

文章编号 1004-924X(2012)04-0766-06

三坐标机测量齿轮齿廓的不确定度评价

石照耀, 张宇*, 张白

(北京工业大学机械与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘要:介绍了坐标测量中几种常用的不确定度评价方法。指出传统的三坐标测量机的测量不确定度评价方法大都不适用于评价坐标测量中面向对象的测量不确定度,并对使用蒙特卡洛方法评价测量不确定度进行了研究。首先,根据三坐标测量机详细标定文件及补偿策略说明建立测量模型。然后,将测量中的采样点通过测量模型生成大量测量结果,并以此评价测量不确定度。在齿廓评价实验中,评定齿廓误差的测量不确定度为 $0.96 \mu\text{m}$ 时,多次评价结果之间的最大差值不超过 $0.03 \mu\text{m}$,具有可靠的理论依据和较稳定的评定结果。文章指出,目前商用三坐标测量机大都不能为特定的测量对象提供测量不确定度报告,使用蒙特卡洛方法有希望改变此现状。

关键词:坐标测量机;齿轮齿廓;蒙特卡洛方法;不确定度

中图分类号:TH721;TG86 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20122004.0766

Uncertainty evaluation of CMM measurement for gear profile

SHI Zhao-yao, ZHANG Yu*, ZHANG Bai

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics
Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

* Corresponding author, E-mail: beamild@gmail.com

Abstract: Several kinds of evaluation methods for the uncertainty in coordinate measurement are introduced and it points out that most of these methods are failed to the uncertainty evaluation for special objectives because of lack of theory support or practicability. Therefore, this paper investigates the uncertainty evaluation of gear measurement with Coordinate Measurement Machines (CMMs) by the Monte Carlo method. Firstly, a measuring model is established based on the files for the calibration and compensation of the specific CMM, then the mode is used to obtain measuring results with a large number of sample points. Using these simulated results, the uncertainties can be evaluated more conveniently. Finally, the Monte Carlo method is successfully used in evaluating measurement uncertainty of gear profiles and obtained stable results show that the maximal difference among the results is less than $0.03 \mu\text{m}$ when the typical uncertainty is $0.96 \mu\text{m}$. The paper suggests that Monte Carlo method can support specific uncertainty measurement and can change the situation that common evaluation method can not be suitable for the commercial CMMs.

Key words: Coordinate Measurement Machine(CMM); gear profile; Monte Carlo method; uncertainty evaluation

收稿日期:2011-12-06;修订日期:2012-01-08.

基金项目:国家科技重大专项(高档数控机床与基础制造装备)资助项目(No. 2010ZX04014-091)

1 引言

国际标准化组织(ISO)和国际电工委员会(IEC)发布的《测量不确定度的表示方法指南》(GUM)指出,“一项完整的测量结果表述应当包含测量不确定度”^[1]。ISO 17025 特别强调,测量量值的可追溯性要靠不间断的标定链传递;在保证可追溯性的标定链中,每层都要给出标定中的测量值,以及测量结果的不确定度^[2]。同样,坐标测量机(CMM)的测量表述也应满足以上要求。CMM 广泛应用于多种工件的测量中,适用范围广泛,但存在测量不确定度难以评价的问题。目前,CMM 测量不确定度的评价方法主要有统计学方法、灵敏系数解析法、专家判断法和计算机仿真法等^[3]。

解析法要求求解出原始误差源传播到最终测量结果的灵敏系数,将各误差源对测量不确定度的影响合成。这就要求测量模型具有较好的线性以及可解析性。CMM 的测量不确定度来源多,传播关系复杂,使得解析法很难有效的实施。

统计方法虽然能提供比较可靠的评价结果,但需要对被测量进行大量的反复测量,用大量测量数据的离散程度来反映测量不确定度。这种方法需要耗费大量的时间,对于工业生产并不实用。

专家判断法要求操作人员非常熟悉 CMM,并对所需评价的 CMM 测量方法和对象有着丰富的经验。缺乏数学模型和足够的测量数据时,可使用该方法。该方法过分依赖于评价人员的经验,难以推广使用,更无法标准化。

计算机仿真法的主要思想是根据特定坐标测量机中各误差源向最终被测量的传播关系,建立测量系统模型;然后用数学的方法重现测量过程中误差的大小和分布特征。将各误差源输入模型,可得到测量结果并计算出不确定度。

基于计算机仿真方法,很多研究者提出了不同的虚拟测量解决方案。德国国家计量院(PTB)率先提出了虚拟坐标机(VCMM)的概念,并应用于齿轮测量的不确定度评价中^[4]。荷兰 Eindhoven 大学用替代信号模拟 CMM 的机构误差得到测量结果^[5]。不仅在坐标测量领域,计算机仿真法在其它量仪的测量不确定度评价中也得到了广泛应用。英国 Bath 大学用虚拟测量的理念建

立虚拟激光跟踪仪模型,取得了很好的效果^[6]。日本东京大学用仿真方法评定了齿轮测量中心的测量不确定度^[7]。

在测量不确定的评定中,计算机仿真方法的应用越来越广泛,也更加规范化,逐渐成为一些复杂测量仪器测量不确定度评价方法的发展趋势。本文用蒙特卡洛方法评价测量不确定度,研究了该方法的实施与评价时的一些关键问题,实现了对 CMM 测量齿轮齿廓偏差的不确定度评价。

2 不确定度评定中的蒙特卡洛方法

蒙特卡洛方法是一种针对待求问题,根据对象本身的统计规律或人为构造其合适的依赖随机变量的概率模型,使某些随机变量的统计量为待求问题的解,进行大统计量($N \rightarrow \infty$)的计算机随机模拟方法^[8]。应用在虚拟仿真测量时,首先,要构造测量中各误差源的概率模型,并使测量结果成为待求的解,然后,通过多次仿真测量得到大量的测量结果,根据这些结果评价测量不确定度。

对于特定的 CMM,其仿真模型和误差补偿方法是可以确定的,误差补偿的效果也在长期内较稳定。但标定时的不确定性使得误差不能被完全补偿,这种情况会影响实际测量结果。这些不确定度来源与测量系统的动态误差,共同构成了影响 CMM 测量不确定度的主要因素。

用蒙特卡洛方法评定 CMM 的测量不确定度时的主要实施过程如图 1 所示。

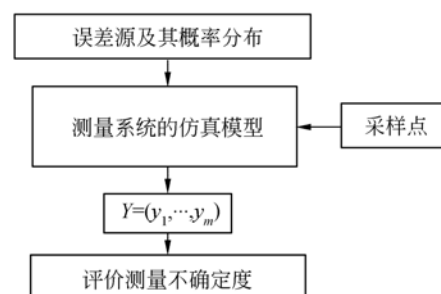


图1 蒙特卡洛仿真方法的实施

Fig. 1 Process of Monte Carlo simulation

首先,对系统的所有输入误差源,按照其概率分布及其所在的采样点信息进行大量随机抽样。假设系统输入误差源数量为 n ,每个误差源按其

概率分布随机抽取的样本的容量为 m , 则可得到 m 个输出测量结果 $y_i \sim y_m$ 。仿真测量结果的分布较真实地反映了实际测量结果的分布规律, 对此统计分析, 即可评价出测量不确定度^[9]。

可以看出, 蒙特卡洛法依赖的是测量系统的误差模型和误差源的分布规律, 不需复杂的解析计算。在系统模型和误差传递关系复杂的情况下, 使用蒙特卡洛法仍然能得到较理想的测量不确定度评价。

3 获取齿轮测量采样点

仿真测量时, 由于不同位置引入的误差大小不同, 需要已知被测点在 CMM 坐标系中的位置。当实际测量采样点可用时, 可用实际测量点作为仿真的采样点; 当缺乏实际测量数据时, 可以使用理论坐标点。这里给出了利用几何模型计算采样点的方法。

在齿轮的仿真测量中, 首先应在齿轮端面和内孔(或其它给定的参考面)指定采样点, 建立工件坐标系。需特别注意的是, 建立工件坐标系所依赖的测量点具有不确定性, 拟合出的坐标系一般也不相同。因此, 仿真测量时采样路径会发生改变。

为了模拟工件坐标系发生偏移时的实际采样路径, 可建立齿轮齿面的三维模型。如图 2 所示。

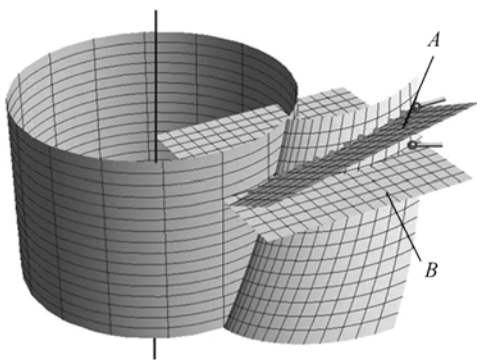


图 2 斜齿轮单侧齿面测量模型

Fig. 2 Model of one single flank of bevel gear

由于拟合的工件坐标系与理想工件坐标系存在偏差, 实际测量平面会发生倾斜。如图 2 所示, 平面 B 与齿轮端面平行, 是理想的测量平面; 倾斜的平面 A 为实际测量平面。仿真模型中需要输入的采样路径是实际测量平面与渐开螺旋面的

交线。

$$\begin{cases} x = r_b [\cos(\xi + \Delta + \theta) + \xi \sin(\xi + \Delta + \theta)] \\ y = r_b [\sin(\xi + \Delta + \theta) - \cos(\xi + \Delta + \theta)] \\ z = \frac{-r_b \cdot \theta}{\tan \beta} \\ A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = a \end{cases} \quad (1)$$

如上式所示, 前 3 个式子组成了斜齿轮单侧渐开线螺旋面的方程, 第 4 个式子是测量平面的方程。方程组确定的是测量平面倾斜时的采样路径。

4 CMM 的仿真模型

采样点要通过 CMM 的仿真模型转化为虚拟测量点。CMM 的仿真模型要能够较好地体现各误差源对测量结果的影响。一般认为 CMM 的机构误差是影响测量结果的主要因素, 它们也是商用 CMM 中误差补偿的主要对象, 本模型中仅计入了机构误差的影响。如图 3 所示, CMM 的单轴运动包含 3 项角度误差, 3 项直线度误差。所以 x, y, z 3 轴共有 18 项误差, 加上 3 条坐标轴之间的 3 项垂直度误差, 共计 21 项误差^[10]。

这些单项误差又称为参数误差, 需要从 CMM 的标定说明中获取, 或利用激光干涉仪、球板、孔板等方法自行测量并进行误差分解。

这些误差共同影响着测量结果, 但由于 CMM 具有不同的结构类型, 它们对测量结果的影响方式和大小也不尽相同。下式仅适用于 F_{xyz} 型坐标机。

$$\begin{aligned} \Delta x &= \delta_{rx} + \delta_{ry} - y\epsilon_{zx} + \delta_{rz} + z(\epsilon_{yx} + \epsilon_{yy}) - \\ &\quad y_p(\epsilon_{zx} + \epsilon_{zy} + \epsilon_{zz}) + z_p(\epsilon_{yx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{yz}) \\ \Delta y &= \delta_{yx} + \alpha_{xy} + \delta_{yr} + \alpha_{ry}y + \delta_{yz} - z(\epsilon_{rx} + \epsilon_{ry}) + \\ &\quad x_p(\epsilon_{zx} + \epsilon_{zy} + \epsilon_{zz}) - z_p(\epsilon_{rx} + \epsilon_{ry} + \epsilon_{rz}) \\ \Delta z &= \delta_{zx} + \alpha_{xz}z + \delta_{zy} + \alpha_{zy}z - y\epsilon_{zx} + \delta_{zx} + \alpha_{xz}z - \\ &\quad x_p(\epsilon_{yx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{yz}) - y_p(\epsilon_{zx} + \epsilon_{zy} + \epsilon_{zz}), \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $\delta_{rx}, \delta_{ry}, \delta_{rz}$ 为 3 项位置度误差; $\delta_{ry}, \delta_{rx}, \delta_{yr}, \delta_{yz}, \delta_{zx}, \delta_{zy}$ 为 6 项直线度误差; $\epsilon_{rx}, \epsilon_{xy}, \epsilon_{xz}, \epsilon_{yx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}, \epsilon_{zy}, \epsilon_{zz}$ 为 9 项角度误差; $\alpha_{xy}, \alpha_{xz}, \alpha_{yz}$ 为坐标测量机的 3 项垂直度误差。这些误差一般称为坐标测量机的参数误差。

上式表明, 坐标测量机在某点处的空间位置误差取决于该点的坐标和该点处的参数误差。大多数参数误差的值在测量空间并不确定, 抽样时需获知其分布规律, 这些信息可以从标定文件里

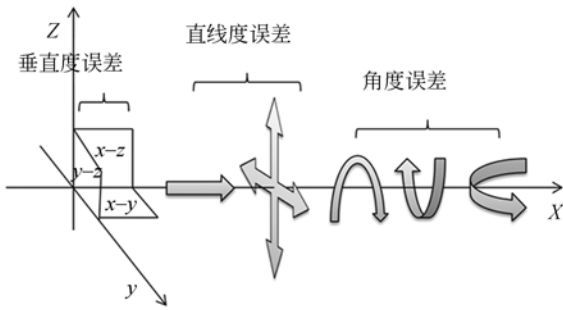


图 3 三坐标机中的机构误差
Fig. 3 Parametric errors in CMM

获取。实际输入系统的参数误差,就是按其概率分布随机抽取的一组有可能的取值。当坐标机的参数误差经过标定时,应当引入参数误差的补偿量和标定时的不确定度,并以此调整测量模型的输入量。

通常将测量模型用下式表达:

$$M = f(X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (3)$$

式中 M 是由输入 X_i (包括误差源和采样点) 通过函数 f 得到的一系列仿真测量点。这里 f 并不一定是可显式表达的式子,它实质上是计算机仿真时用到的一系列算法的总合。通过 M 得到的虚拟测量点的值,在大部分情况下不是实际需要的测量结果,还需根据这些点的坐标信息,计算出实际所需的测量值 $Y = (y_1, \dots, y_m)$, 如图 4 所示。

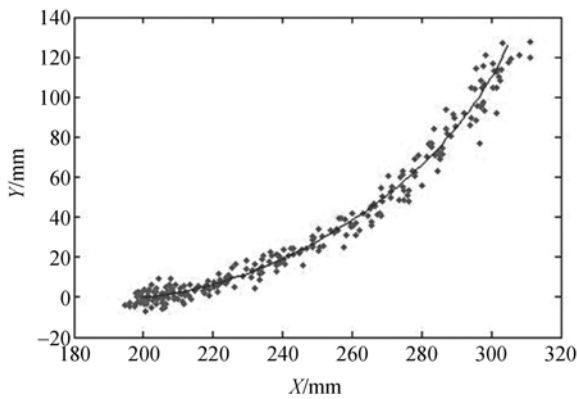


图 4 仿真测量结果
Fig. 4 Results of simulation

图 4 中曲线为基准渐开线,散点为仿真测量得到的测量点的坐标。为表达方便,图 4 经过了处理,与实际结果相比,减少了测量点,放大了偏差值。

5 测量不确定度评价

对于传统齿轮量仪,可以采用解析的不确定度合成方法,将测量系统中的各不确定度来源整合到最终测量结果中^[11];而用蒙特卡洛仿真方法,最后评定的依据是大量的仿真测量结果。按照 ISO 1328-1,下面给出了一种实际测量误差的评价方法,这里以齿廓偏差的计算及不确定度评定为例。

5.1 齿廓偏差计算方法

由仿真测量的坐标点到齿廓偏差,还需要进一步计算。如图 5 所示, r_b 为基圆半径, BK , BP 分别为基准齿廓线和实际齿廓线的展开长度。在不同展开角上 KP 的所有量值,是衡量齿形误差的重要参数, ξ 为展开角。

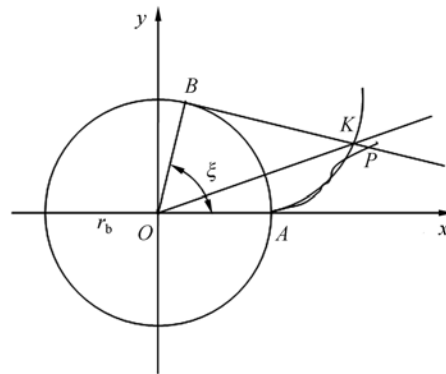


图 5 齿廓偏差计算
Fig. 5 Calculation of profile error

设点 $P(x_1, y_1)$, 由图 5 中的几何关系,可建立下面等式:

$$\frac{y_1}{\sin \xi} + (x_1 - y_1 \cot \xi) \cos \xi - r_b = 0, \quad (4)$$

求解上式,可得到:

$$\xi = \arccos \left[\frac{r_b x_p - \sqrt{r_b^2 x_1^2 + (x_1^2 + y_1^2)(y_1^2 - r_b^2)}}{x_1^2 + y_1^2} \right], \quad (5)$$

P 点的法向偏差为 $\overline{KP} = \overline{BP} - \overline{BK}$, 即:

$$E_p = \sqrt{(x_1 - r_b \cos \xi)^2 + (y_1 - r_b \sin \xi)^2} - r_b \xi \cos \beta_b, \quad (6)$$

可求得齿廓偏差为:

$$F_a = \max_{i=1}^n E_{P_i} - \min_{i=1}^n E_{P_i}. \quad (7)$$

5.2 统计与评定

按照 5.1 中的方法,计算出 10 000 次仿真测量得到的齿廓偏差,统计直方图如图 6 所示。这些仿真测量结果反映了各个误差源的大小及其分布特征对最终测量结果的影响。对这些测量结果进行统计评定,即可得到其测量不确定度^[12]。

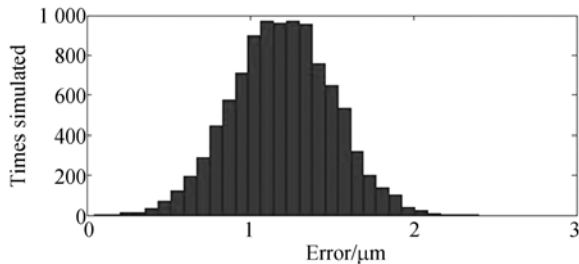


图 6 仿真结果直方图

Fig. 6 Histogram of simulation results

实验中采用的齿轮基圆半径为 40 mm,模数为 0.5 mm,螺旋角为 30°。首先按照上一小节中给出的方法,分别计算出每次仿真测量得到的齿廓误差值。对于齿廓误差测量的不确定度,根据图 6 按 GUM 评价出扩展不确定度:

$$U_{95} = 0.96 \mu\text{m}$$

衡量评定结果优劣的一个重要标准是多次评价结果的稳定性。由第 2 节所述蒙特卡洛方法的原理可知,适当地增加仿真测量次数(即实验样本的容量),可提高评价结果的稳定性。在 10 000 个样本下,10 次重复评价齿廓偏差测量不确定度的值,绘制曲线如图 7 所示。

当系统模型较复杂,或对评价时间有要求的时候,可灵活地调整样本容量。每当对某一对象首次应用蒙特卡洛方法的时,需特别关注评价结

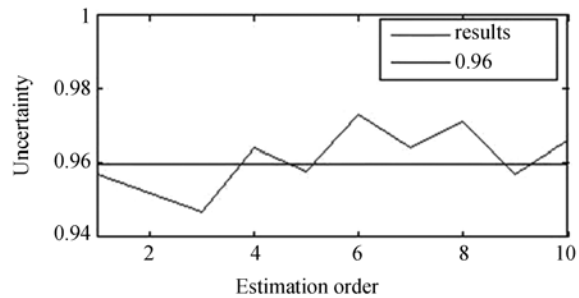


图 7 评价结果的稳定性

Fig. 7 Stability of estimation results

果的稳定性^[13]。当评价结果波动显著时,首先应提高样本容量复测;如仍不能提高评价结果的稳定性,应当检查程序及算法是否正确。

6 结 论

介绍了坐标测量中不确定度评价的几种常用方法,并给出了用蒙特卡洛法评价坐标测量中不确定度的基本流程和应用实例,研究了蒙特卡洛法在齿轮测量中的应用方法。对于坐标测量,国内外都没有统一的标准来评价其测量不确定度。GUM 中给出的传统评价方法,也不适用于模型及误差传递关系复杂的情况。蒙特卡洛仿真方法非常适用于评价此类测量不确定度,它不依赖模型良好的可解析性,利用计算机多次的重复计算,可以取得良好的效果。在评定齿廓误差的测量不确定度为 0.96 μm 的情况下,多次评价结果之间的最大差值不超过 0.03 μm 。使用该方法得到的面向特定测量对象的测量不确定度,其评价结果稳定,易于实施和标准化,具有很好的应用前景。

参考文献:

- [1] Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)[S]. ISO/IEC Guide 98-3:2008.
- [2] General requirements for the competence of testing and calibration laboratories [S]. ISO/IEC 17025. 2005
- [3] BALDWIN J M, SUMMERHAYS K D, CAMPBELL D A, et al.. Application of simulation software to coordinate measurement uncertainty evaluation [J]. *Measure*, 2004, 2(4): 40-52.
- [4] MICHAEL T, MATTHIAS F, HEINRICH S. The "Virtual CMM" a software tool for uncertainty evaluation-practical application in an accredited calibration lab [C]. *Meeting Uncertainty Anal. Meas. Des. State College, Pennsylvania, USA: ASPE*, 2004.
- [5] VAN D, HAN H, FRANK D, et al.. Virtual CMM using Monte Carlo methods based on frequency content of the error signal [J]. *SPIE*, 2001, 4401: 158-167.
- [6] NARA M, ABBE M, TAKAMASU K. Uncertainty estimation using monte-carlo method constrained by correlations of the data [J]. *Key Engineering Materials*, 2008, 381-382: 587-590.
- [7] HIDEYUKI T, MAKOTO S, MAKOTO K. Evaluation of measurement uncertainty in gear measuring instruments by using the monte carlo simulation

- [J]. *CIRP Annals, Manufacturing Technology*, 2001,50(2):553-563.
- [8] 王书新,李景林,刘磊,等. 大尺寸焦平面空间相机调焦机构的精度分析[J]. *光学精密工程*, 2010,18(10):2239-2243.
- WANG SH X, LI J L, LIU L. Accuracy analysis of focusing mechanism in space camera with long-focal-plane[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(10): 2239-2243. (in Chinese)
- [9] Propagation of distributions using a Monte Carlo method[S]. ISO/IEC Guide 98-3. 2008/Supplement 1.
- [10] Approach for uncertainty analysis and error evaluation of four-axis co-ordinate measuring machines [J]. *Int J Adv Manuf Technol*, 2009, 41(11-12):1130-1139.
- [11] 王阔,马勇. 超精密渐开线齿形的测量方法[J]. *光学精密工程*, 2006,14(6):980-985.
- WANG K, MA Y. Measuring methods of ultra-precision involute tooth profile[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(6):980-985. (in Chinese)
- [12] FRANCESCO A, GIULIO B, EMANUELE M B, *et al.*. Measurement uncertainty assessment of co-ordinate measuring machines by simulation and planned experimentation [J]. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 2011,4(1):51-56.
- [13] 张福民,曲兴华,叶声华. 面向对象的大尺寸测量不确定度分析[J]. *光学精密工程*, 2008,16(11):2239-2243.
- ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Uncertainty estimation of large-scale measurement for special fitting task[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(11):2239-2243. (in Chinese)

作者简介:



石照耀(1964-)男,湖南岳阳人,教授,博士生导师,1984年于合肥工业大学获得学士学位,1988年于陕西机械学院获得硕士学位,2001年于合肥工业大学获得博士学位,主要研究方向为精密测试技术与仪器。E-mail: shizhaoyao@126.com



张 白(1981-)男,内蒙古巴彦淖尔人,博士研究生,2004年于成都理工大学获得学士学位,2010年于北京工业大学获得硕士学位,主要研究方向为精密测试技术与仪器。E-mail: zhang-bai6402@126.com



张 宇(1987-)男,江苏徐州人,2005年于中国计量学院获学士学位,主要研究方向为精密测试技术与仪器。E-mail: beammild@gmail.com