

文章编号 1004-924X(2012)10-2283-10

## 压缩传感用于极弱光计数成像

俞文凯<sup>1,2,3</sup>, 姚旭日<sup>1,2,3</sup>, 刘雪峰<sup>1,2,3</sup>, 翟光杰<sup>1,2\*</sup>, 赵清<sup>4</sup>

- (1. 中国科学院空间科学与应用研究中心空间科学实验技术研究室, 北京 100190;
2. 中国科学院国家空间科学中心空间科学实验技术研究室, 北京 100190;
3. 中国科学院大学, 北京 100049; 4. 北京理工大学物理学院, 北京 100081)

**摘要:**为解决灵敏度达到单光子水平的面阵探测器件其单位像素上灵敏度有限和测量数多等问题, 研制了具有极高灵敏度的成像系统来实现欠采样的极弱光成像探测。该成像系统基于光子计数成像技术和压缩感知理论, 利用数字微镜器件(DMD)完成随机空间光调制, 通过单光子点探测器收集光子, 以计数形式记录下光强值。然后, 利用算法重建出极弱光照明下的图像。文中设计了相关实验, 研究了测量数、光强极弱程度和测量时间对成像质量的影响。最后, 引入了图像质量评价标准和系统信噪比, 分析对比了实验数据。结果表明, 当测量数高于信号总维度的 19.5% 时, 系统能完美成像, 信噪比可低至 2.843 8 dB, DMD 单位像素上的平均光子数可低于 1.106 count/s, 成像的关键在于信号的波动大于噪声的波动。该成像系统基本满足了极弱光成像探测在光强、灵敏度和采样数等方面的要求。

**关键词:**光子计数成像; 压缩传感; 极弱光; 成像系统; 雪崩二极管

**中图分类号:** TP391; TH724 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20122010.2283

## Compressed sensing for ultra-weak light counting imaging

YU Wen-kai<sup>1,2,3</sup>, YAO Xu-ri<sup>1,2,3</sup>, LIU Xue-feng<sup>1,2,3</sup>, ZHAI Guang-jie<sup>1,2\*</sup>, ZHAO Qing<sup>4</sup>

- (1. *Laboratory of Space Science and Experiment Technology, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*
2. *Laboratory of Space Science and Experiment Technology, National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*
3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*
4. *College of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: gjzhai@nssc.ac.cn*

**Abstract:** Since array detectors with sensitivity to single photon level were limited by sensitivity on each pixel and needed large number of measurements, an imaging system with high sensitivity was designed to realize under-sampling ultra-weak light imaging detection. This imaging system based on photon counting technique and compressed sensing theory employed a Digital Micromirror Device (DMD) to complete the random spatial light modulation, and used a single photon point detector to collect photons. The total light intensity was recorded by the form of photon counting. Then, the im-

收稿日期: 2012-06-20; 修订日期: 2012-07-18.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2011AA120102)

age of an object under ultra-weak light illumination could be reconstructed by an algorithm. The influences of the number of measurements, ultra-weak light intensity level and measurement time on the quality of imaging were investigated by experiments. Furthermore, the evaluation criterion of reconstructed image and the Signal to Noise Ratio (SNR) of the system were discussed to analyze the experimental data. The experimental results show that when the number of measurements is greater than 19.5 percent of the dimension of data, it can acquire a good reconstruction, the SNR of the system can be even decreased to 2.843 8 dB, and the average count of photons on each pixel of the DMD can be lower than 1.106 count/s. Experiments also prove that the key of imaging lies in the fact that the fluctuation of signal should be greater than the fluctuation of noise. It concludes that this imaging system meets the demand of ultra-weak light imaging detection for ultra-weak light intensity, high sensitivity and few measurements.

**Key words:** photon counting imaging; compressed sensing; ultra-weak light; imaging system; avalanche photodiode

## 1 引言

极弱光强下的成像探测一般采用灵敏度达到单光子水平的面阵探测器件,如 CCD、ICCD、EMCCD 等,采样信号维度大,且其探测灵敏度受限于其单位像素上的感光灵敏度。普通 CCD 单位像素上光子数大于 100 count/s 时才有微弱反应;ICCD 背景噪声较大;EMCCD 对低照度较为敏感,如英国 Raptor Photonics 公司开发的 EMCCD 摄像机,像素尺寸为  $10\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ ,在黑白成像时令曝光时间最大,最低感光照度为  $3 \times 10^{-6}\ \text{lx}$ <sup>[1]</sup>,即单位像素上的光子数大于 5.27 count/s 时 EMCCD 才有微弱反应,但并不能分辨实际光子数。可以看出,单位像素上的探测灵敏度制约了该像素上每秒所能探测到的最低光子数,即光强极弱程度,亟待研发出新的成像系统,以实现极弱光强下的欠采样成像。

近年来,单光子探测器在许多应用领域得到越来越多的关注,其光子探测准确度和灵敏度极高,已经接近散粒噪声的极限。将单光子探测器工作在盖革模式下,可通过数离散的脉冲个数来获得最佳的性能,在可见光下的量子效率可高达 70%,暗计数可控制在 20 count/s 以下<sup>[2-3]</sup>,且能分辨单个光子。得益于其超高灵敏度和出众的时间分辨精度<sup>[3]</sup>,配合以光子计数技术<sup>[4-7]</sup>,单光子探测器被广泛应用在量子成像<sup>[8-13]</sup>、荧光寿命显微和激光雷达<sup>[14-15]</sup>等领域。不过为了获得高空间

分辨精度的图像,这些应用一般需要使用单光子探测器阵列。但单光子探测器阵列封装工艺难度大,很难保证性能的一致稳定性,且阵列上单位像素所获得的光强是面元总光强的  $1/S$  ( $S$  为阵列的总像素数),单位像素上分配到的光通量极弱,此时该点上的散粒噪声的影响就变得十分明显,这对探测灵敏度提出了更高的要求。国外市场上现有的最高精度的雪崩二极管阵列也仅有  $32\ \text{pixel} \times 32\ \text{pixel}$ ,林肯实验室对外公布正在研究  $256\ \text{pixel} \times 64\ \text{pixel}$  的阵列<sup>[15]</sup>。总之,雪崩二极管阵列还处在科研阶段,成本高,实施起来有一定难度;另外,像素数有限,很难获得所需的空分精度。

近年来,有学者提出一种新型的图像恢复理论—压缩传感 (Compressed Sensing, CS) 理论<sup>[16-18]</sup>,基于该理论,通过欠采样的数据样本集便可精确恢复出一个稀疏或可压缩的图像<sup>[19]</sup>,这意味着采样数可以远低于奈奎斯特/香农采样极限<sup>[16-18]</sup>。由于其具备欠采样的优势,故得到了广泛应用<sup>[20-21]</sup>。基于这个理论, Richard G. Baraniuk 等人提出了一种单像素照相机的模型<sup>[22-23]</sup>,仅用一个点探测器便可成像,并在对单像素照相机的噪声性能分析中指出,该模型相比扫描或者基于面元探测器的系统更具优势,信噪比更高<sup>[23]</sup>。它采用数字微镜器件 (Digital Micromirror Device, DMD) 对图像进行随机光调制,最后会聚在点探测器上,由于使用的光电倍增管是以电压形式表征光强涨落,精度较差,且仅能对较强光强下

的物体进行探测。

为了解决现有技术存在的种种缺陷,本文将压缩传感理论用于光子计数成像,仅用一个单光子点探测器代替灵敏度可达单光子水平的面阵探测器,以计数的形式直观地记录下 DMD 上总体光强的涨落,该计数值作为压缩传感数学模型中的测量值来实现欠采样的极弱光成像探测。所述的单光子点探测器采用的是工作在盖革模式下的硅雪崩二极管,用于对极弱可见光的探测。本文论述了该成像系统的成像原理,搭建了光学实验平台,获得了实验成像。设计了性能分析实验,分别通过减少测量数、增加衰减片和延长每次测量时间的方式,追踪成像质量随测量数、光强极弱程度和测量时间的变化情况,引入图像质量评价标准和信噪比定义,分别对数据进行分析,最后将该系统的探测灵敏度与灵敏度达到单光子水平的面阵探测器相比较,证明本系统可以提高测量效率和探测灵敏度。

## 2 压缩传感理论

根据奈奎斯特/香农采样定理,合理采样频率需至少是信号带宽的 2 倍,才能恢复出原始信号。D. Donoho、Emmanuel Candès 等人于 2006 年正式提出了压缩传感理论<sup>[16-17]</sup>,该理论指出,对稀疏或可压缩的信号进行少量非适应性的线性测量,所获取的信息足够用来重建信号,这打破了传统的线性奈奎斯特/香农采样模式<sup>[18-19]</sup>。许多自然信号都具有一定结构,可在某个确定的基/框架下稀疏表达<sup>[24]</sup>,在测量过程中可以有效地被压缩,即仅用自然信号在稀疏基下的一些重要非零元素来简洁表征该信号的所有信息。这便是压缩传感理论的先验知识:被测信号可在某种变换下稀疏表达。典型的稀疏变换框架有离散余弦变换基、傅里叶变换基、Haar 小波基等。有了这样的先验知识,便可测量较少的信号的线性投影,并通过求解一个凸优化的问题来进行信号重建<sup>[25]</sup>。

压缩传感实质是一种优化测量技术<sup>[15]</sup>,对于一个稀疏  $N$  维的信号  $x[i], i=1, 2, \dots, N$ , 仅需测量  $M < N$  次,得到一个  $M \times N$  的描述测量装置的矩阵  $A$ ,  $A$  乘上  $x$  便得到测量向量  $y$ <sup>[15]</sup>。由

于系统噪声不可忽略,将其记做向量  $e$ ,该测量过程可描述为:

$$y = Ax + e, \quad (1)$$

其中测量矩阵  $A$  需满足受限等距特性(Restricted Isometry Property, RIP)<sup>[19]</sup>,一般采用随机矩阵。

一般的待测信号  $x$  本身未必是稀疏的,但在某个正交稀疏基下可以稀疏表达,便认为该信号具有可压缩性。假定一组  $N \times 1$  维的列向量基  $\{\psi_i\}_{i=1}^N$  是两两正交的,信号  $x$  可在  $N \times N$  维的矩阵  $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$  下稀疏表示:

$$x = \sum_{i=1}^N x_i' \psi_i \text{ 或者 } x = \Psi x', \quad (2)$$

其中:  $x'$  是  $x$  在  $\Psi$  下的投影<sup>[26]</sup>,也是一个  $N \times 1$  的列向量。设  $x'$  的非零元素个数是  $K$ ,称其稀疏度为  $K$ <sup>[27]</sup>。对式(1)进行改写:

$$y = A\Psi x' + e. \quad (3)$$

由于  $M < N$ ,给定的  $y$  无法唯一确定  $x$  的值,CS 为了求解出  $x'$ ,将求解过程描述成凸优化问题<sup>[28]</sup>:

$$\min_x \frac{1}{2} \|y - A\Psi x'\|_2^2 + \tau \|x'\|_1, \quad (4)$$

其中:  $\tau$  是常量,  $\|\dots\|_p$  代表  $l_p$  范数,定义为:

$$(\|x\|_p)^p = \sum_{i=1}^N |x_i|^p. \text{ 式(4)第一项是指最优解 } x' \text{ 需与测量数据 } y \text{ 值相匹配,误差在很小的范围内,在理想无噪声系统中,这项的值应该为 } 0. \text{ 而式(4)第二项只有当 } x' \text{ 非常稀疏时才会非常小}^{[15]}.$$

在求解完  $x'$  后,再将其反演出原始信号  $x$ 。

重建一个特定信号所需的测量数  $M$  取决于信号的稀疏度、噪声的大小和所选用的重建算法。理论上,  $M \geq 4K \approx N/4$ <sup>[15]</sup>。

## 3 基于压缩传感的计数成像系统

实验装置如图 1 所示。实验以 55 W 的卤素灯作为光源,利用衰减片组将光源发出的连续可见光衰减成极弱光。该极弱光照射在物体上,通过成像透镜成像在 DMD。DMD 是基于微电子机械系统(Micro Electro and Mechanical System, MEMS)发展起来的微反射镜阵列<sup>[29]</sup>,可对入射光进行空间光调制。实验中所采用的 DMD

最高翻转频率可达 32 550 Hz,阵列规模是  $1\ 024 \times 768$ ,微镜尺寸为  $14\ \mu\text{m} \times 14\ \mu\text{m}$ 。每个微镜下的存储单元都可以独立地电子化寻址,可让每个镜片以静电方式向两侧倾斜  $+12^\circ$  和  $-12^\circ$ ,把这两种状态记为 1 和 0,分别对应“开”和“关”状态。“开”状态时,DMD 将光反射至后续的收光系统中;“关”状态时,其反射光不被收集。实质是用加载在 DMD 上的二值随机矩阵乘上待测的图像信号进行空间光调制,以获取空间信息。

DMD 微镜倾斜  $+12^\circ$  反射的极弱光全部通过会聚透镜聚焦在单光子点探测器上,该单光子点探测器采用的是盖革模式下的硅雪崩二极管,输出离散的脉冲波形。计数器计量脉冲数,可将探测器噪声限制在暗计数和光场的泊松不确定性上。

为了探测一幅图像,选定 DMD 成像区域,比如  $64 \times 64$  大小,区域外都处在“关”状态。 $M$  个随机的  $64 \times 64$  矩阵基顺序加载在 DMD 上,第  $m$  个矩阵基拉伸成一行,便对应测量矩阵  $\mathbf{A}$  中的第  $m$  行,  $m=1,2,\dots,M$ 。计数器记录下的计数值对应测量值  $\mathbf{y}$ ,  $y_m$  对应第  $m$  个矩阵基与图像的内积和,表征该矩阵基下  $+12^\circ$  反射的总光强值。

最后,测量值  $\mathbf{y}$  和测量矩阵  $\mathbf{A}$  作为重建算法软件的输入,采用 SpaRSA 算法<sup>[30]</sup> 和 TVAL3 算法<sup>[31-32]</sup> 求解式(4),反演出待测图像信息  $\mathbf{x}$ 。

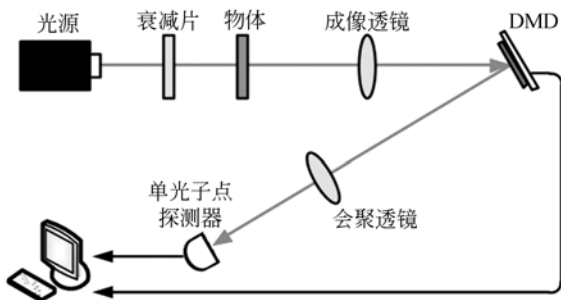


图 1 基于压缩传感的计数成像系统

Fig. 1 Photon counting imaging system based on compressed sensing

实验中,将刻有国家空间科学中心标志 NS-SC 的黑白胶片作为待测图像,全部成像在 DMD 上,每个字母在胶片上的大小为  $1\ \text{mm} \times 1\ \text{mm}$ ,在 DMD 上的成像大小为  $64\ \text{pixel} \times 64\ \text{pixel}$ 。首先

对“N”进行压缩传感测量与重建,测量数为 2 990 次,采样频率/DMD 翻转频率设为 34 Hz。然后平移 DMD 的成像区域,分别对后 3 个字母成像,最后拼接成“NSSC”的灰度图,如图 2 所示。在该采样过程中,分别对每个字母的测量值加和,求这 4 个光子计数加和值的平均,可知单个字母的重建大约需  $5.971\ 549 \times 10^7$  个光子,折算成 DMD 单位像素上平均光子数约为 165.781 count/s。

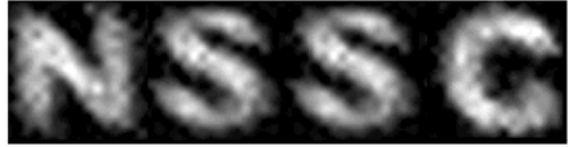


图 2 NSSC 的灰度图

Fig. 2 Gray image of ‘National Space Science Center (NSSC)’

## 4 性能实验验证

### 4.1 测量数对成像质量的影响

图 3 表示的是物体“H”的重建图像的质量随着测量数降低而发生的变化。由于该测量数的实验所采用的观测物体是同一个“H”,图像稀疏度相同,成像区域大小均为  $1\ 024\ \text{pixel} \times 80\ \text{pixel}$ ,信号维度  $N$  均为 81 920,取了 13 种不同测量数分别进行成像。为了对比成像效果,图 3 中分别截取其中 5 次不同测量数下重建图像中含物体信息的区域进行显示。

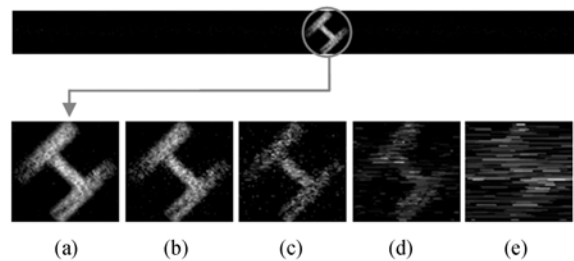


图 3 物体“H”的重建所得的图像质量随着测量数减少而发生的变化。(a) 47 840 次测量,(b) 20 480 次测量,(c) 5 120 次测量,(d) 1 280 次测量,(e) 320 次测量

Fig. 3 Quality of reconstruction images for object ‘H’ varies with decreasing the number of measurements ( $M$ ). (a)  $M$  is 47 840; (b)  $M$  is 20 480; (c)  $M$  is 5 120; (d)  $M$  is 1 280; (e)  $M$  is 320.

可见,CS的优势在于欠采样,测量数  $M$  可以远远低于信号维度  $N$ 。测量数越多,重建图像的质量越好,但在测量数很少时,仍能分辨出图像。

为了科学评价图像质量的好坏,引入均方差 (Mean Square Error, MSE), 定义为式 (5), 这是基于像素点间误差敏感的全参考图像质量客观评价指标, 即把像素误差看作是图像质量的亏损。

$$\text{MSE} = \frac{1}{PQ} \sum_{j=1}^P \sum_{k=1}^Q (x_{j,k} - x'_{j,k})^2, \quad (5)$$

式中:  $x$  表示原始图像信号,  $x'$  表示重建图像信号, 设图像大小为  $P \times Q$ ,  $j, k$  分别代表图像的行列, 分析结果如图 4(a) 所示。

由于图像具有一定的结构, 像素之间存在相互关联, 仅仅依靠像素误差作为评价标准, 可能会出现一些“野点”, 即评价误判。为弥补这一缺陷, 引入平均结构相似度 MSSIM 对结构信息失真进行度量, 分别从亮度、对比度和结构角度出发综合评价图像质量的好坏。分别对原图和重建图像平均分块, 令分块总数为  $B$ ,  $b, b'$  表示原图和重建图像中的对应块。利用式 (6) 计算该对应块的结构相似度。

$$\text{SSIM}(b, b') = l(b, b')^\alpha \cdot c(b, b')^\beta \cdot s(b, b')^\gamma, \quad (6)$$

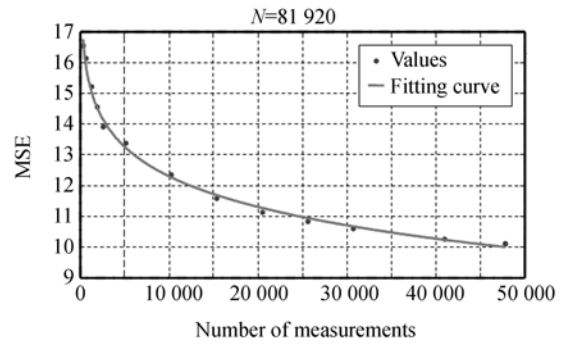
$$\text{其中: } l(b, b') = \frac{2\mu_b\mu_{b'} + C_1}{\mu_b^2 + \mu_{b'}^2 + C_1}, \quad c(b, b') =$$

$$\frac{2\sigma_b\sigma_{b'} + C_2}{\sigma_b^2 + \sigma_{b'}^2 + C_2}, \quad s(b, b') = \frac{\sigma_{bb'} + C_3}{\sigma_b\sigma_{b'} + C_3},$$

式中:  $\alpha, \beta, \gamma$  分别是亮度、对比度和结构函数的权值。  $\mu_b, \mu_{b'}, \sigma_b^2, \sigma_{b'}^2, \sigma_b\sigma_{b'}$  分别对应原图块  $b$  和重建图像相应块  $b'$  的均值、方差和协方差,  $l(b, b')$ 、 $c(b, b')$ 、 $s(b, b')$  分别是亮度比较、对比度比较和结构比较函数。最后按式 (7) 进行平均求和得到平均结构相似度 MSSIM<sup>[33]</sup>。

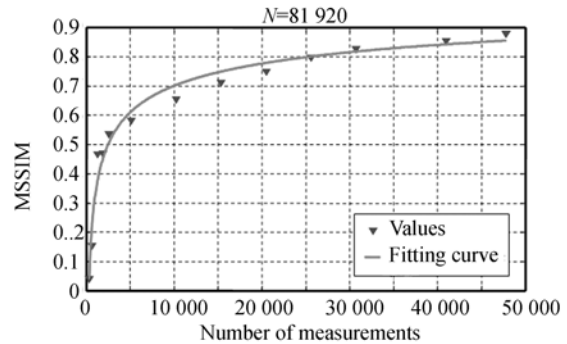
$$\text{MSSIM}(x, x') = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B \text{SSIM}(b_j, b'_j). \quad (7)$$

MSSIM 的分析结果如图 4(b) 所示。从式 (7) 分析可知, MSE 值的高低与图像质量的好坏成反比, 而 MSSIM 值的高低与之成正比。从图 4 分析可知, 测量数在 16 000 次的时候, 图像质量已经渐渐趋于饱和, 此时测量数约占信号维度  $N$  的 19.5%; 测量数小于 16 000 次时, 图像质量随着测量数的增加而迅速提高; 测量数为 320 次时, 测量数约占信号维度  $N$  的 0.391%, 重建图像几乎无法辨识。



(a) MSE 随测量数提高的变化曲线

(a) MSE curves varied with the number of measurements



(b) MSSIM 随测量数提高的变化曲线

(b) MSSIM curves varied with the number of measurements

图 4 图像质量随测量数变化曲线

Fig. 4 Image quality varies with the number of measurements

## 4.2 光强极弱程度对成像质量的影响

为了分析研究在该系统下光强极弱程度对成像质量的影响, 本文对物体“H”进行了衰减光子数的实验。由于光子计数能很好地表征光强大小, 通过增加衰减片的方式将光源的光强逐步减弱, 其它条件保持一致, 进而转化为研究 DMD 单位像素上的平均每秒光子数大小对成像质量的影响。令每次的成像区域大小均为  $1\ 024\ \text{pixel} \times 80\ \text{pixel}$ , 采样频率均为 68 Hz, 均测量 47 840 次。由于光源光强越弱, DMD 单位像素上分配到的光子数越少, 两者成近似线性关系。在光源处分别添置 2%、1%、0.5%、0.25% 的衰减片组, DMD 单位像素上分得平均光子数分别为 6.838、3.984、2.170 和 1.106 count/s。

而上述 Raptor EMCCD 最低照度下单位像素上的光子数为 5.27 count/s, 本系统的 1.106

count/s 几乎是其 1/5,且所采用的单光子点探测器能分辨单个光子,灵敏度大大提高,还能清晰成像,如图 5 所示。其中,(a)为胶片原图,而实验中光强极弱,原物体肉眼无法辨识;(b)(c)(d)(e)分别是上述 4 种情况下实验真实获得的重建图像。

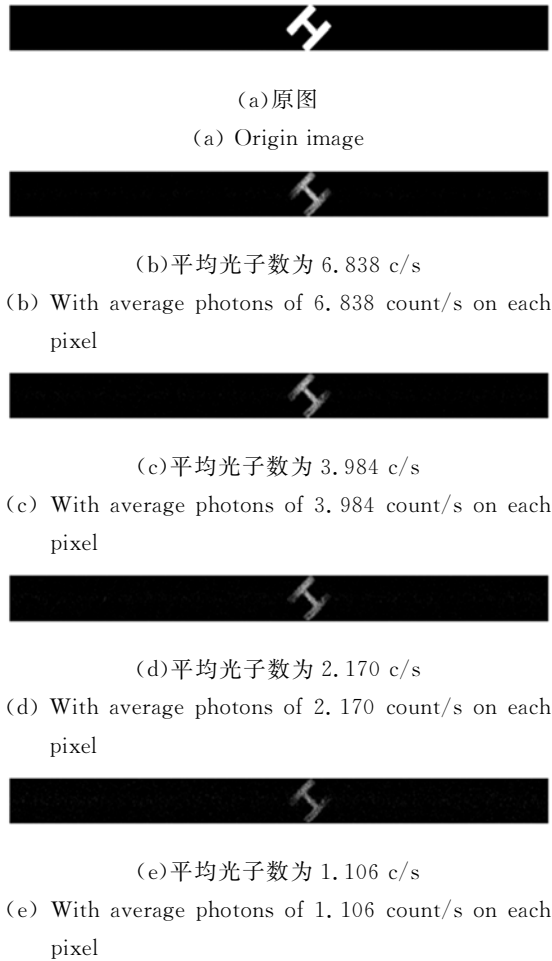


图 5 不同光子数下的重建图像

Fig. 5 Reconstructed image with different photon counts

对这 4 幅重建图像进行水平灰度统计,将一幅图像中的每一列所有元素的灰度值作平均,得到一行的灰度平均值,如图 6 所示。分析可知,随着 DMD 单位像素光子数的减少,图像中含有物体信息的灰度值也随之减弱,当 DMD 单位像素上平均光子数为 6.838 count/s 时,列灰度平均值最大为 6.205;当 DMD 单位像素上平均光子数为 3.984 count/s 时,列灰度平均值最大为 3.274;当 DMD 单位像素上平均光子数为 2.170 count/s 时,列灰度平均值最大为 1.549;当 DMD 单位像素上平均光子数为 1.106 count/s 时,列

灰度平均值最大为 0.586 8;可见两者成近似线性关系。表 1 中分别列出了图 6 中 4 条灰度统计波形的非尖峰部分的平均值 (Mean) 和标准差 (Standard Deviation, SD),用以表征 4 幅重建图像中背景噪声的波动情况。分析可知,图像中噪声的平均灰度值的振荡幅度随 DMD 单位像素平均每秒光子数的减少而逐渐趋于平缓。从重建效果上看,非物体部分的噪声灰度值远低于物体部分灰度值,对比度高,说明重建算法具备一定抑制噪声的能力。

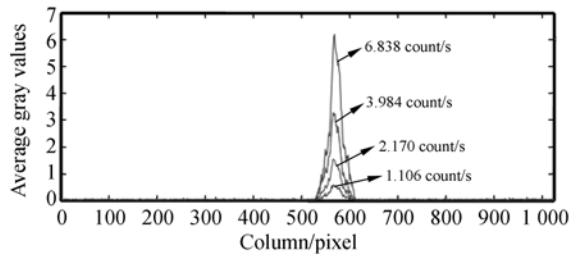


图 6 重建图像水平灰度统计

Fig. 6 Horizontal gray statistics of the reconstructed images

表 1 重建图像的噪声分析

Tab. 1 Noise analysis of reconstructed images

| Photons/count $\cdot$ s <sup>-1</sup> | Mean    | SD      |
|---------------------------------------|---------|---------|
| 6.838                                 | 0.016 7 | 0.018 8 |
| 3.984                                 | 0.020 8 | 0.016 3 |
| 2.170                                 | 0.019 4 | 0.011 4 |
| 1.106                                 | 0.016 4 | 0.008 7 |

表 2 中呈现了在不同单位像素光子数情况下的图像质量评估结果,MSE 与 DMD 单位像素平均每秒光子数成反比,而 MSSIM 与之成正比,进一步表明随着 DMD 单位像素光子数减小,重建图像的质量逐渐下降。

表 2 不同光子数下的图像质量评估结果

Tab. 2 Image quality evaluation results with different photon counts

| Photons/count $\cdot$ s <sup>-1</sup> | MSE       | MSSIM     |
|---------------------------------------|-----------|-----------|
| 6.838                                 | 832.781 7 | 0.877 303 |
| 3.984                                 | 884.630 4 | 0.797 094 |
| 2.170                                 | 1 008.586 | 0.690 956 |
| 1.106                                 | 1 219.783 | 0.536 038 |

实验发现,在上述基础上,光强进一步衰减,得到的图像几乎都是噪声信息,无法辨认物体信息,为了进一步分析原因,将计数器上的计数值即测量值  $y$  进行数据比对。由于 4 种情况采用的随机测量矩阵一致,即 4 种情况下 DMD 第  $m$  次翻转的矩阵基是一致的,根据 DMD 的空间光调制机理,其  $+12^\circ$  倾斜的微镜总个数也一致,而该次翻转时的计数器记录下的光子计数幅值,是落在 DMD  $+12^\circ$  倾斜的微镜上的光子数总和,因而相同矩阵基下其计数值涨落趋势也应该保持一致,图 7 验证了上述推理。图中,用柱状图高低表示计数值的大小,为了更直观地对比数据,首先给出当 DMD 单位像素上平均光子数为 6.838 count/s 时的计数柱状图,其次在此图上附加上当 DMD 单位像素上平均光子数为 3.984 count/s 时的计数柱状图,依次类推。从图中发现测量值  $y$  的涨落幅度随着光子数的减少而变得平缓,且幅值随之近似线性减小。

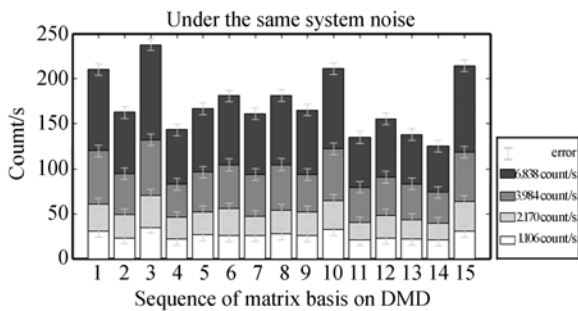


图 7 测量值涨落随光子数变化

Fig. 7 Fluctuations of measured value varied with photon number

为进一步分析噪声,将 DMD 全屏设为全零,其它装置照常工作,这样系统中的光不进入收光系统,计数器上记录的光子数可近似为全部的系统噪声,包含系统的光噪声、单光子探测器上的暗计数、电学噪声等。所谓暗计数率是在没有光子入射时,由器件噪声和后脉冲效应引起的计数,是单光子点探测器固有计数,存在微小波动。

4 种情况下的系统噪声数据分析如表 3 所示,采样规模都设定在 32 902 次。从表中数据可知,4 种情况下的系统噪声均值和标准差具有一定随机性,从噪声最大值和最小值分析,噪声总体振荡幅度与信号值的大小相比相对较小,可近似看作一致。

表 3 系统噪声分析

Tab. 3 Analysis of the system noise

| Photons/(count · s <sup>-1</sup> ) | Mean    | SD      | Max | Min |
|------------------------------------|---------|---------|-----|-----|
| 6.838                              | 5.934 7 | 2.485 5 | 17  | 0   |
| 3.984                              | 5.346 5 | 2.350 1 | 15  | 0   |
| 2.170                              | 4.346 1 | 2.116 9 | 14  | 0   |
| 1.106                              | 4.505 7 | 2.162 0 | 15  | 0   |

定义系统的信噪比为信号的标准差与噪声的标准差之间的比率,表达如下:

$$SNR=10\log\left[\frac{SD(Signal)}{SD(Noise)}\right]. \quad (8)$$

随着 DMD 单位像素平均光子数减小,SNR 依次为 11.053 7、8.756 7、6.373 1、2.843 8 dB。光强越弱,系统信噪比越低,当噪声的波动淹没了信号的波动,将无法成像。光强减弱,信号的波动也随之减弱,当接近噪声波动,光强也达到了探测的极限。通过改进系统的光路可以抑制一部分噪声,但噪声的波动依旧是最为关键的考虑因素。

### 4.3 测量时间对成像质量的影响

为降低噪声波动的影响,可延长每次测量的时间,即降低采样频率/DMD 翻转频率,因为噪声的波动在其它测量条件不变的情况下随测量时间的延长而逐渐减小,而信号的波动则随测量时间的延长而趋于稳定。在同等测量条件下,若保持极弱光强不变,即 DMD 单位像素平均光子数不变,延长测量时间,每次测量的光子计数值的大小随之增加,但噪声的波动影响随之减小,成像质量将变好。凭借这种延长测量时间的方法,可在更低的 DMD 单位像素平均光子数(低于 1.106 count/s)条件下获取图像。为验证上述结论,本文在 DMD 单位像素平均光子数为 6.838 count/s 的条件下,将采样频率/DMD 翻转频率由 68 Hz 减小到 34 Hz,每次的测量时间由 0.014 7 s 增加到 0.029 4 s,重复成像实验,分别得到图 8(a)和图 8(b)所示图像。

当每次的测量时间由 0.014 7 s 增加到 0.029 4 s, MSE 由原先的 832.781 7 减小至 812.814 2, MSSIM 由原先的 0.877 303 增大至 0.884 089 时,图像质量有所提高,进而从实验上验证了通过延长测量时间可在更低单位像素平均光子数(低于 1.106 count/s)条件下获取图像。

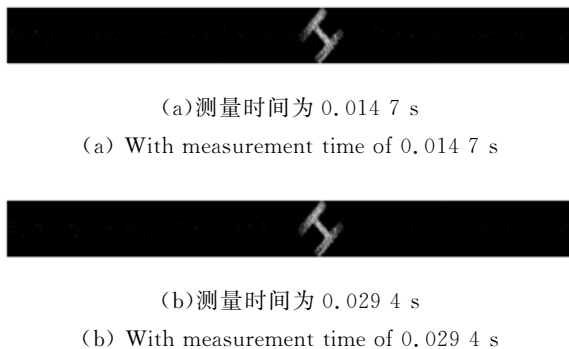


图 8 不同测量时间下的重建图像

Fig. 8 Reconstructed image with different measurement time

## 5 结 论

为解决灵敏度达到单光子水平的面阵探测器

所存在的单位像素灵敏度限制和采样数多的问题,提出了基于压缩传感理论的极弱光计数成像系统,实现了对单光子级别的极弱光成像,并介绍了其成像原理。分别研究了测量数、光强极弱程度和测量时间对成像质量的影响,依据图像质量评价标准和系统信噪比的定义对实验数据进行分析。实验结果证明,当测量数高于信号总维度的 19.5% 时便能完美成像;当系统信噪比为 2.843 8 dB 时仍能清晰重建图像,具有很好抗噪性。实验还发现该系统成像的关键在于信号的波动大于噪声的波动,通过延长测量时间可降低噪声波动的影响,进而 DMD 单位像素上平均光子数可低于 1.106 count/s,证明该系统的探测灵敏度明显优于灵敏度达到单光子水平的面阵探测器。因而本系统基本满足了极弱光成像探测的要求,在荧光探测、天文观测、量子成像等领域具有广阔的应用前景。

## 参考文献:

- [1] RAPTOR PHOTONICS. The ultimate in low light sensitivity [EB/OL]. (2012-4-21) <http://www.raptorphotonics.com/technology/emccd-1>.
- [2] ID QUANTIQU. ID100 single-photon counting detector datasheet [EB/OL]. (2011) <http://www.idquantique.com>.
- [3] MICRO PHOTON DEVICES. MPD's single-photon detection modules datasheet [EB/OL]. (2011) [http://www.micro-photon-devices.com/products\\_pdm.asp](http://www.micro-photon-devices.com/products_pdm.asp).
- [4] 杜克铭, 蒋远大, 翟光杰, 等. 基于压缩传感的光子计数成像系统[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(2):363-368.  
DU K M, JIANG Y D, ZHAI G J, *et al.*. Photon-counting imaging system based on compressive sensing [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(2):363-368. (in Chinese)
- [5] 尼启良, 何玲平, 刘世界, 等. 使用感应电荷位敏阳极的极紫外单光子计数成像系统[J]. 光学精密工程, 2010, 18(12):2543-2548.  
NI Q L, HE L P, LIU SH J, *et al.*. Extreme ultraviolet single photon-counting imaging system based on induced charge position-sensitive anode [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(12):2543-2548. (in Chinese)
- [6] 何玲平, 尼启良, 李敏, 等. 楔条形阳极光子计数探测器成像性能的检测[J]. 光学精密工程, 2009, 17(11):2699-2704.  
HE L P, NI Q L, LI M, *et al.*. Image performance of photon-counting imaging detector with wedge-and-strip anode [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(11):2699-2704. (in Chinese)
- [7] 崔东旭, 史继芳, 李宏光, 等. 光子计数法测量类针孔成像光斑照度[J]. 光学精密工程, 2012, 20(4):733-738.  
CUI D X, SHI J F, LI H G, *et al.*. Illuminance measurement of quasi-point source with photon counting method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(4):733-738. (in Chinese)
- [8] SHAPIRO J H. Computational ghost imaging [J]. *Phys. Rev. A*, 2008, 78:061802(R).
- [9] KATZ O, BROMBERG Y, SILBERBERG Y. Compressive ghost imaging [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2009, 95:131110.
- [10] KOCIS S, BRAVERMAN B, RAVETS S, *et al.*. Observing the average trajectories of single photons in a two-slit interferometer [J]. *Sci.*, 2011, 332:1170-1173.
- [11] ZHANG D, ZHAI Y H, WU L A, *et al.*. Correlated two-photon imaging with true thermal light

- [J]. *Opt. Lett.*, 2005, 30:2354-2356.
- [12] PITTMAN T, SHIH Y H, STREKALOV D, *et al.*. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement [J]. *Phys. Rev. A*, 1995, 52(5): R3429-R3432.
- [13] BENNINK R, BENTLEY S, BOYD R W, *et al.*. Quantum and classical coincidence imaging [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, 92(3): 0336011-0336014.
- [14] ALBOTA M, HEINRICHS R, KOCHER D, *et al.*. Three-dimensional imaging laser radar with a photon-counting avalanche photodiode array and microchip laser [J]. *App. Opt.*, 2002, 41(36):7671-7678.
- [15] HOWLAND G A, DIXON P B, HOWELL J C. Photon-counting compressive sensing laser radar for 3D imaging [J]. *Appl. Opt.*, 2011, 50(31): 5917-5920.
- [16] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [17] CANDÈS E J. Compressive sampling [C]. *Proc. Int. Cong. Mathematicians, Madrid, Spain*, 2006:1433-1452.
- [18] BARANIUK R G. Compressive sensing [J]. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2007, 24(4):118-121.
- [19] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [20] STUDER V, BOBIN J, CHAHID M, *et al.*. Compressive fluorescence microscopy for biological and hyperspectral imaging [C]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2012: E1679-E1687.
- [21] 刘欣悦, 董磊, 王建立. 稀疏采样傅里叶望远镜成像[J]. *光学精密工程*, 2010, 18(3):521-527.  
LIU X Y, DONG L, WANG J L. Fourier telescope imaging via sparse sampling [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(3):521-527. (in Chinese)
- [22] TAKHAR D, LASKA J N, BARANIUK R G, *et al.*. A new compressive imaging camera architecture using optical-domain compression [C]. *Proceedings of Computational Imaging IV at SPIE Electronic Imaging, San Jose, California, USA*, 2006:43-52.
- [23] DUARTE M F, DAVENPORT M A, BARANIUK R G, *et al.*. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2):83-91.
- [24] ROMBERG J. Imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Sig. Proc Magazine*, 2008, 25(2): 14-20.
- [25] CANDÈS E J, TAO T. Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? [J]. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, 52(12):5406-5425.
- [26] CANDÈS E J, WAKIN M B. An introduction to compressive sampling [J]. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2008, 25(2):21-30.
- [27] CANDÈS E J, ROMBERG J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. *Inverse Probl.*, 2007, 23(3):969-985.
- [28] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Commun. Pure Appl. Math.*, 2006, 59(8):1207-1223.
- [29] MAGALHÃES F, ARAUJO F, CORREIA M, *et al.*. Active illumination single-pixel camera based on compressive sensing [J]. *Appl. Opt.*, 2011, 50(4):405-414.
- [30] WRIGHT S J, NOWAK R D, ROBERT D N, *et al.*. Sparse reconstruction by separable approximation [J]. *IEEE Signal Processing*, 2009, 57(7):2479-2493.
- [31] LI C B. An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing [D]. *MAI*, 2010, 49(1):1-92.
- [32] 张砚, 汪源源, 李伟, 等. 基于全变分法重建光声图像[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(1):204-212.  
ZHANG Y, WANG Y Y, LI W, *et al.*. Reconstruction of photoacoustic image based on total variation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(1): 204-212. (in Chinese)
- [33] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, *et al.*. Image quality assessment: from error measurement to structural similarity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4):600-612.

## 作者简介:



俞文凯(1987—),男,江苏常州人,博士研究生,2010年于南京信息工程大学获得学士学位,主要从事压缩传感、极弱光探测、空间智能仪器的研究。E-mail: joelyu333@yahoo.com.cn



翟光杰(1964—),男,安徽芜湖人,博士,研究员,博士生导师,1993年于清华大学获博士学位,主要从事"胶体晶体自组装实验装置"研制,基于APD单光子探测技术研究、极弱光探测技术应用研究、静电悬浮技术研究。E-mail: gjzhai@nssc.ac.cn



姚旭日(1987—),男,辽宁朝阳人,博士研究生,2010年于北京理工大学获得学士学位,主要从事提高关联成像质量的研究。E-mail: yaoxueri@yahoo.cn



赵清(1963—),女,山东冠县人,博士,教授,博士生导师,1993年于清华大学获得硕士学位,2001年于香港中文大学获得博士学位,主要从事压缩传感理论在量子物理、单光子计数成像方面的应用研究。E-mail: qzhaoyuping@bit.edu.cn



刘雪峰(1987—),男,河北保定人,博士研究生,2008年于北京理工大学获得学士学位,主要从事量子光学的研究。E-mail: liuxuefeng6@sina.com

## ● 下期预告

## 双波长集成光栅干涉微位移测量方法

陈 烽,叶雄英\*,伍 康,冯金扬

(清华大学精密仪器与机械学系精密测试技术及仪器国家重点实验室,北京 100084)

介绍了一种基于双波长激光的集成光栅干涉位移检测方法,利用硅-玻璃键合工艺制作的集成光栅位移敏感芯片进行了测试实验。实验系统主要由敏感芯片、波长为 640 nm、660 nm 的双波长半导体激光器、双光电二极管及检测电路组成,敏感芯片由带反射面的可动部件和透明基底上的金属光栅组成。入射激光照射到光栅上产生衍射光斑,衍射光的光强随可动部件与光栅之间的距离变化,通过分别测量两个波长的衍射光强信号,并交替切换选取灵敏度较高的输出信号,实现了一定范围内的扩量程位移测量,并得到绝对位置。实验结果表明,利用双波长集成光栅干涉位移检测方法测得敏感芯片可动部件与基底光栅的初始间隙为 7.522  $\mu\text{m}$ ,并实现了间隙从 7.522  $\mu\text{m}$  到 6.904  $\mu\text{m}$  区间的高灵敏度位移测量,其噪声等效位移为 0.2 nm。