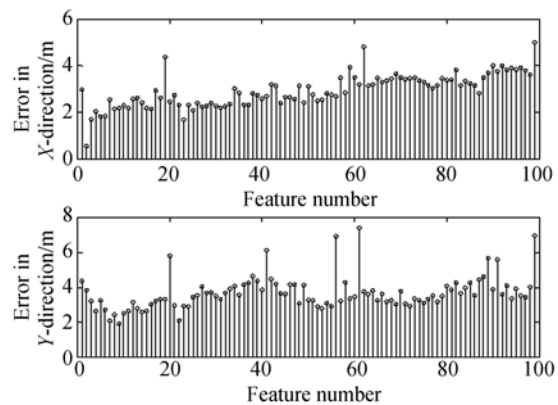


(b) PHD-SLAM 算法定位误差

(b) Localization errors of PHD-SLAM

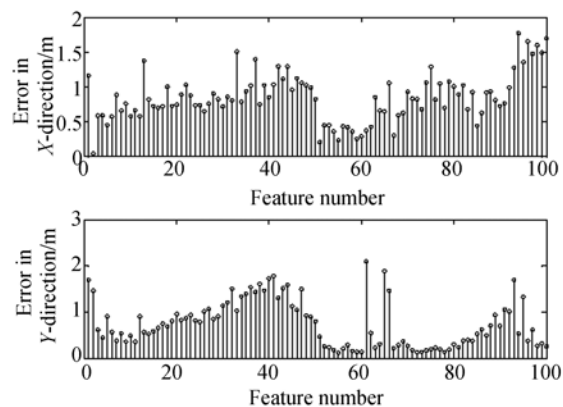
图 2 机器人定位 RMSE 比较

Fig. 2 Comparison of robot's localization RMSEs among different algorithms



(a) FastSLAM 环境地图状态误差

(a) Mapping errors of FastSLAM



(b) PHD-SLAM 环境地图状态误差

(b) Mapping errors of PHD-SLAM

图 3 环境地图估计 RMSE 比较

Fig. 3 Comparison of mapping RMSEs among different algorithms

数据可以看出 PHD-SLAM 算法相比传统的 FastSLAM 算法在 X 轴和 Y 轴两个方向上的机器人定位精度和环境构图精度都提高了 50% 以上。

表 2 算法平均误差比较

Tab.2 Comparison of average errors from different algorithms

SLAM 算法	机器人定位平均误差/m		环境构图平均误差/m	
	X 方向	Y 方向	X 方向	Y 方向
FastSLAM	3.275	2.886	3.146	3.638
PHD-SLAM	1.243	0.957	0.984	1.276

图 4 为使用 2 种算法获得的每一时刻视场中特征数目估计值的均值和真实特征数目的对比情况。可以看到,使用 PHD-SLAM 算法获得的特征数目与真实数目很接近,只是在机器人行驶路线的转弯处误差有所增大;而 FastSLAM 算法获得特征数目误差较大,其最大误差达到 5。这主要是由于 FastSLAM 算法中特征数目的确定由数据关联过程完成,数据关联正确率较低导致特征数目估计不稳定,存在较大偏差;PHD-SLAM 算法避免了数据关联过程,能有效抑制杂波和观测误差造成的不利影响,其特征数目估计误差主要来源于特征状态提取过程中对无效粒子的剔除,虽然估计精度在一定程度上下降,但这样做却保证了算法实时性,且对精度影响不大。

#### 参考文献:

- [1] SMITH R, SELF M, CHESSEMAN P. Estimating uncertain spatial relationships in robotics[C]. *Proceedings of Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Amsterdam; North Holland, 1988;435-461.
- [2] DISSANAYAKE G, NEWMAN P, CLARK S, et al.. A solution to the simultaneous localization and map building(SLAM) problem[J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2001,17(3):229-241.
- [3] THRUN S, KOLLER D, GHAMMARANI Z, et al.. Simultaneous localization and mapping with sparse extended information filters: theory and initial results[J].

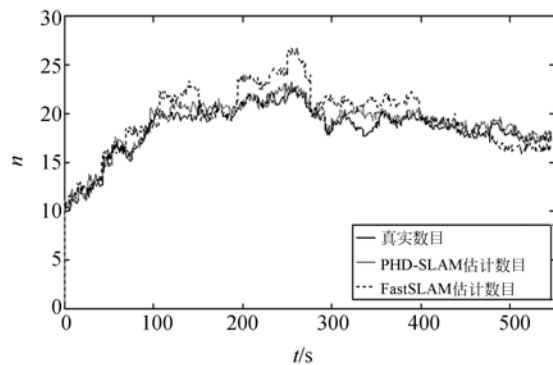


图 4 特征数目估计情况

Fig.4 Estimation of feature number

## 5 结 论

本文根据 SLAM 问题中地图特征状态实时变化及传感器观测不确定性的特征,提出了一种基于概率假设密度滤波的 SLAM 算法,将 SLAM 问题中环境地图和观测信息表示为随机有限集形式,基于贝叶斯估计框架,利用 PHD 滤波进行联合目标状态估计,同时提出了一种新的目标状态提取方法。仿真实验表明,在观测噪声强度较大的情况下,新算法较 FastSLAM 算法能将杂波环境中机器人定位以及环境地图状态估计的精度提高 50% 以上。新算法状态提取过程中阈值的选择主要依据实验或经验值,如何选择适当的阈值需要进一步研究。另外,在保证算法精度的同时如何降低计算量也将是今后需要研究的一个问题。

*Springer Tracts in Advanced Robotics*, 2004, 7; 363-380.

- [4] PAZ L M, TARDOS J D, NEIRA J. Divide and conquer: EKF SLAM in  $O(n)$ [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(5):1107-1120.
- [5] MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, et al.. FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem[C]. *Proc of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence*. Edmonton, Canada: AAAI Press, 2002;593-598.
- [6] MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, et al.. FastSLAM2.0: An improved particle filtering

- algorithm for simultaneous localization and mapping that provably converges[C]. *Proc of the 6th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Acapulco, Mexico*, 2003:1151-1156.
- [7] KIM C, SAKTHIVEL R, CHUNG W K. Unscented FastSLAM: A robust and efficient solution to the SLAM problem[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(4):808-820.
- [8] KAESS M, RANGANATHAN A, DELLAERT F. iSAM: incremental smoothing and mapping[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(6):1365-1378.
- [9] HUANG SH D, WANG ZH, DISSANAYAKE G. Sparse local submap joining filter for building large-scale maps[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, 24(5):1121-1130.
- [10] NI K, DELLAERT F. Multi-level submap based SLAM using nested dissection[C]. *Proc of the International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei: IEEE Press*, 2010:2558-2565.
- [11] CADENA C, NEIRA J. SLAM in  $O(\lg n)$  with the combined Kalman-information filter[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2010, 58(11):1207-1219.
- [12] DONG J F, WIJESOMA W S, SHACKLOCK A P. An efficient rao-blackwellized genetic algorithmic filter for SLAM[C]. *Proc of the 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Roma: IEEE Press*, 2007:2427-2432.
- [13] CHATTERJEE A, MATSUNO F. A neuro-fuzzy assisted extended kalman filter-based approach for simultaneous localization and mapping (SLAM) problems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(5):984-997.
- [14] MAHLER R. *Statistical Multisource Multitarget Information Fusion* [M]. Boston: Artech House Publishers, 2007.
- [15] MA W K, VO B N. Tracking an unknown time varying number of speakers using TDOA measurements: a random finite set approach[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11):3291-3304.
- [16] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11):4091-4104.
- [17] YIN J J, ZHANG J Q, ZHUANG Z S. Gaussian-sum PHD filtering algorithms for nonlinear non-Gaussian models[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 24(4):341-351.
- [18] MAHLER R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moment[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4):1152-1178.
- [19] BO B T. *Random finite set in multi-object filtering*[D]. Perth: University of Western Australia, 2008.
- [20] MURPHY K P. Bayesian map learning in dynamic environments[C]. *Proc of Advances in Neural Information Processing System. Denver, USA: MIT Press*, 2000, 12:1015-1021.
- [21] SCHOENBERG F. Transforming spatial point processes into Poisson processes[J]. *Stochastic Processes and Their Applications*, 1999, 81(2):155-164.
- [22] JAIN A K, MURTY M N, FLYNN P J. Data clustering: a review[J]. *ACM Computing Surveys*, 1999, 31(3):264-323.
- [23] PANTA K, VO B N, SINGH S, et al.. Probability hypothesis density filter versus multiple hypothesis tracking[C]. *Proc of Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XIII. Orlando, USA: SPIE, Bellingham, WA*, 2004, 284-295.
- [24] Australian Centre for Field Robotics. Source Code [DB/OL]. (2008-06-10) [2011-5-30]. <http://www-personal.acfr.usyd.edu.au/tbailey/>.

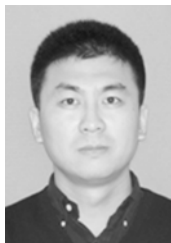
## 作者简介:



杜航原(1985—),男,山西太原人,博士研究生,2008年于黑龙江工程学院获得学士学位,主要从事导航、制导与控制、同步定位与地图创建方面的研究。E-mail: dhy6979012126.com



杨永鹏(1984—),男,山东烟台人,博士研究生,2007年于哈尔滨工程大学获得学士学位,主要从事潜艇悬停控制方面的研究。E-mail: yang24617@163.com



赵玉新(1980—),男,黑龙江七台河人,副教授,博士后,2001年、2005年于哈尔滨工程大学分别获得学士、博士学位,主要从事舰船组合导航、电子海图、军事海洋学等方面的研究。E-mail: zhaoyuxin@hrbeu.edu.com

## 导师简介:



郝燕玲(1944—),女,黑龙江哈尔滨人,教授,博士生导师,1967于哈尔滨工业大学获学士学位,主要从事海洋运载器导航与控制领域的研究。E-mail: haoyanling@hrbeu.edu.com

(本栏目编辑:李树军)

## ●下期预告

## 主动光学系统力促动器的设计和测试

张丽敏,张 斌,杨 飞,明 名

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033)

设计了一套用于控制薄镜面主镜面形的力促动器,并进行了实验测试。首先,分析了常用的可以实现高精度高稳定性的力促动器结构形式;然后,结合实际情况和目前薄镜面主动光学实验系统要求,设计了由步进电机驱动谐波减速器、精密丝杠传动,S型 Loadcell 反馈输出力变化的力促动器机构。最后,通过开环和闭环实验对结构进行了测试。实验结果表明,设计的结构行程为 0~10 mm,输出力为 -100~100 N,精度优于 0.05 N,满足大行程、高精度微量输出和高稳定性要求,可以应用于主动光学支撑系统,同时也适用于其他精密调整结构。