

文章编号 1004-924X(2012)06-1382-07

结合偏微分方程增强图像纹理及对比度

韩希珍*, 赵建

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要:针对图像获取过程中外界光照的非均匀性会使图像存在阴影区和高亮区,从而丢失图像细节的问题,本文结合偏微分理论,提出了基于直方图均衡化的偏微分图像增强方法。该方法首先将图像变换到梯度域,通过梯度场的变换得到新的梯度函数;然后应用最小二乘原理,对梯度场中变换后的图像进行重建以增强图像的纹理细节,表现原本不清楚的细节信息。另外,针对光照的不均匀特性,结合直方图均衡化,提出反均衡变换来增强图像的亮度和对比度。提出的算法采用有限差分法将图像离散化,并与热方程相结合,其计算简单,运行速度快,具有较强的灵活性和较广的应用范围。采用 Visual C++ 编程,对于大小为 512 pixel×512 pixel 的图像的处理时间为 35 ms,达到了视频实时增强显示要求。

关键词:图像增强;偏微分方程;直方图均衡化;有限差分法;热方程

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20122006.1382

Enhancement of image texture and contrast combined with partial differential equation

HAN Xi-zhen*, ZHAO Jian

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: xizhen_han@163.com

Abstract: The non-uniform distribution of light illumination makes images show some shadow areas and highlight areas in the process of collecting images, which will lose a lot of image details. To solve this problem, this paper proposes a partial differential image enhancement method based on histogram equalization. First, this method transforms the image into a gradient domain, and the new gradient function is obtained through the gradient field transformation. Then, by using the least square principle to reconstruct the image from the gradient field, the textures and details of the image are enhanced and the unknown details are shown all. According to the non-uniform properties of light illumination, anti-balanced transformation is proposed by combining with the histogram equalization to adjust the brightness and contrast of the images. Furthermore, it uses the finite difference method to discrete the image. By combining with the heat equation, the method has characteristics of simple calculation, fast operation, stronger flexibility and wider applications. Based on programming by Visual C++, its image processing time is 35 ms for an image with the size of 512 pixel×512 pixel, which meets the

收稿日期:2011-12-23;修订日期:2012-01-21.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. O9553JN100);科技厅重点项目(No. 20100310)

requirements of real-time image enhancement systems.

Key words: image enhancement; partial differential equation; histogram equalization; finite difference method; heat equation

1 引言

随着信息技术的迅速发展,数字图像处理技术越来越广泛的应用于军事、国防、监控、多媒体技术等领域,而图像增强是数字图像处理技术的重要部分,是改善图像质量和视觉效果的重要手段,为图像的后续参数估计、图像分割、目标识别和视频跟踪等提供了良好的条件。图像增强主要增强图像的纹理细节、亮度以及对比度。在工程应用中图像的质量下降与很多因素有关,如相机的散焦,光照的不均匀性,雾天等环境的影响。相机的散焦导致图像的边缘纹理不清楚,不均匀的光照使图像产生阴暗区和高亮区,雾天等恶劣环境使图像的对比度降低。因此增强图像的亮度、对比度以及纹理细节具有重要的应用价值。

现有的图像增强方法主要包括空域法和频域法。空域法主要有灰度变换、空域滤波、直方图均衡化、局部直方图均衡化^[1]、多尺度 Retinex 算法^[2]及其改进算法等^[3]。频域法主要有傅里叶变换、小波变换、Curvelet 变换和 Contourlet 变换^[4]等^[5]。但近年来发展起来的偏微分方法逐渐成为热点,它属于一种空域方法。该方法在图像中的应用最早可追溯到 1990 年,Perona 和 Malik^[6]首先将偏微分思想应用于图像去噪中,提出了 P-M 各向异性扩散模型^[7-8],对图像去噪效果有了很大的改善,是图像去噪领域的一大突破。本文受到该方法的启发,应用偏微分理论^[9],将偏微分方程应用于图像增强中,很好地增强了图像的纹理细节。同时本文考虑到直方图均衡化^[10]的优缺点,提出反均衡变换,将直方图均衡化与反均衡变换合理地结合在一起,不仅可以增强图像阴暗区域的细节信息,还能增强图像高亮区域的细节信息,而不会产生过增强及饱和现象。本文算法适应范围广且增强效果明显,使图像具有更好的视觉效果。

2 基于直方图均衡化的偏微分增强方法

近年来,偏微分方程已经成为计算机视觉和图像分析领域的重要方法,广泛用于图像去噪、增强、恢复、修补、分割等领域。主要原因有:(1)偏微分方程可以直接处理图像中视觉上重要的几何特征,如梯度、切线、曲率和水平集等。(2)偏微分方程可以有效地模拟具有视觉意义是动态过程,如各向同性扩散、各向异性扩散以及信息的传输机制。(3)偏微分方程可以采用成熟的数值计算方法,如有线差分法、有线元法、有线体积法等。(4)偏微分方程方法能获得较好的图像质量,并具有一定的稳定性^[11]。本文算法主要分为两部分,第一部分是应用偏微分方程理论,主要增强图像中不清楚的纹理细节信息,增强图像的边缘梯度,使图像具有更好的视觉效果。第二部分是基于直方图均衡化的亮度和对比度增强部分。考虑到有些图像由于光照不均匀,导致图像的部分区域过暗或过亮,而隐藏在此部分区域的有用信息不能被人们所观察,所以本文提出了反均衡变换,将直方图均衡化与反均衡变换结合起来,从而很好地完全表现出图像中被隐藏的细节信息,同时还可以增强图像的对比度。

2.1 基于偏微分方程的图像增强

应用变分偏微分方程理论,首先将图像变换到梯度域,通过梯度场的变换得到新的梯度函数。定义原图像的梯度函数为 ∇u , 梯度模的最大值为 $\max_{\|\nabla u\|}$, 最小值为 $\min_{\|\nabla u\|}$ 。为了保证变换之后的梯度场保持原梯度场的变化方向,使算法满足对比不变性要求,则提出新的梯度函数 S 为:

$$S = (1 - \cos(\frac{\|\nabla u\| - \min_{\|\nabla u\|}}{\max_{\|\nabla u\|} - \min_{\|\nabla u\|}} \cdot \pi)) \cdot \frac{\max_{\|\nabla u\|}}{2} \cdot \frac{\nabla u}{\|\nabla u\|}, \quad (1)$$

式中 u 为原始图像, $\frac{\nabla u}{\|\nabla u\|}$ 表示梯度场的方向

信息。变换之后的梯度函数使原梯度场从 $[\min_{\|\nabla u\|}, \max_{\|\nabla u\|}]$ 映射到 $[0, \max_{\|\nabla u\|}]$ 内,且分布按照所要求变换,使梯度空间扩大,原本不明显的纹理可以突显出来,同时保留梯度值比较大的边缘。从而可以增强图像的纹理细节。然而如何从变换之后的梯度场中重建出增强图像同样也是一个重要问题,现采用最小二乘法实现重建目的^[11]。得到目标函数为:

$$E(u) = \int_{\Omega} (\|\nabla u - S\|^2) dx dy. \quad (2)$$

将图像梯度函数看成二维平面上的曲线,则求重建图像的问题等价于最小化曲线的问题。将上式最小化得 Euler-Lagrange 方程为:

$$\Delta u = \text{div}(S), \quad (3)$$

式中: Δ 为拉普拉斯算子, $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, div 为散度算子。通过求解式(3)则可以得到所需的重建图像。

2.2 基于直方图均衡化的图像增强

直方图均衡化是图像增强领域最基本、最简单、应用最广的算法之一,它能够使图像的直方图扩展到整个灰度级,可以增强图像的亮度和对比度。它在理论上和熵最大化理论有密切的联系,是熵最大化过程的近似实现。即可以增强图像中出现概率低的信息,而压制概率高的信息,从而使图像中的各成分出现的概率趋于一致。

但直方图均衡化也存在一定的局限性:

(1)对于图像中既存在阴暗区域又存在高亮区域的情况下,直方图均衡化只能将阴暗区域变的更暗同时高亮区域变的更亮,而不能将整幅图像的纹理细节都完全表现出来。

(2)对于整幅图像偏暗或偏亮的情况下,直方图均衡化往往会出现过增强现象。

针对直方图均衡化的缺点,提出反均衡变换,其变换效果与直方图均衡化相反。当直方图均衡化与反均衡变换合理地结合在一起时,可以将整幅图像的亮度调节得更加均匀,从而所有信息可以很好地表现出来。具体方法如下:

设图像的像素总数为 n , 图像中出现第 k 级灰度的次数是 n_k , 灰度级总数目为 l , 则取第 k 级灰度值的概率 $P_r(r_k)$ 为:

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad 0 \leq r_k \leq l-1, \quad (4)$$

式中 k 表示灰度级, r_k 表示离散灰度级, $\frac{n_k}{n}$ 是概率论中所说的频数。则反均衡的变换函数为:

$$\begin{cases} s_k = T(r_k) = \sum_{j=k}^{l-1} \frac{n_j}{n} = \sum_{j=k}^{l-1} P_r(r_j), \\ 0 \leq r_k \leq l-1, k = 0, 1, \dots, l-1 \end{cases} \quad (5)$$

直方图均衡化后的图像记为 $J(u)$, 即:

$$J(u) = J(u(x, y)) = \left(\sum_{k=0}^{u(x, y)} \frac{n_k}{n} \right) \times 255 = \left(\sum_{k=0}^{u(x, y)} P_r(r_k) \right) \times 255, \quad (6)$$

式中 u 为原始图像, $u(x, y)$ 表示原图像中第 x 行 y 列像素的灰度值, k 表示灰度级, n_k 表示第 k 个灰度级的像素数, n 表示图像的像素总数。

反均衡后的图像记为 $J'(u)$, 即:

$$J'(u) = J'(u(x, y)) = \left(\sum_{j=u(x, y)}^{l-1} \frac{n_j}{n} \right) \times 255 = \left(\sum_{j=u(x, y)}^{l-1} P_r(r_k) \right) \times 255, \quad (7)$$

则该部分增强后的图像 $G(u)$ 可写成:

$$G(U) = \lambda_1 J(u) + \lambda_2 J'(u), \quad (8)$$

式中 λ_1, λ_2 为调节系数。 $\lambda_1 > 0.7, \lambda_2 < 0.3, \lambda_1 + \lambda_2$ 略大于 1, 本文取 $\lambda_1 = 0.9, \lambda_2 = 0.2$ 。

3 数值解法

常用的求解偏微分方程的数值方法主要有:有限差分法,有限元法,有限体积法^[12]等。但是在图像处理应用中,有限差分法最为常用。因为待处理的图像通常是在二维空间中,按等间隔采样而得到的离散化数字图像,则构成了有限差分法所需要的等分网格,取有限差分法的空间步长为 1。

梯度采用向前差分来近似:

$$\nabla u = (u(x+1, y) - u(x, y), u(x, y+1) - u(x, y)), \quad (9)$$

散度采用向后差分来近似:

$$\text{div}(S) = S(x, y) - S(x-1, y) + S(x, y) - S(x, y-1) = 2S(x, y) - S(x-1, y) - S(x, y-1), \quad (10)$$

拉普拉斯算子采用:

$$\Delta u = 4u(x, y) - u(x+1, y) - u(x-1, y) - u(x, y+1) - u(x, y-1). \quad (11)$$

为了实现本文算法的简单快速求解,现引入热方程。假定图像区域为 Ω ,其边界为 Γ ,则在这个图像区域上的热方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(t, x) - \Delta u(t, x) = 0, \\ u(0, x) = u_0(x), t \geq 0, x \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma} = 0, \end{cases} \quad (12)$$

式中: n 为 Γ 的外法线方向,对 Ω 用间距为1的平行于坐标轴的直线进行剖分,设时间轴 t 的间隔为 Δt 。将本文算法与热方程结合起来得到新的求解方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x, y) = u(t, x, y) + k \cdot \text{div}(S(t, x, y)) + G(u(t, x, y)), \quad (13)$$

式中: k 为系数因子。合理选择系数 $\nabla t, k, \lambda_1, \lambda_2$,可以得到亮度均匀、高对比度、纹理清晰的图像。

4 实验结果与分析

通过仿真实验,分别选用不同类型的图片进行实验,与直方图均衡化进行对比,对比实验如下图所示。图 1 选用的是光照不均匀图像,通过直方图均衡化后图像的高亮区域更亮且阴暗区域更暗,不能显现出阴暗区域的细节信息,而本文增强算法将图像的亮度调节的非常均匀,可以明显看出整幅图像的所有细节信息,视觉效果很好;图 2 是整幅偏亮的图像,通过直方图均衡化变换后,出现了过增强现象,图像中的部分信息更加不清楚,而本文算法可以将图像中原本不清楚的开关上的纹理细节表现出来,使图像更加清晰;图 3 是整幅偏暗的图像,但图像的上部分区域比较亮,直方图均衡化后,图像中较亮区域过亮,而产生饱和现象,失去了原有的纹理信息。本文算法增强后不仅增强了黑暗区域的细节信息,而且保留了较亮区域的信息。



(a)原图 (b)直方图均衡化结果 (c)本文算法增强结果
 (a)Original image (b)Histogram equalization result (c)Enhancement result by proposed algorithm

图 1 光照明暗不均匀图像增强效果对比

Fig. 1 Comparison of the enhancements of a brightness uneven image

为了更加准确地分析该算法的性能,本文现采用客观评价方法来进行定量计算。常用的图像增强的定量分析方法主要有:局部方差比、信息熵等^[13]。其中信息熵的应用更加广泛,本文同样采用信息熵作为客观评价标准。信息熵最早是1948年仙农在信息论中提出的。他定义信息熵是信源中所有信息状态所具有的平均信息量。信息熵的提出具有非常重要的意义,它被广泛应用

于各种学科中,作为一种评价标准。后来在图像领域也得到了广泛应用。在图像中定义信息熵的公式如下:

$$En = - \sum_{i=0}^{t-1} p(i) \log_2 p(i), \quad (14)$$

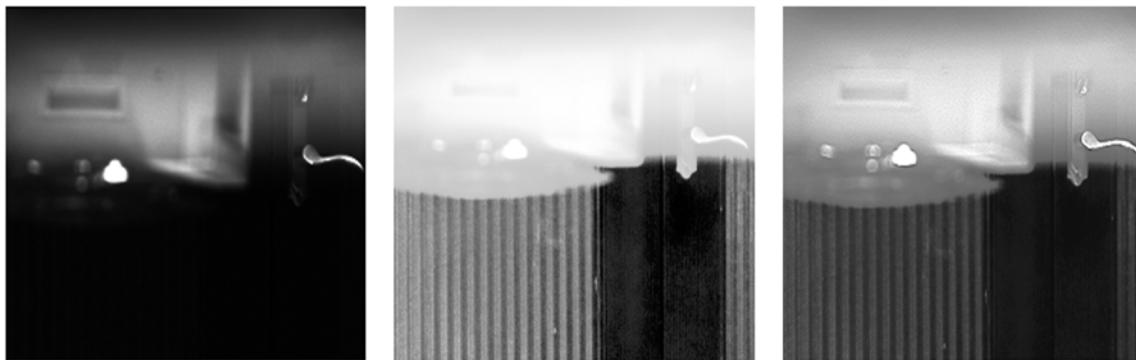
其中 $p(i)$ 表示一幅图像中灰度值为 i 的像素个数与图像中所有像素数之比。信息熵的大小则表示图像中含有的信息量的多少,信息熵越大,说明该



(a)原图 (b)直方图均衡化结果 (c)本文算法增强结果
 (a)Original image (b)Histogram equalization result (c)Enhancement result by proposed algorithm

图 2 偏亮图像增强效果对比

Fig. 2 Comparison of the enhancements of a bright image



(a)原图 (b)直方图均衡化结果 (c)本文算法增强结果
 (a)Original image (b)Histogram equalization result (c)Enhancement result by proposed algorithm

图 3 偏暗图像增强效果对比

Fig. 3 Comparison of the enhancements of a dim image

图像中含有的信息量就越多,信息熵越小,说明该图像中含有的信息量就越多。当对于同一幅图像的不同增强处理结果来说,当信息熵比较大时,说明该种图像增强方法使原图像中的纹理细节表现出来的比较多,细节更清楚,视觉效果更好。现对上面几组图像进行信息熵计算,具体求得的信息熵的值如下表 1~表 3 所示。

表 1 图 1 中 3 幅图像的信息熵

Tab. 1 Entropies of three images of Fig. 1

| 图像(256×256) | 图 1(a) | 图 1(b) | 图 1(c) |
|-------------|---------|---------|---------|
| 信息熵 | 7.553 4 | 7.411 2 | 7.641 2 |

表 2 图 2 中 3 幅图像的信息熵

Tab. 2 Entropies of three images of Fig. 2

| 图像(308×256) | 图 2(a) | 图 2(b) | 图 2(c) |
|-------------|---------|---------|---------|
| 信息熵 | 4.223 7 | 4.104 1 | 6.501 8 |

表 3 图 3 中 3 幅图像的信息熵

Tab. 3 Entropies of three images of Fig. 3

| 图像(280×216) | 图 3 (a) | 图 3 (b) | 图 3 (c) |
|-------------|---------|---------|---------|
| 信息熵 | 5.429 1 | 5.268 5 | 5.522 9 |

5 结 论

本文提出了一种基于直方图均衡化的偏微分增强方法,该方法通过改变图像梯度场的分布来增强图像中梯度值较小、纹理细节不明显的特征信息。同时通过分析图像的亮度信息,结合直方图均衡化,提出反均衡变换,很好地增强了图像中阴暗区域和高亮区域的细节信息,增强了整幅图像的亮度和对比度,而不会产生过增强和饱和现象,从而达到更好的视觉效果。而直方图均衡化则表现出了它的局限性,对于光照不均匀图像以及整幅偏暗或偏亮图像,直方图均衡化增强效果

不理想。通过文中几幅图像的信息熵的对比,信息熵从原来的 7.553 4 升到 7.641 2,从原来的 4.223 7 升到 6.501 8,从 5.429 1 升到 5.522 9,都有很大提高,从数据明显看出直方图均衡化在某些情况下的局限性和本文算法的优越性。直方图均衡化不适用于本文提到的几种情况,本文算法可以适用于各种情况,适应范围非常广。而且本文采用有限差分法将偏微分方程离散化,同时引入热方程进行数值解法的优化,大大减小了计算量和运行时间,对于大小为 512 pixel \times 512 pixel 的图像的处理时间为 35 ms,达到了实时处理的要求,使算法的工程应用性更强。

参考文献:

- [1] 孙春风,袁峰. 面积递归分解的部分重叠局部直方图均衡[J]. 光学精密工程, 2009, 17(9): 2292-2300. SUN CH F, YUAN F. Partially overlapped sub-block histogram equalization based on recursive equal area separateness [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(9): 2292-2300. (in Chinese)
- [2] 王彦臣,李树杰,黄廉卿. 基于多尺度 Retinex 的数字 X 光图像增强方法研究[J]. 光学精密工程, 2006, 14(1): 70-76. WANG Y CH, LI SH J, HUANG L Q. Enhancement of radiography based multiscale Retinex [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(1): 70-76. (in Chinese)
- [3] 葛微,李桂菊,程宇奇,等. 利用改进的 Retinex 进行人脸图像光照处理[J]. 光学精密工程, 2010, 18(4): 1011-1020. GE W, LI G J, CHEN Y Q, et al., Face image illumination processing based on improved Retinex [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(4): 1011-1020. (in Chinese)
- [4] 陈志刚,尹福昌. 基于 Contourlet 变换的遥感图像增强算法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(10): 2030-2037. CHEN ZH G, YIN F CH. Enhancement of remote sensing image based on Contourlet transform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(10): 2030-2037. (in Chinese)
- [5] JIN L X Z, SATON SH CH, SAKAUCHI M. A novel adaptive image enhancement algorithm for face detection [C]. *The 17th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'04)*, 2004: 843-848.
- [6] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12: 629-639.
- [7] WANG Y, NIU R Q. Forward-and-backward diffusion for hyperspectral remote sensing image smoothing and enhancement [J]. *SPIE*, 2008, 7285: 72851C-1-72851C-12.
- [8] KORNPROBST P, DERICHE R, AUBERT G. Image restoration via PDE [J]. *SPIE*, 2002, 2942: 22-33.
- [9] 杨永敏,樊继壮,赵杰. 强反射表面缺陷图像预处理 [J]. 光学精密工程, 2010, 18(10): 2288-2296. YANG Y M, FAN J ZH, ZHAO J. Preprocessing for highly reflective surface defect image [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(10): 2288-2296. (in Chinese)
- [10] YIN J, TIAN X L, TANG Z SH. A histogram-based fast enhancement algorithm for CT head images [C]. *Intl. Conf. on Biomedical and Pharmaceutical Engineering (ICBPE) IEEE*, 2006: 39-43.
- [11] 冯象初,王卫卫. 图像处理的变分和偏微分方程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 114-125. FENG X C, WANG W W. *Image Processing Method of Variational and Partial Differential Equations* [M]. Beijing: Science Press, 2009: 114-125. (in Chinese)
- [12] 朱立新,王平安,夏德深. 基于梯度场均衡化的图像对比度增强 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 12(19): 1546-1552.

ZHU L X, WANG P A, XIA D S. Image contrast enhancement by radiant field equalization [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2007, 19(12): 1546-1552. (in Chinese)

[13] 陈守水, 杨新. 基于偏微分方程的图像降噪及质量

评价研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2008.

CHEN SH SH, YANG X. *Application of partial differential equation in image noise reduction and image quality assessment* [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2008. (in Chinese)

作者简介:



韩希珍(1984—), 女, 山东德州人, 硕士, 研究实习员, 2007年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2011年1月于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位, 主要研究方向为数字图像处理。E-mail: xizhen_han@163.com



赵建(1967—), 女, 吉林长春人, 硕士生导师, 副研究员, 1991年于吉林工业大学获学士学位, 2002年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位。主要研究方向为数字图像处理, 目标识别与跟踪, 视频编解码等。E-mail: zhaojian6789@126.com

●下期预告

利用 CCD 拼接实现推扫式遥感相机的自动调焦

卢振华^{1,2}, 郭永飞¹, 李云飞¹, 吕恒毅¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

为实现空间推扫式遥感相机自动调焦, 根据空间推扫式遥感相机 CCD 的拼接结构, 提出了利用 CCD 重叠区域的图像, 指导自动调焦的方法。首先介绍了空间推扫式遥感相机的 CCD 拼接结构。根据推扫式成像的特点, 利用具有并行处理数据能力的 FPGA 同时接收多个 CCD 重叠成像区域的图像数据, 并计算图像质量评价价值。然后选取图像质量评价价值最大的三个重叠区域, 作为表决调焦方向的依据。最后通过实验分析说明了本方法的可行性。试验中, 相机的推扫频率为 10 k 时, 调焦一步的时间为 0.2 s, 说明本文的调焦方法具有较好的实时性。本文的方法为空间推扫式遥感相机的在轨自动调焦提供了可行依据。