

文章编号 1004-924X(2012)03-0579-08

## 完全各向同性 3 自由度平面并联机构的型综合

张彦斌<sup>1\*</sup>, 王慧萍<sup>1</sup>, 吴鑫<sup>2</sup>

- (1. 河南科技大学 规划与建筑工程学院, 河南 洛阳 471003;
2. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

**摘要:**提出了完全各向同性 3 自由度平面并联机构型综合的系统方法。首先,根据螺旋理论讨论了完全各向同性平面并联机构的运动学必要条件。然后,基于机构各分支对动平台控制功能的不同,通过互易螺旋理论推导出各分支的驱动螺旋、主动螺旋和可动非主动螺旋,并按照分支连接度的不同列举出所有可行的分支运动链。最后,按照机构各分支相应的装配条件,选取所综合出的 3 条分支运动链将动平台和静平台连接起来得到预期的机构,共得到新型机构 3 167 种。由于综合出的并联机器人机构的运动雅可比矩阵均为单位阵,即条件数恒为 1,因此这类机构具有良好的运动学和力传递性能,在工业机器人、微操作机器人和医用机器人等领域具有潜在的应用前景。

**关键词:**平面并联机构;型综合;完全各向同性;互易螺旋理论

**中图分类号:**TP242;TH112 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20122003.0579

## Structure synthesis of fully-isotropic 3- DoF planar parallel manipulators

ZHANG Yan-bin<sup>1\*</sup>, WANG Hui-ping<sup>1</sup>, WU Xin<sup>2</sup>

- (1. School of Planning & Architectural Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;
  2. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)
- \* Corresponding author, E-mail: yanbin\_zh@163.com

**Abstract:** A systemic approach to the structure synthesis of fully-isotropic three degree-of-freedom (DoF) planar parallel manipulators was presented. Firstly, the necessary conditions for designing fully-isotropic planar parallel manipulators were discussed by use of the screw theory. Based on the different control functions of each limb for the moving platforms, the actuation screw, actuated screw and mobile unactuated screws of every limb were derived in terms of the reciprocal screw theory. Then, all possible limbs were enumerated according to the different connectivity numbers of the kinematic chain. Finally, the desired manipulators, including 3 167 new types, were obtained by connecting the moving platform to the fixed base by using three limbs according to some assembling conditions. Each kinematic Jacobian of these manipulators is an identical matrix and their conditioning numbers are all equal to 1, so

收稿日期:2011-08-26;修订日期:2011-10-27.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50905055);河南省教育厅自然科学基金资助项目(No. 2010A460006);河南省高校青年骨干教师资助项目(No. 2010GGJS-079);河南科技大学博士科研启动基金资助项目

the manipulators can offer very good motion and force transmissions, and show prospective applications in industrial robots, micro-manipulating robots, and medical robots.

**Key words:** planar parallel manipulator; structure synthesis; fully-isotropy; reciprocal screw theory

## 1 引言

并联机构是近十几年来机构学和机器人领域研究和关注的焦点<sup>[1-3]</sup>,而 3 自由度平面并联机构是其中研究较多的类型之一<sup>[4-6]</sup>。通常情况下,平面并联机构的所有分支运动链均装配在同一平面内,具有结构简单、分支对称分布等特点。Chandra 和 Rolland<sup>[7]</sup>利用混合超启发法对 3-RPR 平面并联机构的正运动学解进行了数值求解。Arsenault 和 Boudreau<sup>[8]</sup>在充分考虑机构性能指标的基础上,实现了 3-RPR 平面并联机构的尺度综合。Bonev<sup>[9]</sup>基于螺旋理论讨论了各种常见 3 自由度平面并联机构的奇异性问题。诸多学者的研究表明,一般 3 自由度平面并联机构存在多组运动学解和多种奇异位形,这使得机构的有效工作空间减少,控制设计的难度增加,也影响了并联机构的推广应用。为了尽量避开这些缺陷,不少学者开始关注解耦并联机构、各向同性并联机构的设计和分析。Glazunov<sup>[10]</sup>基于螺旋理论提出解耦三支 6 自由度并联机构的型综合。Gogu<sup>[11]</sup>基于线性变换理论提出了 2T1R 型平面并联机构型综合。张彦斌<sup>[12]</sup>等基于互易螺旋理论对无奇异完全各向同性移动并联机构的型综合进行了研究。

本文在文献<sup>[12]</sup>的基础上,利用互易螺旋理论提出了完全各向同性 3 自由度平面并联机构型综合的系统方法,给出了具体的综合步骤,为并联机构新机型的构造设计提供了理论基础。

## 2 平面并联机构的速度表达式

对于具有 3 条非冗余分支运动链的平面并联机构,动平台的瞬时输出运动可利用其分支的运动螺旋系表示,即:

$$\mathbf{T} = \sum_{j=1}^{F_i} \dot{q}_{ji} \mathbf{\$}_{ji}, (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{T} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z; v_x, v_y, v_z]^T$  为动平台的输出速度矢量;  $\mathbf{\$}_{ji} = [L_{ji}, M_{ji}, N_{ji}; P_{ji}, Q_{ji}, R_{ji}]^T$  为第  $i$  条分支中的第  $j$  个单自由度关节的运动螺旋;  $\dot{q}_{ji}$  表示第  $i$  条分支中的第  $j$  个单自由度关节的线速度或角速度;  $F_i$  为第  $i$  条分支的连接度。

若用第  $i$  条分支驱动螺旋  $\mathbf{\$}_{ai}$  分别与等式(1)两边同时作互易积,得:

$$\mathbf{\$}_{ai} \circ \mathbf{T} = \mathbf{\$}_{ai} \circ \sum_{j=1}^{F_i} \dot{q}_{ji} \mathbf{\$}_{ji} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2)$$

式中  $\mathbf{\$}_{ai} = [L_{ai}, M_{ai}, N_{ai}; P_{ai}, Q_{ai}, R_{ai}]^T$ , 其中前 3 个元素表示该驱动螺旋轴线方向的单位矢量,后 3 个元素为该螺旋对坐标轴的矩矢量。

假定 3 自由度平面并联机构动平台的输出速度仅为两个沿  $x$ 、 $y$  轴方向的线速度和一个绕  $z$  轴转动的角速度,则速度矢量  $\mathbf{T}$  的表达式为:

$$\mathbf{T} = [0, 0, \omega_z; v_x, v_y, 0]^T, \quad (3)$$

另设机构的主动副均固结于静平台,将式(3)代入式(2),并整理为矩阵形式,得:

$$\mathbf{J}_{\text{dir}} \mathbf{v} = \mathbf{J}_{\text{inv}} \dot{\mathbf{q}}, \quad (4)$$

式(4)即为 2T1R 型 3 自由度平面并联机构的速度表达式,其中  $\mathbf{v}$ 、 $\dot{\mathbf{q}}$  分别表示动平台的输出速度矢量和主动副的输入速度矢量;  $\mathbf{J}_{\text{dir}}$ 、 $\mathbf{J}_{\text{inv}}$  分别为机构正、逆雅可比矩阵,且有:

$$\mathbf{v} = [v_x, v_y, \omega_z]^T, \quad (5)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_{11}, \dot{q}_{12}, \dot{q}_{13}]^T, \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_{\text{dir}} = \begin{bmatrix} L_{a1} & M_{a1} & R_{a1} \\ L_{a2} & M_{a2} & R_{a2} \\ L_{a3} & M_{a3} & R_{a3} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{J}_{\text{inv}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\$}_{a1} \circ \mathbf{\$}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{\$}_{a2} \circ \mathbf{\$}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{\$}_{a3} \circ \mathbf{\$}_{13} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

完全各向同性并联机构是指在整个工作空间内雅可比条件数恒为 1 的机构,即雅可比矩阵相似于单位阵的机构。因此,要使得所构造出的机构为完全各向同性并联机构,首先要满足机构的输入和输出之间呈一对一的线性映射关系。对于 2T1R 型平面并联机构,由式(8)可知其逆雅可比

矩阵  $J_{inv}$  为对角阵,故只有当其正雅可比矩阵  $J_{dir}$  也为对角阵时才能满足输入和输出之间的一对一映射关系。因而,完全各向同性平面并联机构型综合的关键问题是如何综合出满足上述关系的分支运动链。

### 3 机构分支运动链型综合

完全各向同性并联机构分支运动链型综合,就是综合出末端构件沿主动副驱动方向上的输出速度只与主动副的输入速度相关,且两者呈线性映射关系的分支结构。

#### 3.1 第一条分支运动链型综合

##### 3.1.1 第一条分支驱动螺旋的确定

假定第一条分支仅对动平台沿  $x$  轴方向的移动提供直接驱动,并设机构分支中仅含有转动副和移动副两种基本类型,其它多自由度运动副可由这两种运动副组合构成。

设静坐标系  $O'-x'y'z'$  固接于定平台,动坐标系  $O-xyz$  的坐标原点  $O$  附着于动平台,且动坐标系的 3 个坐标轴在运动过程中始终与静坐标系的 3 个坐标轴分别对应平行,如图 1 所示。图 1 中  $i, j, k$  分别为动坐标轴线方向的单位矢量,驱动螺旋  $S_{ai}$  相对于动系原点  $O$  的矢径为  $r_i = [x_{ai}, y_{ai}, z_{ai}]^T$ ,各支路的主动螺旋  $S_{1i}$  固定于静坐标系。

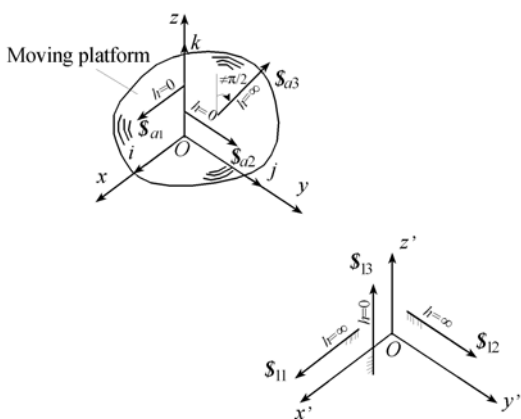


图 1 驱动螺旋和主动螺旋

Fig. 1 Actuation screws and actuated screws

由分析可知,要想综合出预期的平面并联机构,其正雅可比矩阵  $J_{dir}$  只能为对角阵,因此  $J_{dir}$  的第一行中仅第一个元素  $[J_{dir}]_{11}$  为非零常数,第

一条分支中主动副施加在动平台上的驱动螺旋为:

$$S_{ai} = [L_{ai}, 0, N_{ai}; P_{ai}, Q_{ai}, 0]^T, \quad (9)$$

式中  $S_{ai}$  应是一个纯力螺旋。由于第一条分支仅对动平台沿  $x$  轴方向的移动提供驱动力,故必有  $N_{ai} = 0$ ,所以式(9)可写为:

$$S_{ai} = [1, 0, 0; P_{ai}, Q_{ai}, 0]^T. \quad (10)$$

因第一条分支的驱动螺旋  $S_{ai}$  轴线过动坐标系中点  $(x_{ai}, y_{ai}, z_{ai})$ ,故可求得  $P_{ai} = 0, Q_{ai} = z_{ai}$  和  $R_{ai} = -y_{ai} = 0$ ,从而可得到  $S_{ai}$  的表达式为:

$$S_{ai} = [1, 0, 0; 0, z_{ai}, 0]^T, \quad (11)$$

即驱动螺旋  $S_{ai}$  为过  $z$  轴上点  $z_{ai}$ ,且平行于  $x$  轴的零节距螺旋,如图 1 所示。

##### 3.1.2 第一条分支的主动螺旋的确定

将式(11)代入逆雅可比矩阵  $J_{inv}$  对角线上的第一个元素  $[J_{inv}]_{11}$ ,得

$$[J_{inv}]_{11} = S_{ai} \circ S_{11} = P_{11} + z_{ai} M_{11}, \quad (12)$$

式中  $S_{11} = [L_{11}, M_{11}, N_{11}; P_{11}, Q_{11}, R_{11}]^T$ ,为第一条分支的主动螺旋。

因  $S_{11}$  固定于静坐标系,故其方向矢量  $s_{11} = [L_{11}, M_{11}, N_{11}]^T$  为常矢量。由于动坐标系  $O-xyz$  相对于静系  $O'-x'y'z'$  的位置时刻发生变化,因此  $S_{11}$  在  $y'$  轴向的任何非零分量 ( $M_{11}$ ) 都会使得矩矢量在  $x'$  轴上的分量 ( $P_{11}$ ) 为变量,致使  $[J_{inv}]_{11}$  亦为变量,所以要满足  $[J_{inv}]_{11}$  为常数,必有  $M_{11} = 0$ 。故第一条分支的主动螺旋  $S_{11}$  只能为下列两种形式之一,即

$$S_{11} = \begin{cases} [L_{11}, 0, N_{11}; P_{11}, Q_{11}, R_{11}]^T & (h=0) \\ [0, 0, 0; L_{11}, 0, N_{11}]^T & (h=\infty) \end{cases}, \quad (13)$$

式中  $h$  为螺旋的节距。

根据式(13)可知,主动螺旋  $S_{11}$  只能位于  $O'-x'y'z'$  平面内,假定其轴线过点  $(x_{11}, 0, z_{11})$ ,可计算出  $P_{11} = y_{11} N_{11} = 0$ 。

将式(11)和式(13)代入式(8),得

$$[J_{inv}]_{11} = S_{ai} \circ S_{11} = \begin{cases} 0 & (h=0) \\ L_{11} & (h=\infty) \end{cases}. \quad (14)$$

由于逆雅可比矩阵  $J_{inv}$  对角线上的元素只能为非零常数,故应将零节距主动螺旋舍去,并且必有  $L_{11} \neq 0$ 。同时根据式(14)可知,  $[J_{inv}]_{11}$  的值仅

与主动螺旋的方向矢量  $s_{11}$  在  $x'$  轴向的分量 ( $L_{11}$ ) 相关, 而与其在  $z'$  轴向的分量 ( $N_{11}$ ) 无关, 因此可令  $N_{11}=0$ , 故主动螺旋  $\$_{11}$  的单位矢量形式为:

$$\$_{11} = [0, 0, 0; 1, 0, 0]^T, \quad (15)$$

式(15)表明第一条分支的主动螺旋  $\$_{11}$  只能为任意平行于  $x$  轴的无穷大节距螺旋(见图 1), 即该分支的主动副为移动副, 且其移动方向与  $x$  轴平行。

### 3.1.3 分支中其它可动非主动螺旋的确定

由于驱动螺旋  $\$_{a1}$  与第一条分支中除主动螺旋  $\$_{11}$  外的其它所有运动螺旋的互易积恒等于零, 因此第一条分支中可动非主动螺旋为:

(1) 平行于  $x$  轴的零节距螺旋直接与  $\$_{11}$  相连, 若分支含有此类螺旋, 其数量至少为 2, 最多为 3;

(2) 垂直于  $x$  轴的平面上的所有无穷大节距螺旋, 其数量最多为 2 且方向互不平行, 可配置在分支中的任何位置;

(3) 与  $z$  轴重合的零节距螺旋, 直接或通过无穷大节距螺旋与动平台相连, 其数目有且仅有 1 个。

### 3.1.4 第一分支运动链型综合

由于并联机构动平台的运动输出特征矩阵是所有分支运动输出特征矩阵的交集, 即任何一条支路的末端构件相对于初始构件的相对运动空间都应包含动平台相对于定平台的运动空间, 所以对于本文所综合的所有分支末端构件都必须具有沿  $x, y$  轴方向的移动和绕  $z$  轴的转动自由度。

另外, 由于空间无穷大节距螺旋的最大线性无关的数目为 3, 空间平行的零节距螺旋的最大线性无关的数目也为 3, 因此根据分支连接度  $F_c$  的不同可列举出所有符合要求的第一条分支运动链的结构形式, 见表 1。为了简化运动链的结构形式, 假定同一分支中相邻运动副的轴线相互平行或垂直。

表 1 中各条运动链的第一个运动副为主动副, 若第一个运动副为 C 副, 则以 C 副的线性自由度为主动输入。下标字母  $u, v, w$  表示运动副的移动方向或转动轴线方向, 其单位矢量分别为  $u, v, w$ 。对于下标为  $n$  的移动副, 其移动方向为

垂直于  $u$  的任意方向, 但与相邻运动副轴线保持平行或垂直。

若令  $u=x, v=y, w=z$ , 则表 1 中的运动链结构即为对动平台沿  $x$  轴方向移动提供直接驱动的第一条分支。

表 1 第一条分支运动链

Tab. 1 Kinemtic structures of the first limb

$F_c$	类型	序号	基本支链结构	含有多自由度运动副的支链结构
3	2P1R	1	$P_u P_v R_w$	—
4	3P1R	2~3	$P_u P_v P_w R_w$	$P_u P_v C_w$
			$1P4R$ 4~7	$P_u R_u R_u R_u R_w$
5	2P3R	8~18	$P_u P_n R_u R_u R_w$	$P_u P_n R_u U_{uvw}$
			$P_u R_u P_n R_u R_w$	$P_u R_u R_u C_w$
			$P_u R_u R_u P_n R_w$	$C_u R_u R_w P_n$
			$P_u R_u R_u R_w P_n$	$C_u P_n R_u R_w$ $C_u R_u P_n R_w$ $C_u P_n U_{uvw}$ $C_u R_u C_w$

### 3.2 第二条分支运动链型综合

假设第二条支路仅对动平台沿  $y$  轴方向的移动提供直接驱动。

利用相同的方法可确定出第二条分支的驱动螺旋  $\$_{a2}$  为:

$$\$_{a2} = [0, 1, 0; -z_{a2}, 0, 0]^T, \quad (16)$$

即第二条分支的驱动螺旋  $\$_{a2}$  为过  $z$  轴上点  $z_{a1}$ , 且平行于  $y$  轴的零节距螺旋, 如图 1 所示。

同样, 可确定出第二条分支主动螺旋  $\$_{12}$  为:

$$\$_{12} = [0, 0, 0; 0, 1, 0]^T, \quad (17)$$

即第二条分支的主动螺旋  $\$_{12}$  为任意平行于  $y$  轴的无穷大节距螺旋。

然后, 利用  $\$_{a2}$  与第二条分支运动链中除  $\$_{12}$  外的所有其它运动螺旋的互易积恒等于零的特点, 可确定出第二条分支的可动非主动螺旋。再根据机构动平台输出特性的要求, 按照分支连接度  $F_c$  的数目以及各类运动螺旋的最大线性无关数的不同, 可列举出各种可行的运动链结构。由

于第一条分支中主动螺旋及可动非主动螺旋的形式与第二条分支中主动螺旋及可动非主动螺旋的形式相似,因此这两条分支的型综合相同,只要令表 1 中  $u=y, v=x, w=z$  即可得到第二条分支的运动链。

### 3.3 第三条分支运动链型综合

#### 3.3.1 第三条分支驱动螺旋和主动螺旋的确定

假设该分支运动链仅对动平台绕  $z$  轴方向的转动提供直接驱动,因此该分支驱动螺旋  $\$_{a3}$  应为 1 个纯力偶的形式,且  $\$_{a3}$  的方向矢量  $\mathbf{s}_{a3}$  在  $z$  轴上的分量不为零,那么该分支驱动螺旋为:

$$\$_{a3} = [0, 0, 0; L_{a3}, M_{a3}, N_{a3}]^T, \quad (18)$$

且有

$$M_{a3} = \mathbf{s}_{a3}^T \cdot \mathbf{k} \neq 0, \quad (19)$$

式中  $\mathbf{k}$  为沿  $z$  轴方向的单位矢量。

根据逆雅可比矩阵  $\mathbf{J}_{inv}$  对角线上的第三个元素  $[\mathbf{J}_{inv}]_{33}$  的计算公式有:

$$[\mathbf{J}_{inv}]_{33} = \$_{a3} \circ \$_{13} = L_{a3} L_{13} + M_{a3} M_{13} + N_{a3} N_{13}, \quad (20)$$

式中  $\$_{13} = [L_{13}, M_{13}, N_{13}; P_{13}, Q_{13}, R_{13}]^T$ , 为第三条分支的主动螺旋,  $\mathbf{s}_{13}$  为其方向矢量。

由于  $[\mathbf{J}_{inv}]_{33}$  为非零常数,所以主动螺旋  $\$_{13}$  必不能为无穷大节距螺旋,且  $\mathbf{s}_{13}$  不能垂直于  $\mathbf{s}_{a3}$ 。因为这里只考虑移动副和转动副两种基本运动副,所以  $\$_{13}$  只能为与  $\$_{a3}$  非垂直的零节距螺旋。

因为完全各向同性并联机构的输入-输出之间存在一一对应的线性映射关系,所以机构动平台绕  $z$  轴的输出角速度  $\omega_z$  与第三条分支中主动副的输入速度  $\dot{q}_{13}$  之间的运动学关系可写为:

$$\omega_z = c \dot{q}_{13}, \quad (21)$$

其中  $c$  为非零常数。

联立方程(4)、(19)、(20)和(21),得

$$c = \frac{\$_{a3} \circ \$_{13}}{\mathbf{s}_{a3}^T \cdot \mathbf{k}} = \frac{\mathbf{s}_{a3}^T \cdot \mathbf{s}_{13}}{\mathbf{s}_{a3}^T \cdot \mathbf{k}}, \quad (22)$$

由于主动螺旋  $\$_{13}$  固定于静坐标系,因此该螺旋的方向矢量  $\mathbf{s}_{13}$  为常矢量,而  $\mathbf{k}$  也为常矢量,所以要使得  $c$  为常数,则有下列两种情况:

(1)  $\mathbf{s}_{a3}$  为常矢量

当  $\mathbf{s}_{a3}$  为常矢量时,假设 1 零节距螺旋  $\$_0$  直接

与动平台相连,一方面要求该螺旋的轴线绕  $\mathbf{k}$  转动,另一方面又要求其轴线在整个运动过程中始终垂直于  $\mathbf{s}_{a3}$ ,所以必有  $\mathbf{s}_{a3} = \mathbf{k}$ 。

而若零节距螺旋  $\$_0$  直接与该分支的主动螺旋  $\$_{13}$  相连,那么其轴线在绕  $\mathbf{s}_{13}$  转动的同时,还要始终垂直于  $\mathbf{k}$ ,因此必定满足  $\mathbf{s}_{13} = \mathbf{k}$ 。

综上所述,可得:

$$\mathbf{s}_{a3} = \mathbf{s}_{13} = \mathbf{k}, \quad (23)$$

将式(23)代入式(22)得  $c=1$ 。在这种情况下,第三条分支驱动螺旋  $\$_{a3}$  为:

$$\$_{a3} = [0, 0, 0; 0, 0, 1]^T. \quad (24)$$

即  $\$_{a3}$  为任意平行于  $z$  轴的无穷大节距螺旋,即该分支的主动副仅对动平台施加了 1 个绕  $z$  轴方向转动的纯力偶矩。

(2)  $\mathbf{s}_{13} = \mathbf{k}$

在这种情况下,无论  $\mathbf{s}_{a3}$  为何矢量,只要满足条件  $\mathbf{s}_{a3}$  不垂直于  $\mathbf{s}_{13}$ (如图 1 所示),都有  $c=1$ 。

上述分析表明,第一种情况只是第二种情况的特例。而一般情况下,  $\mathbf{s}_{a3}$  并非为常矢量,但要求满足  $\mathbf{s}_{a3}^T \mathbf{s}_{13} \neq 0$ 。因而主动螺旋  $\$_{13}$  的形式为

$$\$_{13} = [0, 0, 1; P_{13}, Q_{13}, 0]^T, \quad (25)$$

根据式(25)可知,  $\$_{13}$  为任意平行于  $z$  轴的零节距螺旋(见图 1),即第三条分支的主动副为轴线平行于  $z$  轴的 R 副。

#### 3.3.2 分支中其它非主动可动螺旋的确定

驱动螺旋  $\$_{a3}$  求出后,利用与前面相同的方法可确定出该分支中其它可动非主动螺旋为:

(1) 沿任意方向的无穷大节距螺旋,即任何线性无关的移动副,其数目最多为 3;

(2) 轴线与  $\mathbf{s}_{a3}$  垂直的零节距螺旋。而且,如果分支中零节距螺旋的数目为 2 或 3,它们的轴线必相互平行,否则会出现惰性副。

#### 3.3.3 第三条分支运动链型综合

当分支主动螺旋和非主动螺旋的可能的形式通过上述方法确定后,按照分支连接度  $F_c$  的不同,可列举出所有可行的支路运动链结构(见表 2)。同样,表 2 中各条运动链的第一个运动副为主动副,若第一个运动副为 C 副,则取该运动副的转动自由度为主动输入。令表 2 中下标字母  $v = z$  即可得到机构的第三条分支运动链。

表 2 第三条分支运动链结构

Tab. 2 Kinematic structures of the third limb

$F_c$	类型	序号	基本支链结构	含有多自由度运动副的支链结构
4	3P1R	1~2	$R_v P_v P_u P_w$	$C_v P_u P_w$
	1P4R	3~9	$R_v P_u R_u R_u R_u$ $R_v R_u P_u R_u R_u$ $R_v R_u R_u P_u R_u$ $R_v R_u R_u R_u P_u$	$R_v C_u R_u R_u$ $R_v R_u C_u R_u$ $R_v R_u R_u C_u$
5			$R_v P_v P_w R_u R_u$ $R_v P_v R_u P_w R_u$ $R_v P_v R_u R_u P_w$ $R_v P_v R_u R_u P_w$ $R_v R_u R_u P_w P_v$ $R_v P_w R_u R_u P_v$ $R_v R_u P_w R_u P_v$ $R_v R_u P_u P_w R_u$ $R_v P_u R_u P_w R_u$ $R_v R_u P_w R_u P_u$	$C_v P_w R_u R_u$ $R_v P_v C_u R_u$ $C_v R_u P_w R_u$ $C_v R_u R_u P_w$ $R_v R_u C_u P_v$ $R_v C_u R_u P_v$ $R_v R_u C_u P_v$ $R_v R_u P_w C_u$ $R_v C_u P_w R_u$ $C_v C_u R_u$ $C_v R_u C_u$
	0P6R	41~51	$R_v R_u R_u R_u R_w R_w$ $R_v R_u R_u R_w R_w R_u$ $R_v R_u R_w R_w R_u R_u$ $R_v R_w R_w R_u R_u R_u$ $R_v R_w R_u R_u R_w R_w$	$R_v R_u R_u U_{tw} R_w$ $R_v R_u U_{tw} R_w R_u$ $R_v R_u R_u R_w U_{tw}$ $R_v R_w U_{tw} R_u R_u$ $R_v R_u U_{tw} U_{tw}$ $R_v U_{tw} R_u U_{tw}$
6			$R_v C_u R_u R_w R_w$ $C_v R_u R_u R_w R_w$ $R_v P_n R_u U_{tw} R_w$ $C_v R_u R_w R_w R_u$ $R_v P_n R_u R_w U_{tw}$ $R_v C_u R_w R_w R_u$ $R_v P_n U_{tw} R_w R_u$ $R_v C_u R_w R_w R_u$ $R_v R_u C_w R_w R_u$ $R_v R_u P_n R_w U_{tw}$ $R_v U_{tw} P_n R_w R_u$ $R_v U_{tw} R_w P_n R_u$ $R_v R_u R_w R_w C_u$ $R_v R_u R_w P_n U_{tw}$ $R_v R_u R_w C_w P_n$ $R_v P_n U_{tw} U_{tw}$ $R_v U_{tw} P_n U_{tw}$ $R_v C_u R_w U_{tw}$ $R_v R_u C_w U_{tw}$ $R_v U_{tw} C_w R_u$ $R_v U_{tw} R_w C_u$ $R_v U_{tw} C_w R_u$ $R_v C_u U_{tw} R_w$ $C_v R_u U_{tw} R_w$ $C_v R_u R_w U_{tw}$ $C_v U_{tw} R_w R_u$ $C_v U_{tw} U_{tw}$	
	1P5R	52~88	$R_v P_n R_u R_u R_w R_w$ $R_v R_u P_n R_u R_w R_w$ $R_v R_u R_u P_n R_w R_w$ $R_v R_u R_u R_w P_n R_w$ $R_v P_n R_u R_w R_w R_u$ $R_v P_n R_u R_w R_w R_u$ $R_v R_u P_n R_w R_w R_u$ $R_v R_u R_w P_n R_w R_u$ $R_v R_u R_w R_w P_n R_u$ $R_v R_u R_w R_w R_u P_n$	

### 4 平面并联机构型综合

当综合出 3 条分支运动链后,分别从表 1 和表 2 中取两条和 1 条运动链,按照每条分支主动副轴线的装配方位将动平台和静平台联接起来即可得到完全各向同性 3 自由度平面并联机构。由于并联机构动平台的输出运动是所有分支运动螺旋系的交集,因此必须保证 3 条分支运动螺旋系的交集为由 2 个分别沿  $x$ 、 $y$  轴方向的无穷大节距螺旋和 1 个平行于  $z$  轴的零节距螺旋组成的 1 个运动螺旋系,所以对于 1 个完全各向同性平面并联机构,其前 2 条分支中至少有 1 条分支的连接度应等于 3。

对于本文综合出的完全各向同性平面并联机构,其 3 条分支运动链的装配条件还应满足如下条件:前 2 条分支中最接近于动平台的 2 个 R 副的轴线必须重合,且其方向平行于  $z$  轴,而第三条分支中最接近于动平台的 R 副的轴线则垂直于  $z$  轴。由表 1 和表 2 中的分支运动链共可综合出 3 167 种新型完全各向同性平面并联机构,图 2 给出了部分机构简图。以图 2(a)所示机构为例,该

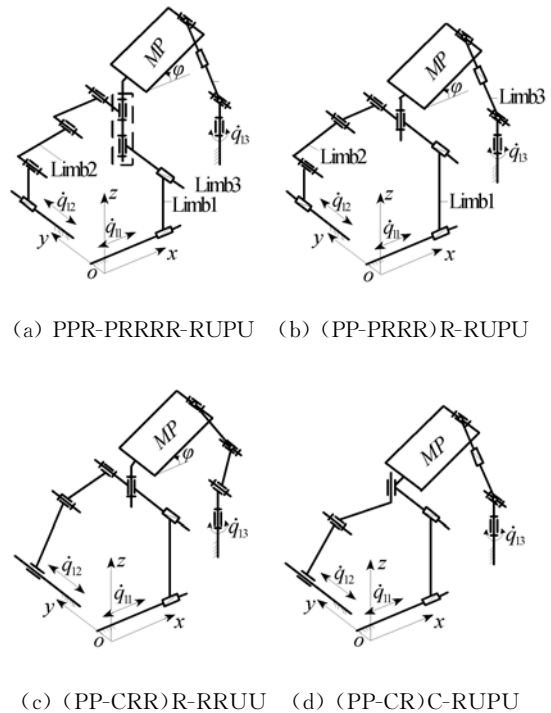


图 2 完全各向同性平面并联机构  
Fig. 2 Fully-isotropic planar parallel manipulators

机构的第一条分支结构为  $P_x P_y R_z$ , 第二条为  $P_y R_y R_y R_z$ , 第三条为  $R_z U_{uv} P_n U_{uv}$ , 其中第一和第二条分支中与动平台相联的2个R副的轴线重合且平行于  $z$  轴, 而第三条分支末端U副中与动平台直接相连的转动轴线与前两条分支末端的R副的轴线垂直, 各分支中与静平台相连的运动副为主动副。此时可求出机构的运动输出-输入速度矢量方程:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{11} \\ \dot{q}_{12} \\ \dot{q}_{13} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

由式(26)可知, 机构雅可比矩阵  $J$  为  $3 \times 3$  单位阵, 其条件数和行列式的值均等于1, 机构在整个工作空间内不存在奇异位形, 所以该机构为无奇异完全各向同性并联机构。

另外, 由于图2(a)所示机构的第一条和第二条分支末端的转动副共轴线且相互之间不存在相对运动, 故这2个转动副可合并为1个转动副, 如

图2(b)所示。此时机构共由2条分支运动链和动、定平台组成, 其中第一条运动链为一混合链, 其结构形式为  $(PP-PRRR)R$ , 第二条分支与图2(a)所示机构的第三条分支相同。因此, 通过结构演变可得到更多新型机构。

## 5 结 论

型综合是并联机构设计过程中最关键和最困难的一个环节, 不少学者都在为构造出结构合理、实用性强的机构进行深入探索。本文基于互易螺旋理论提出了完全各向同性3自由度平面并联机构的型综合方法, 并综合出大量新型机构。由于此类机构的运动雅可比矩阵均为单位阵, 因此他们沿各个方向具有相同的运动和力学性能, 解决了并联机构运动耦合性强、控制设计困难等问题。所提出的型综合方法为新型并联机构的设计提供了理论依据。

## 参考文献:

- [1] 张典范, 高峰. 染色体切割设备的并联宏动平台运动学传递性能[J]. 光学精密工程, 2009, 17(8): 1896-1901.  
ZHANG D F, GAO F. Kinematics transmission property of parallel macro manipulator of cutting equipment for chromosome [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(8): 1896-1901. (in Chinese)
- [2] 程刚, 葛世荣, 蒋世磊. 3-UCR 并联机构的瞬态运动学研究[J]. 光学精密工程, 2008, 16(1): 108-113.  
CHENG G, GE SH R, JIANG SH L. Research on transient kinematic characteristics of 3-UCR parallel robot[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(1): 108-113. (in Chinese)
- [3] 崔冰艳, 金振林. 基于正交机构的机器人肩关节静力学分析与结构参数设计[J]. 光学精密工程, 2011, 19(1): 77-82.  
CUI B Y, JIN ZH L. Statics analysis and structure parameter design of robot shoulder joint based on rothogonal mechanism[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(1): 77-82. (in Chinese)
- [4] CHANDRA R, ROLLAN L. On solving the forward kinematics of 3RPR planar parallel manipulator using hybrid metaheuristics[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217: 8997-9008.
- [5] ZEIN M, WENGER P, CHABLAT D. Non-singular assembly-mode changing motions for 3-RPR parallel manipulators [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43(4): 480-490.
- [6] BINAUD N, CARO S, WENGER P. Sensitivity comparison of planar parallel manipulators [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45: 1477-1490.
- [7] CHANDRA R, ROLLAND L. On solving the forward kinematics of 3RPR planar parallel manipulator using hybrid metaheuristics [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217: 8997-9008.
- [8] ARSENAULT M, BOUDREAU R. Synthesis of planar parallel mechanisms while considering workspace, dexterity stiffness and singularity avoidance [J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2006, 128: 69-78.
- [9] BONEV L A, ZLATANOV D, GOSELIN C M. Singularity analysis of 3-dof planar parallel mechanisms via screw theory[J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2003, 125(3): 573-581.
- [10] GLAZUNOV C. Design of decoupled parallel manipulators by means of the theory of screws[J].

*Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45: 239-250.

- [11] GOGU G. Fully-isotropic over-constrained planar parallel manipulators[C]. *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, 2004*, 3519-3524.
- [12] 张彦斌, 刘宏昭, 吴鑫. 基于互易螺旋理论的无奇

异完全各向同性移动并联机构型综合[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(10): 83-88.

ZHANG Y B, LIU H ZH, WU X. Type synthesis of non-singular fully-isotropic translational parallel mechanisms based on theory of reciprocal screw [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(10): 83-88. (in Chinese)

#### 作者简介:



张彦斌(1974—),男,河南开封人,博士,副教授,硕士生导师,2011年于西安理工大学获得博士学位,主要从事机构学与并联机器人理论方面的研究。  
E-mail: yanbin\_zh@163.com



吴鑫(1957—),男,河南漯河人,博士,教授,硕士生导师,主要从事机构学与机器人理论等方面的研究。E-mail: kdwuxin@163.com



王慧萍(1964—),女,甘肃兰州人,硕士,副教授,主要从事机械设计研究。  
E-mail: pinghui\_wang@163.com

#### ● 下期预告

## 高速点阵式脉冲喷射发生器无传感器控制研究

邓成钢, 项占琴

(浙江大学 现代制造工程研究所, 浙江 杭州 310027)

为推动标识设备国产化,改变国内钢铁企业标识工艺现状,从控制方面着手,提高作为标识设备关键部件的高速点阵式脉冲喷射发生器的性能以达到改善喷印效果的目的。在建立喷射器数学模型的基础上,设计了滑模观测器,通过观测器构成反馈系统,在不增加硬件成本的前提下实现对高速脉冲喷射器的无传感器控制,使其准确跟踪理想轨迹,降低阀芯与静铁的冲击速度,避免振动和噪音的出现。实验结果证明,喷射器工作过程中阀芯与定位静铁的冲击速度由开环控制的 0.55 m/s 降到了闭环控制的 0.02 m/s,振动和噪音基本消失,喷射效果明显改善;以钢铁产品喷码系统为应用对象,喷射器的性能可以满足实际生产需要,研究过程为高速脉冲喷射器控制单元的设计提供了理论基础。