

文章编号 1004-924X(2012)02-0337-07

单热源作用下滚珠丝杠的温度场建模与热误差预测

李醒飞¹,董成军^{1*},陈 诚²,吴腾飞¹,谭文斌¹

- (1. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室,天津 300072;
2. 天津商业大学 机械工程学院,天津 300134)

摘要:研究了滚珠丝杠在单热源作用下的温度场模型,以便快速、准确地预测滚珠丝杠的热误差。根据丝杠的导热方程,在合理修改边值条件的基础上,建立滚珠丝杠的温度场理论模型,引入随温度变化的参数 α' 修正该模型,并提出模型参数的辨识方法。结合机械热变形理论,用所建立的温度场模型预测滚珠丝杠的热误差,进行温度场模型参数辨识实验和模型预测效果的验证实验。结果显示:基于温度场模型预测的温升值与实验测得的温升值之间的最大误差为 $0.8\text{ }^{\circ}\text{C}$;热误差预测结果与实测结果的最大误差为 $3.8\text{ }\mu\text{m}$ 。结果表明所建立的温度场模型可以较准确地反映滚珠丝杠在单热源作用下的温度分布,进而可以较准确地预测滚珠丝杠的热误差。

关键词:滚珠丝杠;温度场;热误差;单热源

中图分类号:TH161.4;TH133 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20122002.0337

Temperature model of ball screw and its thermal error prediction under single heat

LI Xing-fei¹,DONG Cheng-jun^{1*}, CHEN Cheng²,WU Teng-fei¹,TAN Wen-bin¹

- (1. *State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China;*
2. *School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Commerce, Tianjin 300134, China)*
** Corresponding author, E-mail: dcj_tju@tju.edu.cn*

Abstract: To quickly and accurately predict the thermal error of a ball screw, this paper focuses on the modeling of temperature field of the screw. A theoretical temperature model is achieved based on the heat conduction equation of the screw and the modified boundary value conditions and a parameter α' which is changed with the temperature are used to improve the model. Then, a model parameter identification process is proposed. The thermal error of the screw is predicted by the model and mechanical thermal deformation theory. Finally, experiments are performed to identify parameters and check up the effect of the model. Result shows that the maximum error between the predicted and the actual temperatures is $0.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ and the maximum error between the predicted and the actual thermal errors is $3.8\text{ }\mu\text{m}$. It concludes that the temperature model accurately predicts the temperature distribution and the thermal error of the screw under a single heat.

Key words: ball screw; temperature field; thermal error; single heat

收稿日期:2011-08-15;修订日期:2011-10-19.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50975206)

1 引言

滚珠丝杠广泛应用于数控机床、高精度进给平台等伺服系统^[1]。由于轴承、丝杠螺母等部件在工作时摩擦生热,会引起丝杠温度的上升,导致丝杠热变形,造成不可忽略的热误差^[2-3],而且数控机床、加工中心中使用的丝杠长度一般较长,热变形带来的定位误差尤为明显。因此,研究滚珠丝杠的温度分布、热变形规律及其热误差补偿技术,是用来提高伺服系统的传动和定位精度的一个重要研究方向^[3-4],得到了国内外学者的广泛关注。

近年来,先后出现了几种建立滚珠丝杠热误差模型的有效方法,但都存在其局限性。1995年,高雄大学的 Huang^[5]将丝杠的前后轴承和螺母作为热源,利用多元回归法分析丝杠的热误差,但由于其实质是归纳实验数据作数理统计,缺乏理论依据,因此该方法存在鲁棒性和可靠性较差的缺点。2004年,密西根大学的 Hong Yang^[6]等人利用动态神经网络分析了机床热误差,该方法考虑了丝杠的热弹效应等特性,但神经网络法训练复杂,不适于工程应用。2007年,捷克技术大学的 Otakar^[7]利用了闭环有限元法分析丝杠系统的温度场和热形变,该方法考虑了轴承发热的非稳定性,然而有限元法需要作大量的数值计算,实时性较差。2010年,天津大学的陈诚^[8]等结合理论法和经验法,利用分段建模的思想建立了滚珠丝杠温度场模型,但该方法中分段点的确定和参数辨识较为复杂。

本文在已有研究的基础上,提出一种可快速、准确预测滚珠丝杠在单热源作用下的温度分布与热变形模型,并进行了相关的实验验证。根据滚珠丝杠的导热方程,建立了符合滚珠丝杠实际工作条件的温度场模型,并结合机械热变形理论预测其热误差。通过设计相应的实验方案,验证了所建立的滚珠丝杠的温度场模型及其热变形预测方法的可行性。

2 滚珠丝杠温度场模型的建立

2.1 滚珠丝杠热传导方程

图 1 所示为滚珠丝杠示意图,由于丝杠长度 l

远大于其直径 $2R_0$,且其横截面上温度值相近,因此,只考虑轴向温度梯度,滚珠丝杠热传导方程为^[9-10]

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - \frac{2h}{kR_0} [T(x,t) - T_f] - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

式中, $T(x,t)$ 为 t 时刻丝杠上距热源为 x 位置点的温度, T_f 为环境温度, α 为导温系数, k 为热导率, h 为丝杠与空气换热系数, $2R_0$ 为丝杠直径。

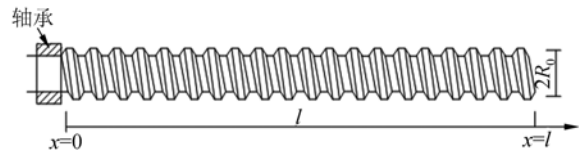


图 1 滚珠丝杠示意图

Fig. 1 Schematic diagram of lead screw

2.2 单热源作用下滚珠丝杠的温度场模型

热传导方程的解 $T(x,t)$ 即是丝杠温度场,然而根据文献^[7],求解式(1)后无法得到明确形式的解,因此本文在考虑实际工作条件及合理修改边界条件的基础上,对滚珠丝杠的温度场进行了简化建模。由于丝杠在快速升温时热传导效率远高于其与空气的换热效率,忽略式(1)中的换热项,得

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

热源置于丝杠一端,认为丝杠较长且其初始温度与环境温度一致。则有初始条件 $T(x,0) = T_f$ 和边界条件 $T(0,t) = T_m$, 其中, T_m 为热源端丝杠的温度。解(2)式得丝杠上 x 点在 t 时刻的温升值为^[9,11]

$$\Gamma^*(x,t) = \Gamma_{\max} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \right) \right], \quad (3)$$

其中 $\Gamma_{\max} = T_m - T_f$, $\operatorname{erf}(x)$ 在数学中定义为

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\lambda^2} d\lambda$$

由式(3)知,经过足够长时间后丝杠温度达到稳态, $\Gamma^*(x,t)$ 等于 Γ_{\max} , 即丝杠上各点的稳态温升值在不考虑换热情况下均为 Γ_{\max} 。为了建立更准确的滚珠丝杠温度场模型,需要获得存在换热条件下丝杠的稳态温度分布。

丝杠各点达到稳态时各点温度不随时间变化,则 $\partial T(x,t)/\partial t=0$,由式(1)得

$$\frac{\partial^2 T(x)}{\partial x^2} - \frac{2h}{kR_0}(T(x) - T_f) = 0, \quad (4)$$

解得丝杠稳态温度分布为

$$\Gamma(x) = C_1 e^{-\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x} + C_2 e^{\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x}, \quad (5)$$

式中 $\Gamma(x)$ 表示丝杠上 x 点达到稳态后的温升值,即 $\Gamma(x) = T(x) - T_f$; C_1 和 C_2 为表征丝杠温度的上升程度与分布情况的系数。参考文献[10],在考虑换热情况下,稳态温升值 Γ_{\max} 取 $\Gamma(x)$,用 $\Gamma^*(x,t)$ 表示丝杠的理论温度分布,则滚珠丝杠温度场理论模型为

$$\Gamma^*(x,t) = (C_1 e^{-\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x} + C_2 e^{\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x}) \times \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \right]. \quad (6)$$

然而随着温度的上升,丝杠的比热容等特性参数会发生一定变化,与这些参数相关的导温系数 α 也会发生一定的变化^[12]。且丝杠与环境条件之间存在耦合作用等因素^[7],这些因素会随着温度变化而影响模型的预测精度。因此,根据式(6),可用随温度变化的系数 $\alpha'(\tau)$ 代替 α ,修正后的模型可表示为

$$\Gamma(x,t) = (C_1 e^{-\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x} + C_2 e^{\sqrt{\frac{2h}{kR_0}}x}) \times \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t \cdot \alpha'(\tau)}}\right) \right]. \quad (7)$$

式(7)即为本文建立的滚珠丝杠温度场模型,前一项体现了丝杠的稳态温度分布,后一项体现了丝杠各点的温度变化过程。其中, τ 是为了体现 α' 随丝杠温度变化而选取的参考温度,可实测丝杠上某关键点的温度作为 τ ,热导率 k 可查文献所得,丝杠中径 $2R_0$ 是确定的,因此,还需辨识 h 、 α' 、 C_1 和 C_2 等参数。

2.3 滚珠丝杠温度场模型参数辨识

2.3.1 辨识 h 、 α'

换热系数 h 的值一般通过经验方法近似得到,为达最佳预测效果,必须对其进行辨识;而 α' 由上文分析知其值随温度会发生一定变化,也需要辨识。

具体辨识方法如下:用热源加热丝杠,测量整个加热过程中丝杠各点的温度变化值;然后根据式(5),利用实测的丝杠稳态温度分布,结合已知的参数 k 和 R_0 ,可得到 h ,同时还可以得到一组对应该热源的 C_1 、 C_2 ;再根据式(7),利用丝杠上不同点的实测温升情况,结合已知的参数 k 、 R_0 和辨识所得的 h 、 C_1 、 C_2 ,辨识不同时间下的 α' 值,并根据不同时间下的参考温度值,得到 α' 随参考温度的关系。

2.3.2 更换热源,重辨识 C_1 、 C_2

由于 C_1 、 C_2 表征了丝杠温度的上升程度与分布情况,而不同热源作用下丝杠的温升与分布不同,因此一组 C_1 、 C_2 对应一个热源。而更换热源加热丝杠时, h 不变, α' 随温度的变化关系也不变,因此,在更换热源时,需在加热初始阶段内辨识 C_1 、 C_2 ,以预测随后阶段的丝杠温度变化。

具体辨识方法如下:从开始加热起一定时间 t_r 内,通过温度采集系统每隔5s取距热源 l_1 、 l_2 两点处的实际温升值;然后根据式(7),利用 t_r 时间内该两点的温升值,结合 h 、 α' 的辨识结果,使用最小二乘法来辨识得到 C_1 、 C_2 的值。

3 基于滚珠丝杠温度场预测热误差

滚珠丝杠的热误差是丝杠膨胀后相比初始状态的热变形^[7]。本文中丝杠为单端固定安装方式,可自由膨胀,丝杠上某点相对固定端的热变形量即该点热误差值。根据已经建立的滚珠丝杠温度场模型(7),利用温度变化与机械热变形所遵循的规律,可以算出丝杠上各点的热误差。

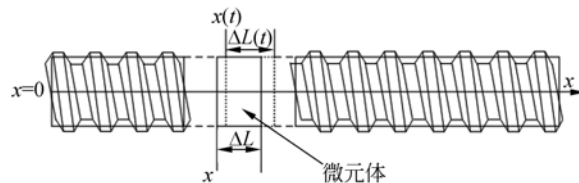


图2 滚珠丝杠中某段“微元体”

Fig. 2 Micro unit of ball screw

由于丝杠螺纹高度较小,分析时将丝杠视为规则的圆柱体^[12];如图 2 所示。分析丝杠上 x 处的一段“微元体” ΔL ,其中 $\Delta L \rightarrow 0$ 。当时间从 0 变化到 t ,温度上升为 $\Gamma(x, t)$, x 点变动到 $x(t)$ 点,“微元体”长度从 ΔL 膨胀到 $\Delta L(t)$ 时,有

$$\Delta L(t) - \Delta L = a_m \Delta L \Gamma(x, t), \quad (8)$$

式中, a_m 为平均线膨胀系数^[12]; $\Delta L(t) - \Delta L$ 表示“微元体” ΔL 的热膨胀量。 x 点的热变形量可由 $0 \rightarrow x$ 间的各个“微元体”热膨胀量叠加得到。将式(8)两端对 x 积分,可得 x 点的热变形量 $x(t) - x$,即热误差 $E(x)$

$$E(x) = x(t) - x = \int_0^x a_m \Gamma(x, t) dx = \int_0^x a_m (C_1 e^{-\sqrt{\frac{2h}{k_0}} x} + C_2 e^{\sqrt{\frac{2h}{k_0}} x}) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{t \cdot \alpha'(\tau)}} \right) \right] dx, \quad (9)$$

4 实验

实验平台如图 3 所示。环境温度为 20°C ,丝杠起始温度为 20°C ,在丝杠上距离热源 $0 \sim 14\text{ cm}$,以 2 cm 间隔等间距分布 8 个测温点,使用 PT100 热敏电阻,结合温度变送器和 NI6251 采集卡实时采集各点温度值,采样间隔为 5 s 。在距离热源 16 cm 处,放置激光干涉仪反射镜,利用干涉仪测量该位置的热变形,采样间隔同样为 5 s 。

分别用发热功率为 $50, 45, 40, 35\text{ W}$ 的热源 H, A, B, C 进行 4 组实验,记为 E_H, E_A, E_B, E_C ,实验时间均为 2 h 。其中实验 E_H 测得的丝杠温度分布用来辨识丝杠特性参数 h, α' ;实验 E_A, E_B, E_C 均更换了热源,因此在加热之初均重辨识 C_1, C_2 ;最后用实验 E_A, E_B, E_C 中测得的丝杠实际温度分布与热变形来验证所建模型的效果。

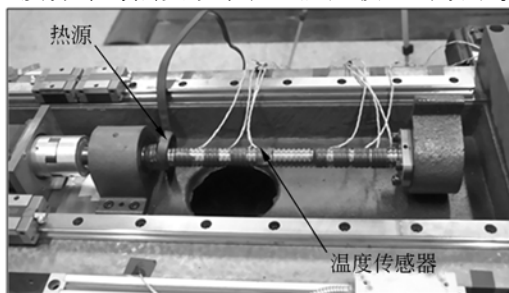


图 3 滚珠丝杠加热实验图

Fig. 3 Equipment in experiment

4.1 h, α' 的辨识

将实验 E_H 中所测得的 $x=2, 6, 10, 14\text{ cm}$ 4 点温度值去噪声滤波后,得到如图 4 所示数据。

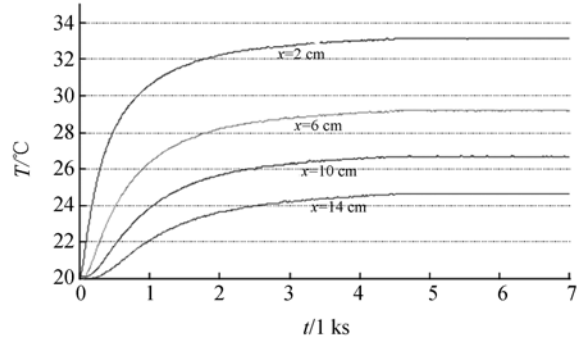


图 4 h, α' 的辨识数据

Fig. 4 Identification data of h and α'

使用该数据辨识 h, α' ,得到 h 的辨识结果为 $17.2\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$,同时得到对应热源 H 的 $C_{1H}=13.0, C_{2H}=0.1$; α' 辨识结果如表 1 所示,表中列出了每隔 500 s 的 α' 值,以及距热源 0 cm 处的温升值 τ_0 ,分析表中数据知 α' 与 τ_0 近似成线性关系,线性拟合后得 α' 随 τ_0 的关系: $\alpha' = 0.6 + 0.08\tau_0 (10^{-5}\text{ m}^2/\text{s})$ 。

表 1 α' 值辨识结果

Tab. 1 Identification result of α'

$t/1\text{ Ks}$	$\alpha'/(10^{-5}\text{ m}^2/\text{s})$	$\tau_0/^\circ\text{C}$
0.1	0.91	2.4
0.5	1.09	8.9
1	1.25	11.1
1.5	1.39	12.0
2	1.46	12.5
2.5	1.53	12.8
3	1.58	12.9
3.5	1.62	13.0
4	1.65	13.1
4.5	1.65	13.2
5~7	1.66	13.2

4.2 C_1, C_2 的重辨识

从热源开始加热起 400 s 内,取距热源 0 cm 和 14 cm 处的实测温升数据,可辨识得热源 A, B, C 对应的 C_1, C_2 分别为: $C_{1A}=12.4, C_{2A}=0.5$; $C_{1B}=10.9, C_{2B}=0.5$; $C_{1C}=8.9, C_{2C}=0.4$ 。

4.3 模型验证

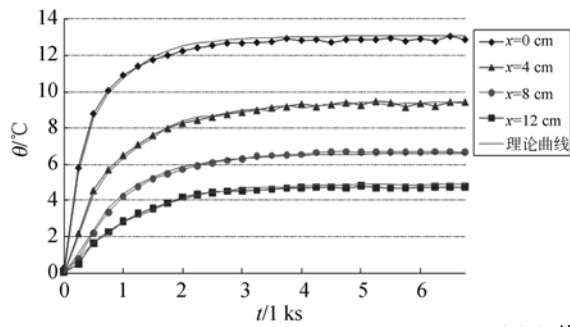
实验 E_A, E_B, E_C 中,分别取距离热源 $0, 4, 8,$

12 cm 处 4 点的实测温度值;并同时取距热源 16 cm 处的热变形值,即实测热误差。然后,利用模型分别预测丝杠的温度场与热误差。

图 5 为在热源 A、B、C 加热条件下,丝杠上 4 点的模型预测温升与实测温升曲线,由图可知该

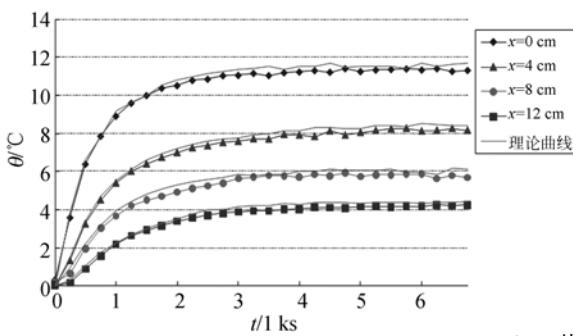
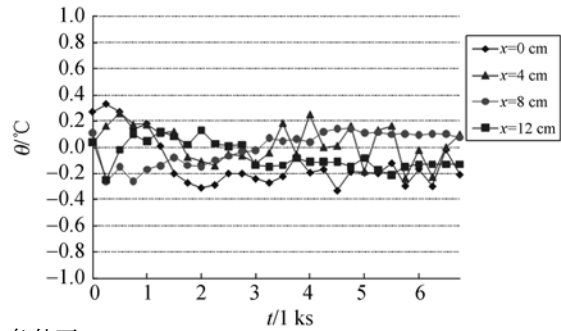
模型对丝杠上不同位置处的温度均做出了较好的预测,预测温度与实际温度最大误差值为 0.8 °C。

图 6 为丝杠上距离热源 16 cm 处的预测热误差与实测热误差曲线。由图可知热误差预测结果较好地反映了丝杠热变形,误差小于 3.8 μm。其



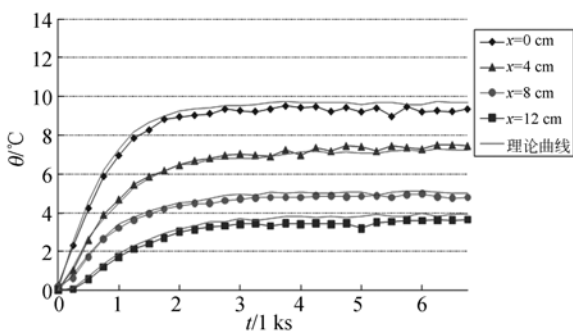
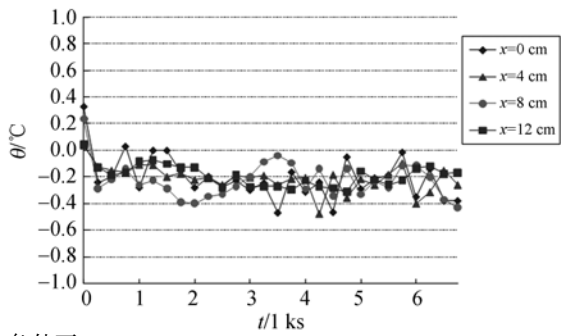
(a) A 热源加热条件下

(a) Under heat A



(b) B 热源加热条件下

(b) Under heat B



(c) C 热源加热条件下

(c) Under heat C

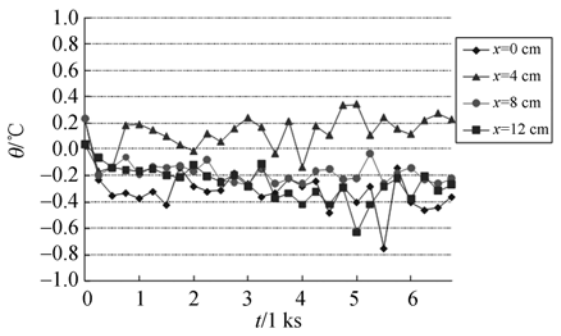
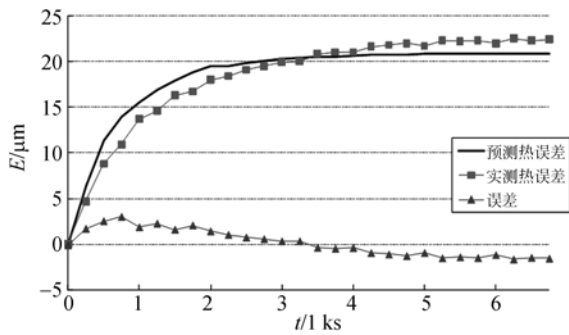


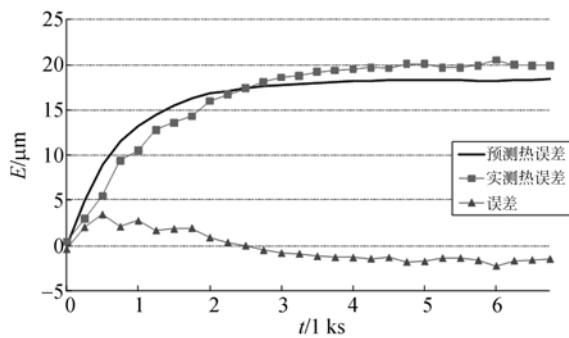
图 5 不同热源、不同测温位置条件下,丝杠的实测温升与理论温升曲线(左)及相应的温升误差(右)

Fig. 5 Theoretical and measured temperature rising curves(left) and corresponding temperature rising errors(right) under different heats at different measuring points



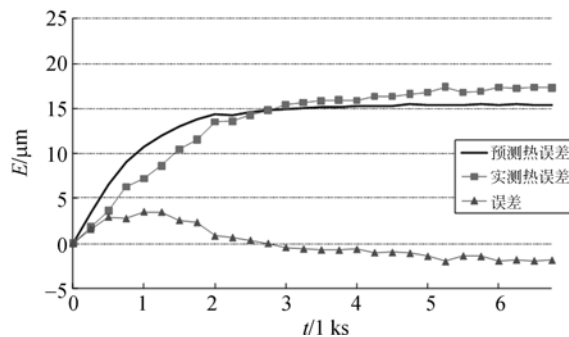
(a) A 热源

(a) For heat A



(b) B 热源

(b) For heat B



(c) C 热源

(c) For heat C

图6 不同热源下模型预测的丝杠热误差与实测的热误差

Fig. 6 Thermal deformation curves of $x=16$ cm point

参考文献:

- [1] 戴蓉, 谢铁邦. 新型一维位移工作台的设计及特性分析 [J]. 光学 精密工程, 2006, 14(3):428-433.
DAI R, XIE T B. Design and analysis of 1-DOF nano-positioning stage [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(3):428-433. (in Chinese)
- [2] 林伟青, 傅建中, 许亚洲. 基于 LS-SVM 与遗传算法的数控机床热误差辨识温度传感器优化策略 [J]. 光学 精密工程, 2008, 16(9):1682-1687.

差异性首先是实测热误差相对于预测热误差存在时间上的延迟,这是因为是热弹效应导致了热变形相对温升存在一定延迟^[13];其次是最终的实测热误差大于预测的热误差,这是由于热源所处位置的丝杠和轴承处的丝杠存在温升和膨胀,该处热变形难以做出准确计算,导致实测热误差大于预测值。

5 结 论

以热传导和丝杠物理特性为理论基础,根据滚珠丝杠导热微分方程,通过合理修改边值条件建立了滚珠丝杠温度场理论模型,并根据实际情况提出了模型修正和参数辨识方法。结合机械热变形理论,基于所建温度场模型预测丝杠热误差,实验验证了所建立的温度场模型及其热误差预测方法的可靠性。在不同单热源加热条件下,预测温度与实测温度的最大误差为 0.8°C ;热误差预测结果与实测结果的最大误差为 $3.8\ \mu\text{m}$ 。

然而,模型是在单热源加热丝杠的条件下建立的,虽然能反映丝杠的温度变化与热变形规律,一定程度上改善了丝杠热误差预测方法,但与丝杠系统的实际工况尚有一定差异,比如实际中丝杠存在多热源作用以及不同的安装方式等问题,这些问题尚在进一步的研究之中。

- LIN W Q, FU J Z, XU Y Z. Optimal sensor placement for thermal error identification of NC machine tool based on LS-SVM and genetic algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(9):1682-1687. (in Chinese)
- [3] CHANG C, WANG C, LIN C. A Theory of Ball-screw Thermal Compensation [C]. *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, Hong Kong; IMECS 2009.*
- [4] 向红标, 袁祖荣, 李醒飞. 精密实验平台的非线性

- 摩擦建模与补偿 [J]. 光学精密工程, 2010, 18(5):1119-1127.
- XIANG H B, QIU Z R, LI X F. Nonlinear friction modeling and compensation of high-precision experimental platforms[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(5):1119-1127. (in Chinese)
- [5] HUANG S. Analysis of a model to forecast thermal deformation of ball screw feed drive systems [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1995, 35(8):1099-1104.
- [6] YANG H, NI J. Dynamic neural network modeling for nonlinear, nonstationary machine tool thermally induced error [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2005, 45(4-5):455-465.
- [7] HOREJS O. Thermo-mechanical model of ball screw with non-steady heat sources [C]. *Thermal Issues in Emerging Technologies*. Cairo: THETA1. 2007, 133-137.
- [8] 陈诚, 袁祖荣, 李醒飞. 伺服系统中滚珠丝杠的温度场模型[J]. 光学精密工程, 2011, 19(5):1151.
- CHEN C, QIU Z R, LI X F. Temperature field model of ball screws used in servo systems [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(5):1151. (in Chinese)
- [9] 严宗达, 王洪礼. 热应力 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.
- YAN Z D, WANG H L. *Thermal Stress* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1993. (in Chinese)
- [10] FRASER S, ATTIA M, OSMAN M. Modelling, identification and control of thermal deformation of machine tool structures, part 1: concept of generalized modelling [J]. *Journal of manufacturing science and engineering*, 1998, 120:623.
- [11] AHN J, CHUANG S. Real-time estimation of the temperature distribution and expansion of a ball screw drive system using an observer [J]. *Journal of Engineering Manufacture*, 2004, 218:1667-1681.
- [12] 程尚模. 传热学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- CHENG S M. *Heat Transfer* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1989.
- [13] 夏军勇, 胡友民, 吴波. 基于一维传热的机床热动态特性分析 [J]. 机械科学与技术 (西安), 2008, 27(10):1121-1126.
- XIA J Y, HU Y M, WU B. Analysis of the thermal dynamic characteristic of machine tools based on unidimensional heat transfer [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2008, 27(10):1121-1126. (in Chinese)

作者简介:



李醒飞(1966—),男,湖北天门人,教授,博士生导师,2000年于天津大学获得博士学位,2003赴美国密歇根大学学习和工作,主要从事多传感器融合技术、测试计量技术及仪器等方面的研究工作。E-mail: lixf@tju.edu.cn



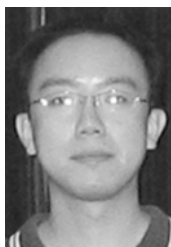
谭文斌(1984—),男,湖南衡阳人,博士研究生,2006年、2008年于天津大学分别获得学士、硕士学位,主要从事控制技术、测试计量技术及仪器等方面的研究。E-mail: twb@tju.edu.cn



董成军(1986—),男,浙江杭州人,硕士研究生,2009年于天津大学获得学士学位,主要从事误差补偿,以及精密测试计量技术及仪器等方面的研究。E-mail: dcj_tju@tju.edu.cn



吴腾飞(1985—),男,辽宁抚顺人,博士研究生,2008年、2010年于天津大学分别获得学士、硕士学位,主要从事图像处理关键算法、精密测量与智能控制方面的研究。E-mail: wtf@tju.edu.cn



陈诚(1980—),男,甘肃兰州人,讲师,2007年、2010年于天津大学分别获得硕士、博士学位,主要从事误差补偿,以及精密测试计量技术及仪器等方面的研究。E-mail: chencheng@tju.edu.cn