

文章编号 1004-924X(2012)04-0858-06

基于 Rodrigues 参数的多线阵 CCD 外姿态 测量系统的姿态解算

李 晶*, 袁 峰, 丁振良

(哈尔滨工业大学 电气工程与自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:提出了一种以 Rodrigues 参数作为姿态描述参数的线阵 CCD 外姿态解算算法用于多线阵 CCD 空间目标外姿态测量系统,以解决传统姿态解算算法约束条件多、计算量大、实时性差等缺点。利用 Rodrigues 参数简洁高效的特点,根据多点合作目标组成的线段间的相交矢量关系推导出了一种新的基于 Rodrigues 参数的多线阵 CCD 外姿态解算模型。算法结合 Rodrigues 参数集切换理论避免了奇异性的发生,并给出了这种姿态解算方法的流程。仿真结果表明,与四元数算法相比,该算法在未损失计算精度的前提下,计算消耗时间减少了 37.6%,实时性优于四元数法,并且避免了奇异性问题。

关键词:外姿态测量; CCD 测量系统; Rodrigues 参数; 参数切换; 奇异性

中图分类号:V448.15; TN386.5 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20122004.0858

Attitude calculation of multi-linear CCD exterior attitude measurement system based on Rodrigues parameter

LI Jing*, YUAN Feng, DING Zhen-liang

(Department of Automatic Testing and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

* Corresponding author, E-mail: hitlijing@163.com

Abstract: An exterior attitude calculation method by taking Rodrigues parameter as the attitude representation parameter was presented to overcome the shortcomings of the constraints and complexity of traditional attitude calculation algorithms and to increase the real-time performance for the multi-linear CCD spatial object exterior attitude measurement system. A multi-linear CCD exterior attitude calculation model was deduced based on the high efficiency of the Rodrigues parameter and the relationship of the intersection vector between the line segments composed of point cooperation targets. In order to avoid the singularity in attitude calculation, a switching theory of the Rodrigues parameters is combined in the algorithm and the process of this attitude calculation method was also given. Experimental results indicate that the computational-complexity of the proposed algorithm is reduced by 37.6% as compared with that of the quaternion method on the premise of assuring precision, and it is superior to quaternion method in real-time performance. At the same time, it avoids the singularity problem.

收稿日期:2011-11-01;修订日期:2012-01-05.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50275040)

Key words: exterior attitude measurement; CCD measuring system; Rodrigues parameter; parameter switch; singularity

1 引言

在多线阵 CCD 外姿态测量系统中,对空间目标的姿态解算的实时性有很高的要求。三维空间目标的姿态确定只需 3 个参数进行描述是无冗余的^[1-2]。在传统的姿态描述方法中,欧拉角法因其有 3 个参数,是姿态描述的最小实现,但其涉及大量的三角运算,运算效率低且实时性差。方向余弦矩阵法包含有 9 个参数,由于约束条件过多,很难提高工作效率。四元数法近年来在姿态解算上应用比较广泛,它很好地解决了奇异性问题且计算量较小,但四元数的各个分量并不是独立的,存在一个约束条件从而必须规范化,导致计算量存在冗余,并非姿态描述的最小实现^[3-8]。

为了找到既满足计算效率高,又是最小实现的姿态描述参数,法国数学家罗德里格(Rodrigues)在 1840 年提出了用 Rodrigues 参数描述刚体的姿态运动^[9]。Schaub 等人根据立体投影原理进一步阐述了 Rodrigues 参数由四元数的四维单位球投影到三维超平面的实现过程^[10]。与四元数相比,Rodrigues 参数仅使用 3 个参数进行姿态描述,且提高了计算速度^[11-13]。

在所研究的多线阵 CCD 外姿态测量系统中,本文根据系统的结构特点,提出了将 Rodrigues 参数和多点合作目标构成的线段间的相交矢量法相结合的算法,并采用参数集切换方法解决 Rodrigues 参数奇异性的问题,对空间目标进行姿态解算。

2 多线阵 CCD 外姿态测量模型

多线阵 CCD 组合姿态测量系统如图 1 所示。被测目标体上安装 3 个由发光二极管制作的点合作目标 a, b, c 。点 a, b 分别在被测目标后端面和前端面与纵轴线的交点处, c 位于被测目标前端面边缘处。每个合作目标的点坐标分别由 3 个一维成像单元组成的子系统测得。一维成像单元由 1 个线阵 CCD 和 1 个柱面透镜组成,线阵 CCD 和柱面透镜中心线相互垂直且 CCD 位于透镜的

焦平面上。子系统两侧的一维成像单元的柱面透镜垂直摆放,中间的水平摆放,两者光轴间的夹角小于 90° 。当被测目标绕空间一点转动时,为了获取被测目标的姿态信息,即空间目标的姿态角:偏航角 α 、滚动角 β 和俯仰角 γ ,子系统先分别测得点合作目标 a, b, c 空间像点坐标,然后通过对线阵 CCD 的标定直接恢复点合作目标的三维信息,再通过本文提出的基于 Rodrigues 参数的外姿态解算模型来计算出空间被测目标的姿态信息。

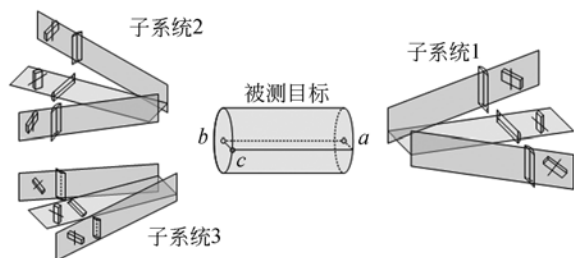


图 1 多线阵 CCD 组合姿态测量系统示意图

Fig. 1 Sketch map of multi-linear CCD exterior attitude measurement system

3 基于 Rodrigues 参数的外姿态解算方法

由四元数的定义 $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$, 其中

$$\begin{cases} q_i = n_i \sin(\theta/2) \\ q_0 = \cos(\theta/2) \end{cases} \quad i=1, 2, 3. \quad (1)$$

根据立体投影原理将四元数的四维约束单位球向三维超平面投影得到的 Rodrigues 参数 σ_i 为

$$\sigma_i = \frac{q_i}{q_0} = \frac{n_i \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2}} = n_i \tan \frac{\theta}{2} \quad i=1, 2, 3, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{n} = [n_1 \ n_2 \ n_3]^T$ 为欧拉轴上的单位矢量, θ 为绕 \mathbf{n} 的旋转角。

在多线阵 CCD 空间目标外姿态测量系统中,在空间目标上安装 3 个点合作目标,通过线阵 CCD 测得点合作目标的三维坐标。设在测量空间中的参考坐标系为 $o_f - x_f y_f z_f$, 目标本体坐标系为 $o_t - x_t y_t z_t$, 目标绕定点旋转后的参考坐标系为

$o_k-x_k y_k z_k$, 3 个合作目标点 a, b, c 在参考坐标系下的坐标为 (x_a^r, y_a^r, z_a^r) 、 (x_b^r, y_b^r, z_b^r) 、 (x_c^r, y_c^r, z_c^r) , 可由多线阵 CCD 外姿态测量系统测得, 在目标坐标系内的位置关系如图 2 所示。

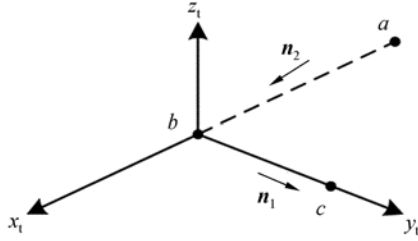


图 2 点合作目标构成的线段间矢量关系图

Fig. 2 Figure of vector relationship between line segments composed with point cooperation targets

设线段 bc, ab 的方向矢量为 n_1 和 n_2 , 在目标坐标系下对应的单位矢量分别为

$$n_1^k = [0 \quad 1 \quad 0]^T, \quad (3)$$

$$n_2^k = [-1 \quad 0 \quad 0]^T, \quad (4)$$

n_1, n_2 在旋转后的参考坐标系 $o_k-x_k y_k z_k$ 下的矢量为

$$n_1^k = [n_{11}^k \quad n_{12}^k \quad n_{13}^k]^T = \begin{bmatrix} \frac{x_c^r - x_b^r}{n_1} & \frac{y_c^r - y_b^r}{n_1} & \frac{z_c^r - z_b^r}{n_1} \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

$$n_2^k = [n_{21}^k \quad n_{22}^k \quad n_{23}^k]^T = \begin{bmatrix} \frac{x_b^r - x_a^r}{n_2} & \frac{y_b^r - y_a^r}{n_2} & \frac{z_b^r - z_a^r}{n_2} \end{bmatrix}^T, \quad (6)$$

其中

$$n_1 = \sqrt{(x_c^r - x_b^r)^2 + (y_c^r - y_b^r)^2 + (z_c^r - z_b^r)^2}, \quad (7)$$

$$n_2 = \sqrt{(x_b^r - x_a^r)^2 + (y_b^r - y_a^r)^2 + (z_b^r - z_a^r)^2}. \quad (8)$$

空间目标作定点转动的旋转矩阵用 R 表示, 则

$$n_1^k = R n_1^r, \quad (9)$$

$$n_2^k = R n_2^r. \quad (10)$$

将旋转矩阵 R 用 Rodrigues 参数表示, Rodrigues 参数与方向余弦矩阵的关系为

$$R = \frac{1}{1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_3) & 2(\sigma_1 \sigma_3 - \sigma_2) \\ 2(\sigma_1 \sigma_2 - \sigma_3) & 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1) \\ 2(\sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2) & 2(\sigma_2 \sigma_3 - \sigma_1) & 1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

将公式(3)~(6)和(11)分别代入式(9)、(10)可得

$$\begin{cases} 2(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_3) = n_{11}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \\ 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 = n_{12}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2), \\ 2(\sigma_2 \sigma_3 - \sigma_1) = n_{13}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \end{cases}, \quad (12)$$

$$\begin{cases} -1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = n_{21}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \\ 2(-\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_3) = n_{22}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \\ 2(-\sigma_1 \sigma_3 - \sigma_2) = n_{23}^k (1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \end{cases}, \quad (13)$$

由式(12)和式(13)联立可以求得:

$$\begin{cases} \sigma_3 = \frac{n_{21}^k - n_{12}^k + \sqrt{(n_{12}^k - n_{21}^k)^2 + (n_{11}^k + n_{22}^k)^2}}{n_{11}^k + n_{22}^k} \\ \sigma_2 = \sqrt{\frac{1 + n_{21}^k - n_{12}^k \sigma_3 - \sigma_3^2}{n_{12}^k - n_{21}^k}} \\ \sigma_1 = \frac{n_{11}^k - n_{22}^k}{n_{11}^k + n_{22}^k} \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \end{cases}. \quad (14)$$

由公式(11)及欧拉姿态角与方向余弦矩阵的关系, 可以推出 Rodrigues 参数和欧拉角之间的关系为:

$$\alpha = \arctan \frac{2(\sigma_3 - \sigma_1 \sigma_2)}{1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2}, \quad (15)$$

$$\beta = \arcsin 2(\sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1), \quad (16)$$

$$\gamma = \arctan \frac{2(\sigma_2 - \sigma_1 \sigma_3)}{1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2}. \quad (17)$$

α, β, γ 即为被测目标相对于参考坐标系的偏航角、滚动角和俯仰角, 由此完成了空间被测目标的外姿态确定。

在采用基于 Rodrigues 参数的外姿态解算模型时, 由公式(2)可以看出当 $\theta \rightarrow \pm 180^\circ$ 时, $\sigma \rightarrow \infty$, 即在 $\theta = \pm 180^\circ$ 时, Rodrigues 参数发生奇异, 此时无法进行姿态解算。为了避免奇异问题发生, 使用 Rodrigues 参数相互切换即参数切换法^[14]进行姿态解算。

将目标本体坐标系绕 3 个坐标轴分别旋转角度 π , 形成另外 3 对合作目标初始方向矢量:

$$\begin{cases} n_{11}^k = [0 \quad -1 \quad 0]^T \\ n_{12}^k = [-1 \quad 0 \quad 0]^T \end{cases}, \quad (18)$$

$$\begin{cases} n_{21}^k = [0 \quad 1 \quad 0]^T \\ n_{22}^k = [1 \quad 0 \quad 0]^T \end{cases}, \quad (19)$$

$$\begin{cases} n_{31}^k = [0 \quad -1 \quad 0]^T \\ n_{32}^k = [1 \quad 0 \quad 0]^T \end{cases}. \quad (20)$$

采用(12)~(14)式类似方法,可以求得另外3组 Rodrigues 参数,由于篇幅有限,结果不在此一一解算。根据 Rodrigues 参数切换理论,这4组参数的模不同时为无穷大,因此可以避免奇异现象。具体过程如下:

- (1) 通过式(14)计算 Rodrigues 参数集 σ ;
- (2) 判断 $|\sigma|$ 是否大于阈值 ϵ , 如果是, 则进行步骤(3), 否则通过公式(15)~(17)输出结果;
- (3) 重新在另外3组参数集中选择一组参数, 满足条件 $|\sigma| < \epsilon$, 返回步骤(2)。

4 实验

在多线阵 CCD 外姿态测量系统中, 系统实时性是一个重要指标, 因此, 姿态参数的解算速度是影响系统性能指标的一项关键因素。

为了进一步验证本文算法在计算速度方面的优势, 通过仿真实验来进行对比。实验环境为: P4 2.6G CPU, 512M 内存, Windows XP 操作系统, Matlab 7.0。实验中, 分别采用四元数方法和本文的 Rodrigues 参数法连续进行 1×10^6 次外姿态参数解算过程, 每次的姿态角随机生成, 切换阈值 $|\sigma|$ 按照经验值选取为 100。分别记录 2 种方法在 3 次测试中所消耗的时间值, 并计算平均值, 结果如表 1。

表 1 Rodrigues 参数法和四元数法消耗时间的比较

Tab.1 Comparison of consuming time between Rodrigues parameter and quaternion methods

	时间(s)			
	测试 1	测试 2	测试 3	平均
四元数法	1.225	1.358	1.516	1.366
Rodrigues 参数法	0.864	0.934	0.761	0.853

在测试过程中, 记录 Rodrigues 参数法参数集切换次数, 结果如表 2。

表 2 三次测试的切换次数

Tab.2 Switching times of three tests

参数切换次数	测试 1	测试 2	测试 3	平均
1 次切换	8 468	8 573	8 329	8 456.7
2 次切换	99	92	97	96.0
3 次切换	0	0	0	0

从表 2 可以看到, 在对随机姿态角的测试过程中, 本文算法进行一次参数切换的概率是 0.85%, 进行两次参数切换的概率是 0.1%。由此可见, 在实际应用中, 产生奇异点并且需要进行参数切换的概率比较小。

在理论上对算法性能进行分析, 将本文算法与传统的基于四元数的算法^[15]所需的运算次数进行对比, 表 3 列出了四元数法和 Rodrigues 参数法在多线阵 CCD 外姿态解算算法中的计算量(不包含参数切换)。

表 3 Rodrigues 参数法和四元数法的计算量比较

Tab.3 Comparison of calculated amount between Rodrigues parameter and quaternion methods

	加减法	乘除法	开平方
四元数法	14	27	4
Rodrigues 参数法	14	20	2

从表 3 中可以看出, Rodrigues 参数法在运算开销较大的乘除法计算与开方计算次数上均较四元数法有较大幅度的减少, 特别是比较消耗计算资源的开方运算次数要比四元数法减少一半。考虑到前面分析的在实际运算过程中, 当参数切换阈值选取合理时, 其参数切换的比例较低(低于 1%), 因此, 即便包含进行参数切换的消耗, 本文算法的计算开销也要远低于四元数法。

5 结论

为满足多线阵 CCD 空间物体外姿态测量系统的实时性要求, 本文提出了一种基于 Rodrigues 参数和相交矢量法相结合的外姿态解算算法, 并结合 Rodrigues 参数集切换理论解决了奇异性问题。与传统的姿态解算方法-四元数法相比, 本文算法在未损失计算精度的前提下, 计算时间降低了 37.6%, 较大地提高了计算效率, 是一种高效的姿态解算方法。

参考文献:

- [1] 尚洋. 基于视觉的空间目标位置姿态测量方法研究[D]. 长沙:国防科技大学,2006;2-4,79-80.
SHANG Y. *Researches on vision-based pose measurements for space targets*[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006; 2-4, 79-80. (in Chinese)
- [2] 许允喜,蒋云良,陈方. 多摄像机系统位姿估计的广义迭代算法[J]. 光学学报,2009,29(1):72-77.
XU Y X, JIANG Y L, CHEN F. Generalized orthogonal iterative algorithm for pose estimation of multiple camera systems[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009,29(1):72-77. (in Chinese)
- [3] SHUSTER M D. A survey of attitude representations[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993,41(4): 439-517.
- [4] 张荣辉,贾宏光,陈涛,等. 基于四元数法的捷联式惯性导航系统的姿态解算[J]. 光学精密工程,2008,16(10):1963-1970
ZHANG R H, JIA H G, CHEN T. Attitude solution for strapdown inertial navigation system based on quaternion algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(10):1963-1970. (in Chinese)
- [5] 刘延斌,许晖,许长吉. 四元数矩阵在航天相机像面位置求解中的应用[J]. 光学精密工程,2004,12(2):136-140.
LIU Y B, XU H, XU CH J. Application of quaternion matrix in resolution of aerospace camera image plane position[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12(2):136-140. (in Chinese)
- [6] 韩建栋,吕乃光,王锋. 采用光学定位跟踪技术的三维数据拼接方法[J]. 光学精密工程,2009,17(1):45-51.
HAN J D, LV N G, WANG F. 3D data registration method based on optical location tracking technology[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009,17(1):45-51. (in Chinese)
- [7] 周江华,苗育红,李宏. 四元数在刚体姿态仿真中的应用研究[J]. 飞行力学,2000,18(4):28-32.
ZHOU J H, MIAO Y H, LI H. Research of attitude simulation using quaternion[J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4):28-32. (in Chinese)
- [8] BAR-ITZHACK L Y, OSHMAN Y. Attitude determination from vector observations; quaternion estimation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1985, 21(1):128-135.
- [9] CAYLEY A. On the motion of rotation of a solid body [J]. *Cambridge Mathematic Journal*, 1843, 3:224-232.
- [10] SCHAUB H, JUNKINS J L. Stereographic orientation parameters for attitude dynamics: A generalization of the Rodrigues parameters [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1996, 44(1):1-19.
- [11] 王勇军,秦永元,杨波. 四元数、Rodrigues 参数在卫星姿态解算上的对比研究[J]. 中国空间科学技术,2007,3:18-23.
WANG Y J, QIN Y Y, YANG B. Comparison of quaternion and Rodrigues parameters on attitude algorithm of secondary planet[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2007, 3:18-23. (in Chinese)
- [12] 周江华,苗育红,王明海. 姿态运动的 Rodrigues 参数描述[J]. 宇航学报,2004,25(5):514-519.
ZHOU J H, MIAO Y H, WANG M H. Attitude representation using Rodrigues parameter [J]. *Journal of Astronautics*, 2004, 25(5):514-519. (in Chinese)
- [13] 岳晓奎,侯小娟. 基于 Rodrigues 参数的视觉相对位姿确定算法[J]. 宇航学报,2010,31(3):753-757.
YUE X K, HOU X J. Vision-based relative position and attitude determination using rodrigues parameters [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(3):753-757. (in Chinese)
- [14] 陈记争,袁建平,方群. 基于 Rodrigues 参数的姿态估计算法[J]. 航空学报,2008,29(4):960-965.
CHEN J ZH, YUAN J P, FANG Q. Attitude estimation algorithm based on Rodrigues parameter [J]. *Acta Aeronautica et Astronautical Sinica*, 2008, 29(4):960-965. (in Chinese)
- [15] 艾莉莉. 基于线阵 CCD 的空间目标外姿态测量关键技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009:41-50.
AI L L. *Study of the key technologies of the exterior attitude measurement for spatial object based on linear CCD*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009:41-50. (in Chinese)

作者简介:



李晶(1982—),女,吉林白山人,博士研究生,2005年于哈尔滨理工大学获得学士学位,2007年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,主要从事空间物体外姿态测量的研究。E-mail: hitlijing@163.com



丁振良(1941—),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士生导师,1964年于哈尔滨工业大学获得学士学位,主要从事几何量精密计量技术、光电图像与位置检测技术等方面的研究。E-mail: dingch@hit.edu.cn

导师简介:



袁峰(1963—),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士生导师,1985年、1988年、1995年于哈尔滨工业大学分别获得学士、硕士、博士学位,主要从事光电检测技术及精密几何参数测量技术的研究。E-mail: yuanf@hit.edu.cn

●下期预告

基于流固耦合作用的压电液压振动俘能器

李征¹, 阚君武^{1,2}, 万杰¹, 王淑云³, 杨志刚¹, 程光明²

(1. 吉林大学机械科学与工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 浙江师范大学精密机械研究所, 浙江 金华 321004;

3. 浙江师范大学数理与信息工程学院, 浙江 金华 321004)

为实现低频、高强度振动能量回收,提出一种基于流固耦合作用的压电液压振动俘能器,介绍了其系统构成及工作原理,并进行了理论及试验研究。理论分析结果表明,压电液压俘能器的性能是由环境振动频率/振动强度、液压缸/压电振子的结构性能参数、流体容积/特性以及系统背压(蓄能器预置压力)等多种要素共同决定的,仅当各要素配置合理时才能实现压电液压俘能器的预期功能。采用 $\Phi 60 \times 0.9 \text{ mm}^3$ 双晶压电振子及 $\Phi 16 \times 1\,000 \text{ mm}^3$ 液压缸制作了试验样机,并以水为工作介质进行了不同频率/背压/激振器振幅条件下的试验测试。试验结果表明,存在最佳工作频率(8 Hz)使压电液压俘能器输出电压最大,且输出电压随系统背压及液压缸振幅的增加而增加。其它条件不变时,0.4 MPa背压下的输出电压是背压0.2 MPa时的1.65倍。