

文章编号 1004-924X(2013)09-2405-16

基于 t 分布混合模型的点集非刚性配准算法

周志勇^{1,2,3}, 薛维琴^{1,2,3}, 郑 健³, 蒯多杰³, 张 涛^{3*}, 胡 粟⁴

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049;

3. 中国科学院 苏州生物医学工程技术研究所, 江苏 苏州 215163;

4. 苏州大学附属第一医院, 江苏 苏州 215006)

摘要:考虑高斯混合模型(TMM)的点集非刚性配准算法易受异常点和重尾点的影响,提出了基于 t 分布混合模型的运动一致性非刚性配准算法。通过期望最大化(EM)框架的完整数据定义将高斯混合模型推广为 t 分布混合模型,使用 EM 算法最小化参数的条件期望获得非刚性配准参数的闭合解。在 EM 算法中计算浮动点集各个点的先验权重,减小异常点和重尾点对配准结果的影响;计算浮动点集各个点的自由度,自适应地改变每个点的概率密度分布模型,提高算法的鲁棒性,并避免了异常点水平估计误差对配准结果的影响。在 t 分布混合模型的条件期望函数中加入点集位移的正则项,使邻近点具有运动一致性(CPD)。仿真数据表明,当噪声水平很高时,TMM-CPD 仍可以精确配准点集,且误差仅为对比算法的 1/10。真实图像的近似椭圆状分布、管状分布和三维点云状分布的点集配准结果表明,TMM-CPD 的配准误差仅为对比算法的 42.0%、80.1% 和 77.5%。实验表明,TMM-CPD 配准含有重尾点和异常点的点集,具有精度高、鲁棒性好和受重尾点与异常点干扰小等优点。

关键词:T 分布混合模型;特征点配准;非刚性配准;期望最大化算法

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20132109.2405

Point set non-rigid registration using t-distribution mixture model

ZHOU Zhi-yong^{1,2,3}, XUE Wei-qin^{1,2,3}, ZHENG Jian³, KUAI Duo-jie³, ZHANG Tao^{3*}, HU Su⁴

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3. *Suzhou Institute of Biomedical Engineering and Technology, Chinese Academy of Sciences, Suzhou 215163, China;*

4. *The First Affiliated Hospital of Soochow University, Suzhou 215006, China)*

* *Corresponding author, E-mail: zhangt@ciomp.ac.cn*

Abstract: A robust non-rigid registration approach with a t-distribution Mixture Model(TMM) was proposed because point sets as Gaussian mixture model is vulnerable to the outliers and the data with longer than normal tails. The Gaussian mixture model was extended to the student's-t Mixture Model by full data definition in the Expectation Maximazation(EM) frame, then the closed solutions of the

收稿日期:2013-04-09;**修订日期:**2013-06-09.

基金项目:三维成像和诊断关键技术研究计划资助项目(KGCX-YW-909-1),中科院知识创新工程资助项目;江苏省基础研究计划资助项目(No. BK2011331);苏州医工所二期建设重大项目(No. Y053011305)

parameter set of the t-distribution mixture model were solved by re-parameterization of the t-distribution mixture model in the EM algorithm. The priori-weight of each float point was calculated in EM framework to reduce the effects of outliers and the data with longer than normal tails on the matching results. The degree of freedom of each float point in the t-distribution mixture model was calculated to change the probability density distribution, improve the robustness of the algorithm and avoid the effect of estimating the outlier level of point sets that may bring additional errors. The conditional expectation function in t-distribution mixture model was added a regular item of point set, so that the points have a feature of Coherent Point Drift(CPD). The simulation data show that the error from the TMM-CPD is only one tenth of that from comparison algorithms. When the point sets are approximate ellipse shape, tubular and three dimensions, the registration errors of TMM-CPD are only 42.0%, 80.1% and 77.5% of those using comparison algorithms, respectively. The experiments show that this non-rigid registration approach using the t-distribution mixture model has features of high-accuracy, good robustness compared to other point set registration algorithms for point sets containing outliers and data with longer than normal tails.

Key words: T-distribution Mixture Model(TMM); feature point registration; non-rigid registration; Expectation Maximization(EM) algorithm

1 引 言

特征点配准是医学图像分析、计算机视觉和图像检索的重要研究方向。目前,医学图像常用的特征描述包括点集、特征曲线和特征曲面等。点集可以描述任意维度和形状的结构,但难以建立点与点之间的对应关系;特征曲线和特征曲面可以较好地保证点集的对应关系,但是难以表示高维或复杂形状。常用的特征点包括尺度不变特征变换(SIFT)角点^[1]、加速鲁棒特征(SURF)角点^[2]和边缘点等。特征曲线和特征曲面一般通过点集拟合获得。通过在拟合过程中使用样条插值等方法,可以舍弃一些离群点和异常点^[3],使得配准具有较好的稳定性。最近点迭代算法(Iteration Close Points, ICP)^[4]是较早提出的特征点刚性配准算法。该算法基于最近距离准则,通过最小化点集空间变换距离计算点的位移。ICP 算法结构简单且计算复杂度低,缺点是要求浮动点集的初始位置要足够靠近参考点集。Bin 等人^[5]在 ICP 中加入概率密度,提出了稳健的点集配准算法(Robust Points Matching, RPM)^[6-7]。Chui 用薄板样条(Thin Plate Spline, TPS)参数化形变场,提出了 Thin Plate Spline-Robust Point Matching(TPS-RPM)算法^[8]。Chui^[6]发现 TPS-RPM 算法在浮动点集和参考点集中交替寻找对应点和

位移向量的过程等价于高斯混合模型(Gaussian Mixture Model, GMM)的参数期望最大化算法(Expectation Maximization, EM)。基于 GMM 的点集配准算法^[6,9]在图像特征点配准中应用较广。该算法先使用 EM 迭代算法^[10]估计 GMM 的配准参数,再通过最大化期望函数求得点集的位移向量。其中,点集的刚性配准、仿射配准和非刚性配准都可以使用相同的 GMM 配准算法框架^[11]。但是,由于理想的 GMM 未考虑异常点和重尾点的影响,使得点集中存在的异常点会严重影响配准精度和鲁棒性^[12]。Myronenko 假设异常点是均匀分布的,并将异常点的概率密度分布加入到 GMM^[13]中来事先估计点集的异常点水平。之后,通过在 EM 算法的期望函数中加入正则项^[6],Myronenko 提出了邻近点具有运动一致性(Coherent Points Drift, CPD)的 GMM-CPD 算法^[13],从而在一定程度上解决了点与点的对应关系。Wang Peng^[14]在 EM 迭代中加入混合优化算法,从而可以自适应地估计 GMM 中的异常点水平,这样就避免了异常点水平估计误差对配准结果的影响,但混合优化算法极大地降低了配准速度。Peel 根据 EM 算法框架的完整数据集定义,将 GMM 推广到 t 分布混合模型(Student's-t Mixture Model, TMM)^[15,16],并成功应用于点集的聚类分析^[16]。Gerogiannis 针对 TMM 对异常点和重尾点具有很好的鲁棒性的特

点,提出了基于 TMM 的点集刚性配准算法^[17],该算法比基于 GMM 的配准算法具有更好的精度和鲁棒性,而该算法基于点集聚类分析,因此仅能计算平移向量,无法计算旋转矩阵和放缩因子等其他刚性配准参数,也不能用于非刚性配准。

TMM 的点集模型在理论上可以看做 GMM 的推广^[18],并且 TMM 比 GMM 具有更重的尾部,因此 TMM 配准结果中含重尾点和异常点的点集具有更好的鲁棒性。本文提出了基于 TMM 的点集非刚性配准算法。通过最小化 TMM 的条件期望函数求解非刚性配准参数的闭合解,并在 TMM 的条件期望中加入点集位移正则项作为能量函数,使邻近点具有运动一致性。在 EM 算法中计算浮动点的先验权重,减少重尾点和异常点对配准结果的影响;计算各个点的自由度改变点的概率密度分布模型,进一步提高配准的精度和鲁棒性,并避免了 GMM-CPD 中人为估计点集的异常点水平而引入额外的配准误差。

2 点集配准的 t 分布混合模型建立

定义参考点集 $\mathbf{X}_{N \times D} = (x_1, \dots, x_N)^T$ 是待测的 D 维样本集合,浮动点集 $\mathbf{Y}_{M \times D} = (y_1, \dots, y_M)^T$ 是观测到的 D 维数据点集合,则 \mathbf{x} 的 GMM 概率密度为:

$$f_t(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sum, \gamma_m) = \frac{\Gamma\left(\frac{\gamma_m + D}{2}\right)}{\left|\sum\right|^{1/2} \left[\gamma_m \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\right]^{D/2} \Gamma\left(\frac{\gamma_m}{2}\right) \left[1 + d(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_m, \sum)\right]^{\frac{D+\gamma_m}{2}}}, \quad (4)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 是伽马函数, γ_m 是 t 分布的自由度, $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \sum) = (\mathbf{x} - \mathbf{y})^T \sum^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{y})$ 表示马氏平方距离。为了计算简便,设 $\sum = \sigma^2 \mathbf{I}$ 。因此, \mathbf{x} 的 TMM 概率密度函数为:

$$f(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \omega_m, \sum, \gamma_m) = \sum_{m=1}^M \omega_m f_T(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sigma^2 \mathbf{I}, \gamma_m)$$

当 $\gamma \rightarrow \infty$ 时, t 分布混合模型即为高斯混合模型;当 $\gamma = 1$ 时, TMM 退化为柯西分布模型。所以,改变 γ 可以改变点集的分布模型。当 $\gamma \in (0, +\infty)$ 时, TMM 的概率密度函数比 GMM 具有更重的尾部,所以 TMM 对点集中的重尾点和异常点具有更好的鲁棒性。进一步地,由式(3)可得

$$f_T(\mathbf{x}; \mathbf{y}, \omega, \sigma^2, \gamma) = \int f_N(\mathbf{x}; \mathbf{y}, \omega, \sigma^2 / u) f_\Gamma(u) du.$$

$$f(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \omega_m, \sum) = \sum_{m=1}^M \omega_m f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sum), \quad (1)$$

其中,

$$f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sum) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m)^T \sum^{-1} (\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m)\right]}{(2\pi)^{D/2} |\sum|^{1/2}},$$

ω_m 是 \mathbf{y}_m 在集合 Y 中的先验权重, \sum 是协方差矩阵。当样本集合 X 中存在重尾性质的数据或异常数据时,式(1)可改写为 2 个 GMM 的加权和^[15]:

$$f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sum) = (1 - \epsilon) f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sum) + \epsilon f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, c \sum), \quad (2)$$

其中, ϵ 是一个比较小的数, c 是一个较大的数, $\epsilon f_N(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, c \sum)$ 表示具有重尾分布性质的数据和异常数据的概率密度。定义一个服从伽马分布的随机变量 $u \sim f_\Gamma(\gamma/2, \gamma/2)$, 则式(2)可写为:

$$f(\mathbf{x}; \mathbf{y}, \sum) = \int f_N(\mathbf{x}; \mathbf{y}, \sum / u) dH(u), \quad (3)$$

其中, $H(u)$ 为 χ^2 分布。通过式(3)可以得到随机变量 \mathbf{x} 的 t 分布概率密度:

所以 TMM 又可以看作是以伽马分布作为权重的加权高斯混合模型。

3 t 分布混合模型的配准参数求解

3.1 t 分布混合模型的似然函数

t 分布混合模型的参数通常无法获得闭合解,需要由梯度下降流算法求得参数。为了在 EM 算法中求得配准参数的闭合解,需要引入 EM 框架的完整数据集。完整数据集定义为 $\mathbf{X}_c = (\mathbf{X}, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_N, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N)^T$, 其中 $\mathbf{z}_{nm} = (z_n)_m$ 。若 $\mathbf{z}_{nm} = 1$, 则表示 \mathbf{y}_m 和 \mathbf{x}_n 有关联;否则 $\mathbf{z}_{nm} = 0$ 。 u 为 EM 算法框架中的隐含数据,有

$$u_n |_{z_{nm}=1} \sim f_\Gamma\left(\frac{1}{2}\gamma_m, \frac{1}{2}\gamma_m\right),$$

$$x_n |_{u_n, z_{nm}=1} \sim f_N(y_m, \sigma^2 I/u_m), \quad (5)$$

式(4)经参数化后的似然函数为:

$$E(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \omega_m, \sigma^2, \gamma_m) = - \sum_{n=1}^N \ln \sum_{m=1}^M \omega_m f_t(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m, \sigma^2, \gamma_m), \quad (6)$$

$$E(\omega_m) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M z_{nm} \ln \omega_m$$

$$E(\gamma_m) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M z_{nm} \left[-\ln \Gamma\left(\frac{1}{2}\gamma_m\right) + \frac{1}{2}\gamma_m \ln\left(\frac{1}{2}\gamma_m\right) + \frac{1}{2}\gamma_m (\ln u_m - u_m) - \ln u_m \right]$$

$$E(y_m, \sigma^2) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M z_{nm} \left[-\frac{1}{2} D \ln(2\pi) - \ln \sigma^2 - u_m \frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m\|^2}{2\sigma^2} \right]$$

3.2 E-step

根据 EM 算法, 在第 $k+1$ 次迭代时计算最优配准参数 Ψ 需要最小化 Ψ 的条件期望为:

$$Q(\Psi; \Psi^{(k)}) =$$

$$- \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p(\mathbf{y}_m^{(k)}; \mathbf{x}_n) \ln[\omega_m f(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m^{(k)}, (\sigma^2)^{(k)}, \gamma_m^{(k)})]$$

其中, $p(\mathbf{y}_m^{(k)}; \mathbf{x}_n)$ 是后验概率密度函数, 表达式如下:

$$p(\mathbf{y}_m^{(k+1)}; \mathbf{x}_n) = \frac{\omega_m^{(k)} f(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m^{(k)}, (\sigma^2)^{(k)}, \gamma_m^{(k)})}{\sum_{m=1}^M \omega_m^{(k)} f(\mathbf{x}_n; \mathbf{y}_m^{(k)}, (\sigma^2)^{(k)}, \gamma_m^{(k)})}. \quad (7)$$

其中, $Q(\Psi; \Psi^{(k)})$ 是关于 $E_{\Psi^{(k+1)}}(u_n; \mathbf{x}_n, z_n = 1)$ 和 $E_{\Psi^{(k+1)}}(\ln u_n; \mathbf{x}_n, z_n = 1)$ 的函数, 因此最小化 $Q(\Psi; \Psi^{(k)})$ 需要预先计算 $E_{\Psi^{(k+1)}}(u_n; \mathbf{x}_n, z_n = 1)$ 和 $E_{\Psi^{(k+1)}}(\ln u_n; \mathbf{x}_n, z_n = 1)$ 。由于 f_Γ 是 u 的共轭先验分布, 所以可以求得:

$$Q(\omega_m^{(k+1)}; \Psi^{(k)}) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}^{(k+1)} \ln \omega_m^{(k)}, \quad (10)$$

$$Q(\gamma_m^{(k+1)}; \Psi^{(k)}) =$$

$$- \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}^{(k+1)} \left\{ -\ln \Gamma\left(\frac{\gamma_m^{(k)}}{2}\right) + \frac{\gamma_m^{(k)}}{2} \ln \frac{\gamma_m^{(k)}}{2} + \frac{\gamma_m^{(k)}}{2} \left[\sum_{n=1}^N (\ln u_{nm}^{(k)} - u_{nm}^{(k)}) + \psi\left(\frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}\right) \right] - \ln \frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2} \right\}, \quad (11)$$

$$Q(y_m^{(k+1)}, (\sigma^2)^{(k+1)}; \Psi^{(k)}) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}^{(k+1)} \left[-\frac{D}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln(\sigma^{2D})^{(k)} + \frac{1}{2} D \ln u_{nm}^{(k)} + \frac{u_{nm}^{(k)} \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m\|^2}{2(\sigma^2)^{(k)}} \right]. \quad (12)$$

由式(10)可得,

$$\omega_m^{(k+1)} = \sum_{n=1}^N p_{nm}^{(k+1)} / N, \quad (13)$$

$$- \psi\left(\frac{\gamma_m^{(k+1)}}{2}\right) + \ln \frac{\gamma_m^{(k+1)}}{2} + 1 + \frac{\sum_{n=1}^N p_{nm}^{(k+1)} (\ln u_{nm}^{(k+1)} - u_{nm}^{(k+1)})}{\sum_{n=1}^N p_{nm}^{(k)}} + \psi\left(\frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}\right) - \ln \frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2} = 0. \quad (14)$$

定义配准参数集合 $\Psi = (\omega_1, \dots, \omega_M, \gamma_1, \dots, \gamma_M, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_M, \sigma^2)^\top$, 式(6)通过分离参数可得:

$$E(\Psi) = E(\mathbf{y}_m, \omega_m, \sigma^2, \gamma_m) = E(\omega_m) + E(\gamma_m) + E(\mathbf{y}_m, \sigma^2)$$

将式(4)和式(5)代入式(6)得:

$$E_{\Psi^{(k+1)}}(u_m; \mathbf{x}_n, z_{nm} = 1) = u_{nm} = \frac{\gamma_m^{(k)} + D}{\gamma_m^{(k)} + d(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_m^{(k)}, (\sigma^2)^{(k)})}, \quad (8)$$

根据式(8), 可以求得

$$E_{\Psi^{(k+1)}}(\ln u_m; \mathbf{x}_n, z_{nm} = 1) = \ln u_{nm}^{k+1} + \psi\left(\frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}\right) - \ln \frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}. \quad (9)$$

其中, $\psi\left(\frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}\right) - \ln \frac{\gamma_m^{(k)} + D}{2}$ 是 $\ln u_m$ 的校正项, $\psi(\cdot)$ 是 Digamma 函数。

3.3 M-step

对 $Q(\Psi; \Psi^{(k)})$ 分离参数并将式(7)~式(9)代入可得

$$Q(\Psi; \Psi^{(k)}) =$$

$$Q(\omega_m; \Psi^{(k)}) + Q(\gamma_m; \Psi^{(k)}) + Q(\mathbf{y}_m, \sigma^2; \Psi^{(k)})$$

其中,

由式(11)可得, $\gamma_m^{(k+1)}$ 是以下方程的解

为了求解式(12),需要将其正则化,并根据点集移动后的坐标定义求解式(12)。

4 运动一致性配准算法

4.1 位移向量正则化

定义点集移动后的坐标为 $T(\mathbf{Y}, v) = \mathbf{Y} + v(\mathbf{Y})$,在 $Q(y_m^{(k+1)}, (\sigma^2)^{(k+1)}; \Psi^{(k)})$ 中加入点集位移向量的正则项 $\varphi(v)$,因此点集非刚性配准的能量函数可写为:

$$\hat{Q}(v) = Q(y_m, \sigma^2; \Psi) + \frac{\lambda}{2} \varphi(v), \quad (15)$$

其中, λ 是正则项的权重因子。在希尔伯特空间中,有 $\|v\|_H^2 = \int_R \sum_{k=0}^K \|\frac{\partial^k v}{\partial x^k}\|^2 dx$;在再生核希尔伯特空间中^[20], $\|v\|_H^2$ 定义为 $\|v\|_H^2 = \int_{R^D} \frac{\|\hat{v}(\omega)\|^2}{\hat{G}(\omega)} d\omega$ 。

其中, G 是核函数, \hat{v}, \hat{G} 分别是 v 和 G 的傅里叶变换, ω 是空间频域的变量。在正则理论中,傅里叶频域的范数被用于正则核函数的平滑性,因此,核函数的平滑性等价于该函数的频域摆动特性。若该核函数的平滑性较好,则其在高频区域的摆动能量较小。所以, $\hat{G}(\omega)$ 的作用类似于一个低通滤波器,且有 $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{G}(\omega) = 0$ 。因此,可以定义 $\varphi(v) = \|v\|_H^2$ 。

为了方便,定义算子 F ,使得 $\varphi(v) = \int_{R^D} \frac{\|\hat{v}(\omega)\|^2}{\hat{G}(\omega)} d\omega = \|Fv\|^2$ 。

4.2 运动一致的位移向量求解

将式(12)代入式(15),并舍弃点集位移无关项可得:

$$\hat{Q}(v) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} u_{nm} \frac{\|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m - v(\mathbf{y}_m)\|^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda}{2} \|Fv\|^2, \quad (16)$$

由变分法求得式(16)的欧拉-拉格朗日方程为

$$\hat{\mathbf{F}}\mathbf{F}v(y) = \frac{1}{\lambda\sigma^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} u_{nm} [\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m - v(\mathbf{y}_m)] \delta(\mathbf{y} - \mathbf{y}_m), \quad (17)$$

其中, $\hat{\mathbf{F}}$ 是 \mathbf{F} 的伴随矩阵。对式(17)进行积分变换可得

$$v(y) = \frac{1}{\lambda\sigma^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} u_{nm} [\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m - v(\mathbf{y}_m)] \cdot G(y - \mathbf{y}_m) = \sum_{m=1}^M r_m G(\mathbf{y}, \mathbf{y}_m), \quad (18)$$

因此由式(18)可得, $T(\mathbf{Y}, v) = \mathbf{Y} + v(\mathbf{Y}) = \mathbf{Y} + \mathbf{G}\mathbf{R}$ 。其中, $\mathbf{G}; g_{ij} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2}{2\beta^2}\right)$, β 是平滑性参数。将式(18)代入式(16)可得关于 $\mathbf{R} = (r_1, \dots, r_M)^T$ 的矩阵方程:

$$\hat{Q}(v) = - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} \left[-\frac{D}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln\sigma^{2D} + \frac{D}{2} \ln u_{nm}^{(k)} - \frac{u_{nm} \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m^{(k)} - \mathbf{G}_m \cdot \mathbf{R}\|^2}{2\sigma^2} \right] + \frac{\lambda}{2} \text{tr}(\mathbf{R}^T \mathbf{G}\mathbf{R})$$

其中 \mathbf{G}_m 表示 \mathbf{G} 的第 m 行向量。最小化 $\hat{Q}(v)$, 当且仅当

$$\frac{\partial \hat{Q}(v)}{\partial \mathbf{R}} = - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm} [\mathbf{G}_m \cdot u_{nm} (\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m^{(k)} - \mathbf{G}_m \cdot \mathbf{R})] + \lambda \mathbf{G}\mathbf{R} = 0$$

由上式可得:

$$\mathbf{R} = [\text{diag}(\mathbf{P}\mathbf{I})\mathbf{G} + \lambda\sigma^2 \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{P}\mathbf{X} - \text{diag}(\hat{\mathbf{P}}\mathbf{I})\mathbf{Y}], \quad (19)$$

其中, \mathbf{P} 是 \mathbf{P}_{nm} 组成的矩阵, $\hat{\mathbf{P}}_{nm} = p_{nm} u_{nm}$, \mathbf{I} 是全 1 列向量, $\text{diag}(\cdot)$ 是对角矩阵, \mathbf{I} 是单位矩阵。令 $\partial \hat{Q}(v) / \partial \sigma^2 = 0$ 可得

$$(\sigma^2)^{(k+1)} = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}^{(k+1)} u_{nm}^{(k+1)} \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m^{(k+1)} - \mathbf{G}_m \cdot \mathbf{R}\|^2}{D \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}^{(k+1)} u_{nm}^{(k+1)}}. \quad (20)$$

β 是平滑性参数, $\beta > 0$, 若 β 越大, 则配准结果越平滑; λ 是正则项权重, $\lambda > 0$, λ 越大, 配准结果正则性越好, 反之配准越精确。

4.3 t 分布混合模型的运动一致性配准算法

根据上述原理, t 分布混合模型的运动一致性非刚性配准算法如下:

- (1) 初始化 $\mathbf{R}_{M \times D} = 0, \sigma^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m\|^2 / DMN$, 初始化 β, λ 和 γ ;
- (2) 构造 $\mathbf{G}: g_{ij} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_j\|^2}{2\beta^2}\right)$;
- (3) 使用式(4)计算 t 分布点集的概率密度函数;

(4)E-step:

分别使用式(7)、式(8)计算后验概率密度 p_{mm} 和 u_{mm} ;

(5)M-step:

使用式(13)计算浮动点的先验权重 w_m ;

使用式(14)、式(19)和式(20)分别计算自由度 λ_m 、 \mathbf{R} 和 σ^2 ;

(6)计算 Y 移动后的坐标 $\mathbf{T}=\mathbf{Y}+\mathbf{GR}$;

(7)重复步骤 3~6, 直至 \mathbf{T} 收敛。

5 实验与分析

因为 TPS-RPM 算法的交替寻优方法在数学上等价于 GMM 的 EM 算法, 又因为 TMM 可以认为是 GMM 的推广, 所以 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 在数学上可看做是同一类型算法。因此本文将 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 算法进行比较。为论述方便, 将点集细分为目标点集、重尾点集和异常点集, 并将重尾点和异常点统称为噪声。因为参考点和浮动点数量不同, 无法指定参考点和浮动点之间的一一对应关系, 因此配准误差^[14]定义为 $Er = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \omega_m \sum_{n=1}^N p_{mm} \|x_n - y_m\|$, 其中 $\|x_n - y_m\|$ 是 x_n 和 y_m 之间的欧式距离。实验中发现, 当 TMM-CPD 和 GMM-CPD 的配准误差最小时, 两者的配准参数 β, λ 基本相同, 因此本文实验将 TMM-CPD 和 GMM-CPD 设置为相同的 β, λ 。GMM-CPD 的 ω (噪声数量水平) 与噪声数量成正关系, 且有 $0 \leq \omega < 1$, 因此 ω 的最优值搜索范围定位在 $(N_c/N_e - 0.35, N_c/N_e + 0.35)$, 其中 N_c 是重尾点和异常点的数量和, N_e 是点集中点的总量。下文实验中, 配准参数 β, λ 和 ω 都是在一定范数内的最优值。

5.1 仿真数据及实验

图 1(a)所示为配准前的“鱼形”仿真数据, 红色是参考点集, 共计 474 个点; 黑色是浮动点集, 共计 482 个点(彩图见期刊电子版); 参考点集和浮动点集中各含有 105 个均匀分布的异常点。图 1(b)~图 1(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果, 其中 $\beta=2, \gamma=0.6, \omega=0.5$ 。由图 1(b)可看出, TMM-CPD 可以很好地配准尾、鳍和眼等形变较大的点, 并且受异常点影响最大的“鱼身”部分也表现出良好的拓扑保持特性; GMM-

CPD 在尾和鳍部分没有配准浮动点, 而且这些点的潜在拓扑结果发生了改变, 配准误差较大; TPS 受到异常点影响, 不能精确配准参数化目标点集的形变场, 因此 TPS-RPM 配准后的浮动点不能精确对齐“鱼鳍”尖端等形变剧烈的部分, 对“尾”和“鱼身”部分的配准结果也不甚理想。

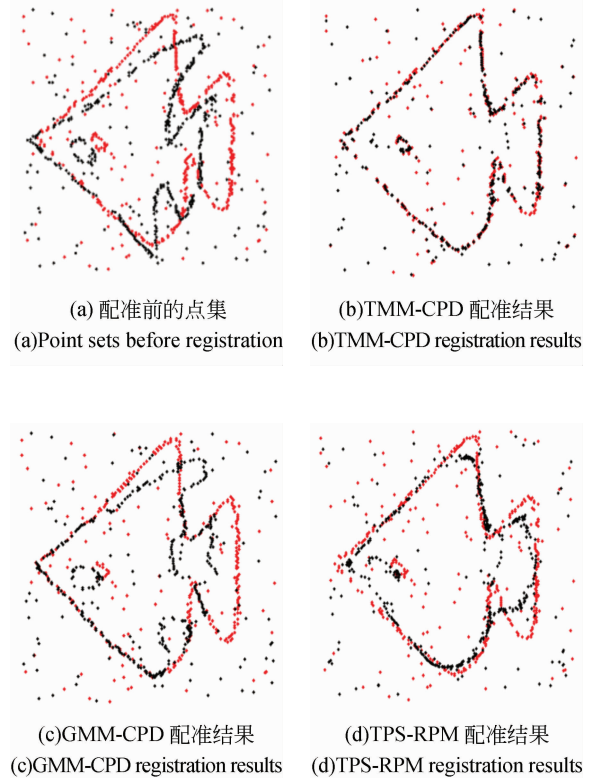


图 1 仿真数据的配准结果

Fig. 1 Registration results of simulation data

表 1 为不同异常点比例下 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准误差。由表 1 可看出, TMM-CPD 在不同异常点比例下配准误差变化不大, 表现出良好的鲁棒性; 而 GMM-CPD 和 TPS-RPM 易受异常点影响, 异常点比例较高时的配准误差较大。因此, TMM-CPD 配准算法的鲁棒性最优。在相同异常点比例下, TMM-CPD 的配准误差小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM, 而且异常点比例越高, TMM-CPD 的优势越明显, 当异常点比例高于 25% 时, TMM-CPD 的配准误差比 GMM-CPD 和 TPS-RPM 小一个数量级。表 2 为异常点比例等于 30% 时, TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 在不同迭代次数时的配准误差。当迭代次数较少时, 3 种算法的配准误差接近; 因为

TMM-CPD 可以通过计算每个点的自由度自适应地改变其概率分布模型,所以,在迭代 40 次后, TMM-CPD 的配准误差迅速减小,当迭代次数超过 50 次时, TMM-CPD 的配准误差比 GMM-CPD 和 TPS-RPM 小一个数量级。

图 2 为 TMM-CPD 不同迭代次数下的配准结果。当迭代 40 次时,浮动点集已基本配准到参考点集;当迭代 60 次时,浮动点集已与参考点集配准。

表 1 异常点比例和配准误差

Tab.1 Proportions of abnormal points and registration errors

配准算法	异常点比例					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
TMM-CPD	0.381	0.397	0.414	0.489	0.540	0.594
GMM-CPD	0.580	1.356	3.034	5.453	7.908	8.525
TPS-RPM	0.499	0.751	2.450	4.128	7.509	9.402

表 2 迭代次数和配准误差

Tab.2 Number of iterations and registration errors

配准算法	迭代次数					
	10	20	30	40	50	60
TMM-CPD	313.089	96.745	18.653	4.319	1.170	0.594
GMM-CPD	258.244	112.177	57.786	21.737	11.144	8.525
TPS-RPM	296.095	131.509	59.964	33.593	18.993	9.402

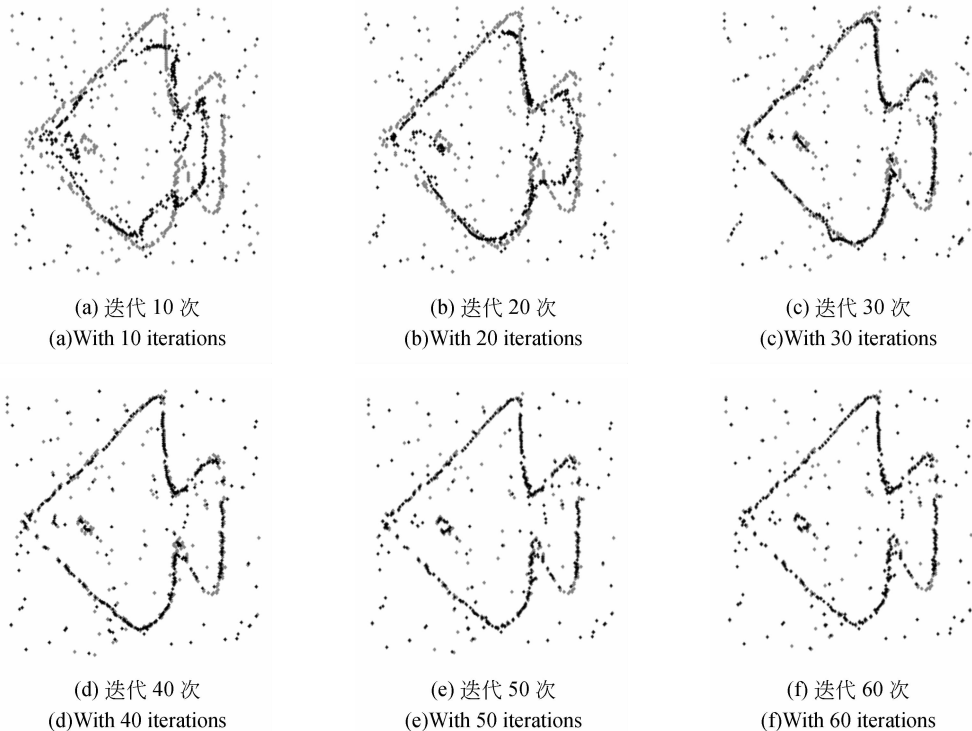


图 2 不同迭代次数下 TMM-CPD 的配准结果

Fig. 2 TMM-CPD registration results with different iterations

5.2 真实数据及实验

5.2.1 脑部图像及实验

图 3(a)和图 3(b)是脑部 CT 断层图像。由于成像设备、分割算法参数选择等因素的影响,医学图像分割后的曲线往往存在一些离群闭合曲线,图

3(a)所示的参考图像中存在 4 个离群闭合曲线,图 3(b)所示的浮动图像中存在 9 个离群闭合曲线,这些离群闭合曲线构成了点集中的重尾点集,脑脊液(Cerebrospinal Fluid, CSF)边缘点构成了目标点集。图 3(c)所示为脑脊液的分割数据,其中红色

为参考点,共计 265 个;黑色为浮动点,共计 286 个(彩图见期刊电子版)。图 3(d)~图 3(f)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2, \lambda=0.6, \omega=0.3$ 。由图 3(d)可以看出, TMM-CPD 很好地配准了目标,且避免了重尾点的干扰;由图 3(e)可以看出, GMM-CPD 可以较好地配准距离较近的点,但当参考点与浮动点距离较远时,浮动点集产生的位移向量较小,对目标边缘点配准效果较差;TPS-RPM 受到重尾点干扰,无法准确参数化形变场,因而靠近重尾点的目标点未能精确配准,并且有部分重尾点被误配准为目标点。

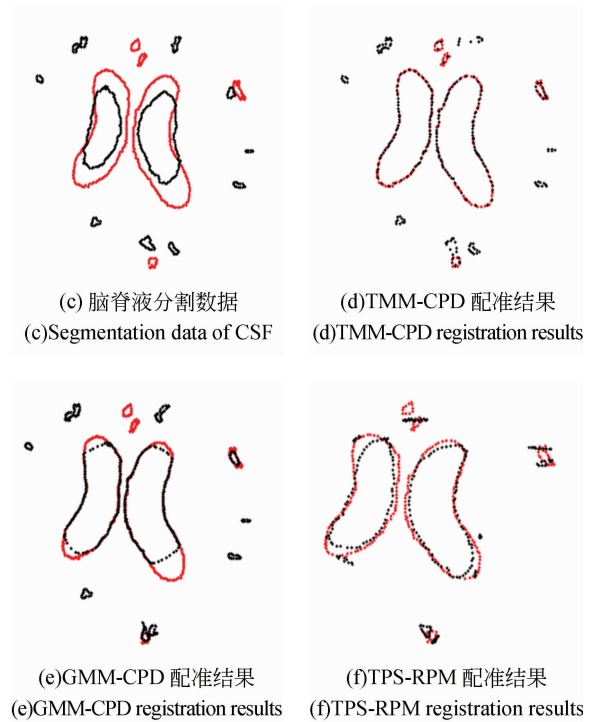
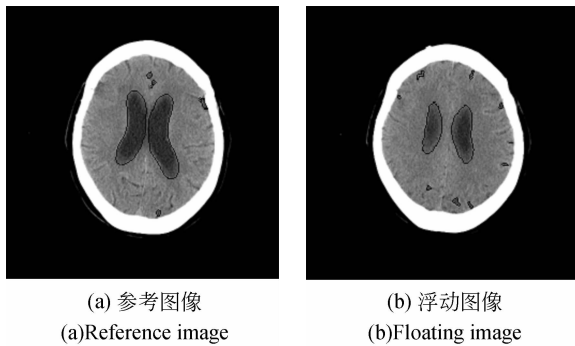


图 3 脑脊液分割数据的配准结果

Fig. 3 Registration results of CSF segmentation data

表 3 GMM-CPD 噪声水平估计和配准误差

Tab. 3 Estimation of noise level and registration errors for GMM CPD

异常点水平估计 ω	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
配准误差	0.815	0.750	0.711	0.859	1.059	4.009	7.473	10.737	13.637

表 4 迭代次数和配准误差

Tab. 4 Number of iterations and registration errors

配准模型	迭代次数					
	10	20	30	40	50	60
TMM-CPD	156.891	47.714	4.147	0.536	0.331	0.230
GMM-CPD	128.471	50.349	21.873	5.783	1.659	0.711
TPS-RPM	159.207	60.368	16.667	6.352	1.734	0.780

表 3 为不同的 ω 对 GMM-CPD 配准结果的影响。由表 3 可知,不同的 ω 会显著影响配准结果,当 $\omega=0.3$ 时,配准误差最小。因此,若 ω 估计不当,会在 GMM-CPD 中引入额外的配准误差。表 4 为迭代不同次数后, TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准误差。由于 TMM-CPD 对不同点采用不同先验权重,故可以较好地避免异常点对目标点的干扰,并通过计算每个点的自由度来改变

其概率密度分布模型,进而提高配准鲁棒性和精度。由表 4 可知,迭代 30 次后 TMM-CPD 的配准误差明显小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM;当迭代 60 次后 TMM-CPD 和 GMM-CPD 基本收敛时, TMM-CPD 的配准误差仅为 GMM-CPD 的 32.4%。

图 4 为不同迭代次数下 TMM-CPD 的配准结果。当迭代 40 次时,浮动点集基本和参考点集配准;当迭代 60 次时, TMM-CPD 很好地配准了目

标点集,且异常点基本保持在原先的位置,没有误配准到目标点集。

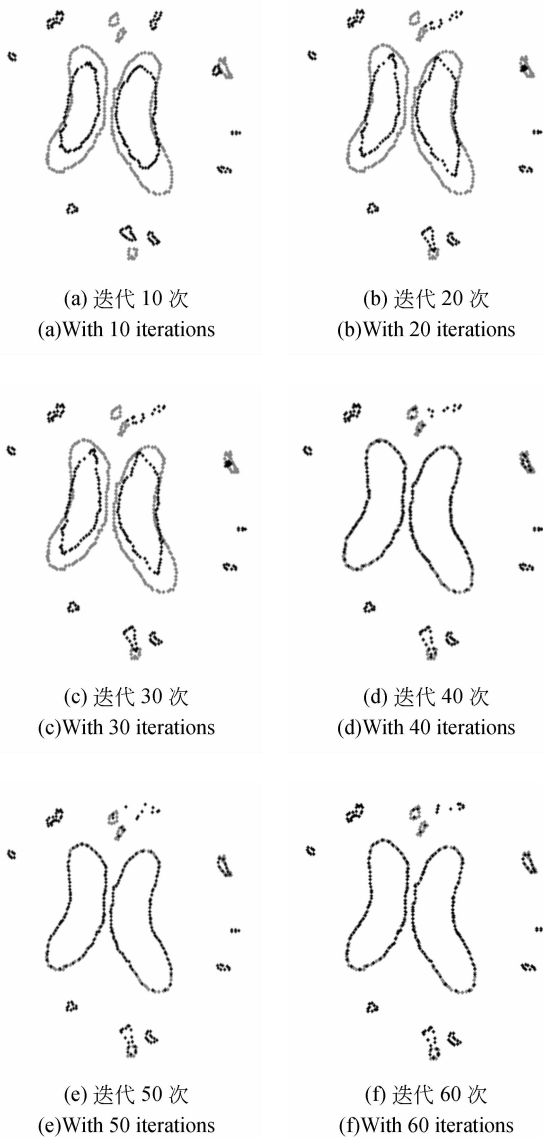


图 4 不同迭代次数下 TMM-CPD 的配准结果

Fig. 4 Registration results of TMM-CPD with different iterations

图 5(a)为加入 100 个均匀分布异常点的点集,图 5(b)~图 5(d)分别为 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 配准后的结果,其中 $\beta=2, \gamma=0.6, \omega=0.42$ 。由图 5(b)可知, TMM-CPD 配准后的浮动点集中的目标点集已与相应参考点精确配准,仅有一个重尾点集被误配准到了目标点集(图中箭头所示),其余多个重尾点集虽有位移向量,但是都未配准到目标点集,说明 TMM-CPD 可以较好地避免噪声干扰,具有良好的鲁棒性。GMM-

CPD 中配准后有 2 个重尾点集被误配准到了目标点集中(图 5(c)中箭头 1 和 2 所示),这说明 GMM-CPD 受异常点干扰,出现了配准误差,并且,当浮动点和对应参考点距离较远时,浮动点无法精确配准(图 5(c)中箭头 3 所示)。因为点集中含有一定数量异常点,使得 TPS 参数化目标点集形变场的能力进一步下降,所以 TPS-RPM 不能配准目标点集,而且有多个重尾点集被误对齐到了目标点集。

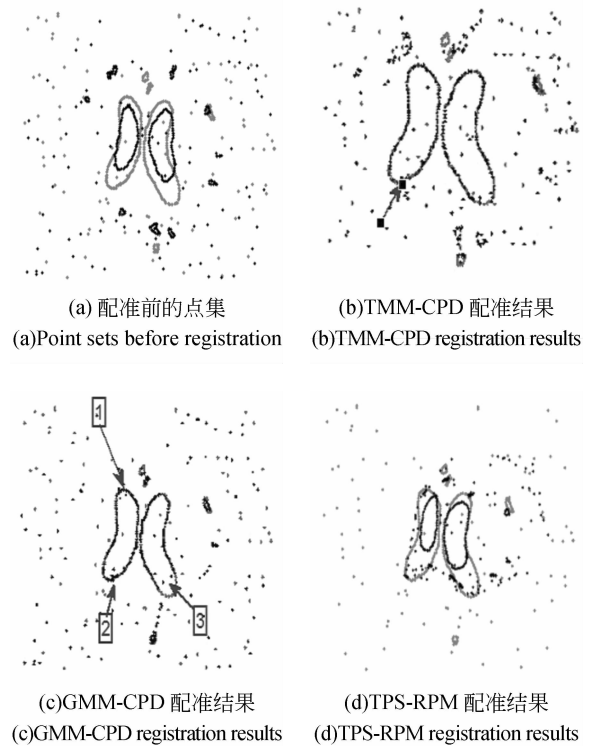


图 5 含均匀分布异常点的配准结果

Fig. 5 Registration results of point sets containing uniform distribution outliers

图 6(a)为加入 150 个高斯分布异常点的点集,高斯分布标准差 $\sigma_x=\sigma_y=1.5$ 。图 6(b)~图 6(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2, \gamma=0.6, \omega=0.56$ 。TMM-CPD 配准后的目标点集可以精确配准到参考点集,重尾点集(图 6(b)中箭头 1、2 所示)虽有较大的位移向量,但是都未配准到目标点集,这说明 TMM-CPD 对于高斯分布异常点也具有良好的鲁棒性,由于受到异常点干扰,GMM-CPD 配准后有 2 个重尾点集(图 6(c)中箭头 1、2 所示)误配准到了目标点集中,并且,目标点集无法精确配准参考点集(图 6(c)中箭头 3、4 所示)。而 TPS-RPM 则不能配准目标点集,配准误差很大。

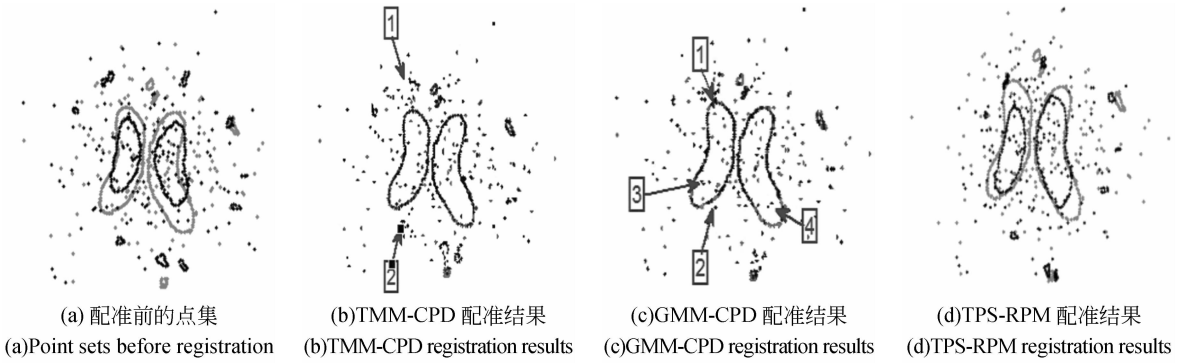


图 6 含高斯分布异常点的配准结果

Fig. 6 Registration results of point sets containing Gaussian distribution outliers

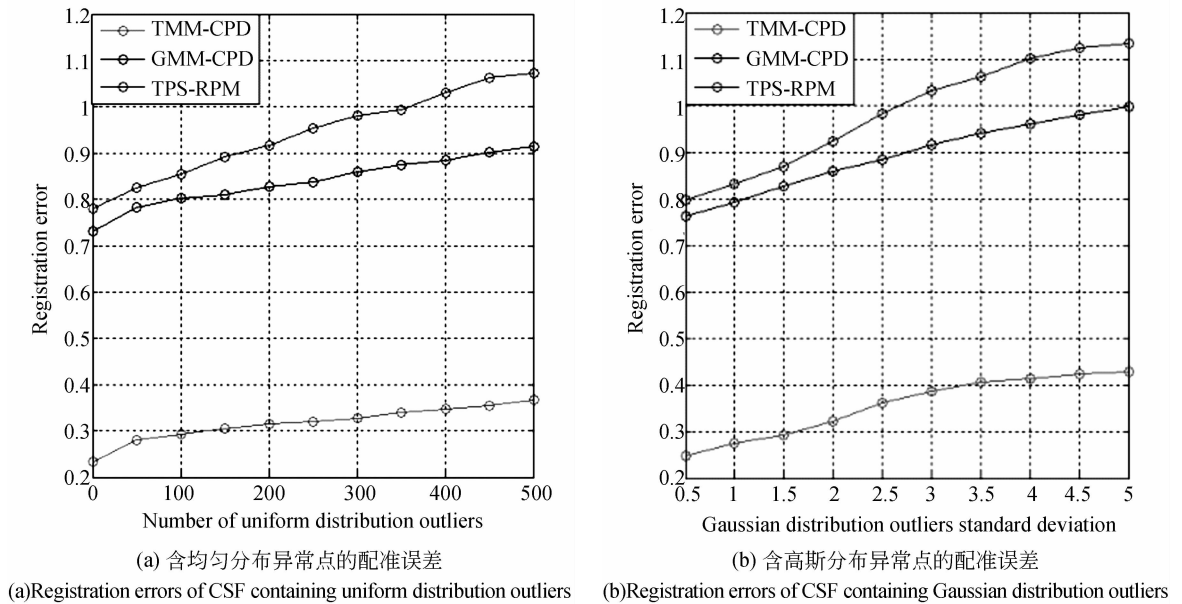


图 7 含异常点的配准误差

Fig. 7 Registration error of CSF containing outliers

图 7(a)是加入不同数量的均匀分布异常点后的配准误差;图 7(b)是异常点数量为 150,加入不同标准差 σ 的高斯分布异常点的配准误差。由图 7(a)可知,当无异常点时,TMM-CPD 的误差远小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM;随着均匀分布异常点数量的增加,TMM-CPD 的误差增幅也小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM 的误差增幅。由图 7(b)可知,加入不同 σ 的高斯分布异常点时,TMM-CPD 误差也小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM,且随着 σ 的增加,误差增幅也最小。

5.2.2 血管图像及实验

图 8(a)和图 8(b)为头部血管 DSA 图像,图 8(a)是参考图像,图 8(b)是浮动图像。图 8(c)为分割后的血管边缘点集的相对位置。红色为参考点,

共计 496 个;黑色为浮动点,共计 465 个(彩图见期刊电子版)。由于参考点集和浮动点集除在小分叉处有明显的非刚性形变外,整体表现出具有一定的刚性形变特点,因此 TMM-CPD 和 GMM-CPD 的参数取值分别为: $\beta=2, \lambda=4.4, \omega=0.07$ 。图 8(d)~图 8(f)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果。由图 8 可知,相同参数下,TMM-CPD 很好地配准了浮动点集;GMM-CPD 整体上配准了浮动点集,但是图像上部的部分点出现了误配准;而 TPS-RPM 配准后的血管边缘点分布较为平滑,无法精确配准参考图像中血管较为曲折的部分。这是因为点集中只存在少量噪声,TPS 虽然可以很好地参数化浮动点集的形变场;但是 TPS 具有一定的平滑性。

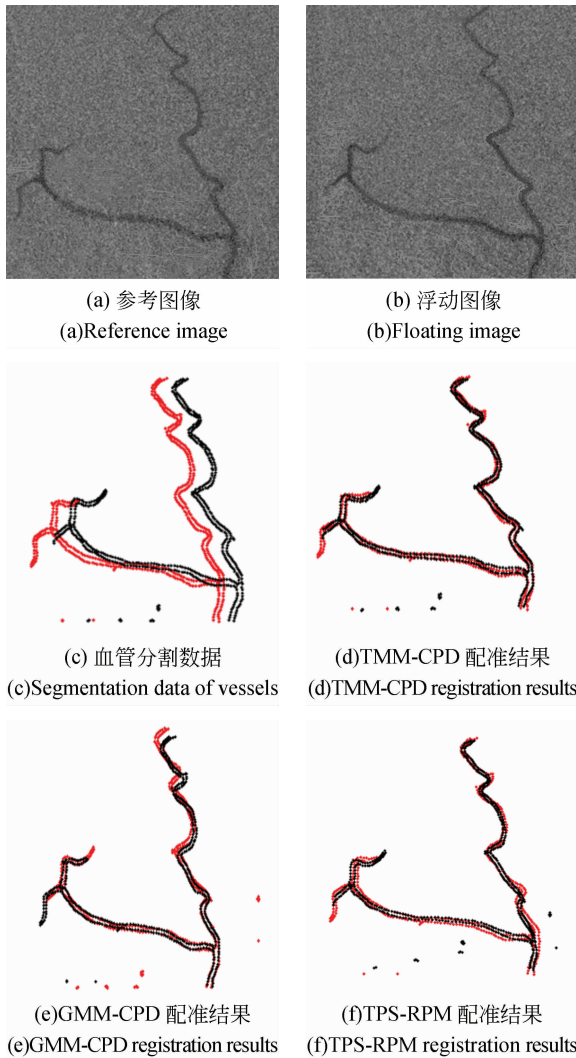


图 8 血管数据的配准结果

Fig. 8 Registration results of vessels data

图 9(a)为加入 100 个均匀分布异常点后的点集,图 9(b)~图 9(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2, \lambda=4.4, \omega=0.32$ 。由于加入了一定数量的异常点,GMM-CPD 出现了误配准,浮动点集完全不能配准到参考点集;TMM-CPD 仍旧可以精确配准浮动点集;TPS-RPM 除在小分叉和图像上部出现配准误差外,整体上配准了浮动点集。图 10(a)为加入 150 个高斯分布异常点后的点集,高斯分布的标准差 $\sigma_x = \sigma_y = 1.5$ 。图 10(b)~图 10(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2, \lambda=4.4, \omega=0.41$ 。由图 10 可知,GMM-CPD 在图像上部的点集处出现了误配准。TPS-RPM 配准后在图像上部的点集出现了误配准,并且血管小分叉处的拓扑结构发生了明显改变,这是由于异常点数量增加并且高

斯分布异常点大部分分布于图像中间位置,使得 TPS 无法精确参数化管状分布的浮动点集的形变场所导致的。而 TMM-CPD 仍可以精确配准浮动点集。

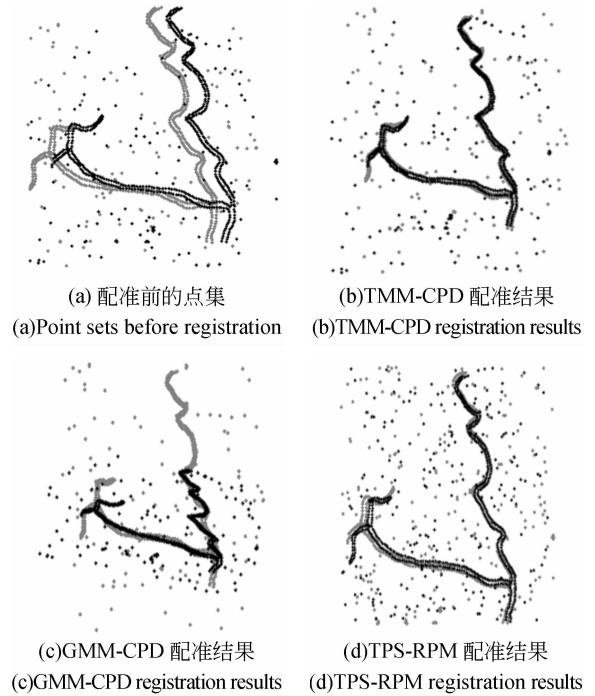


图 9 均匀分布异常点的血管配准结果

Fig. 9 Registration results of vessels data containing uniform distribution outliers

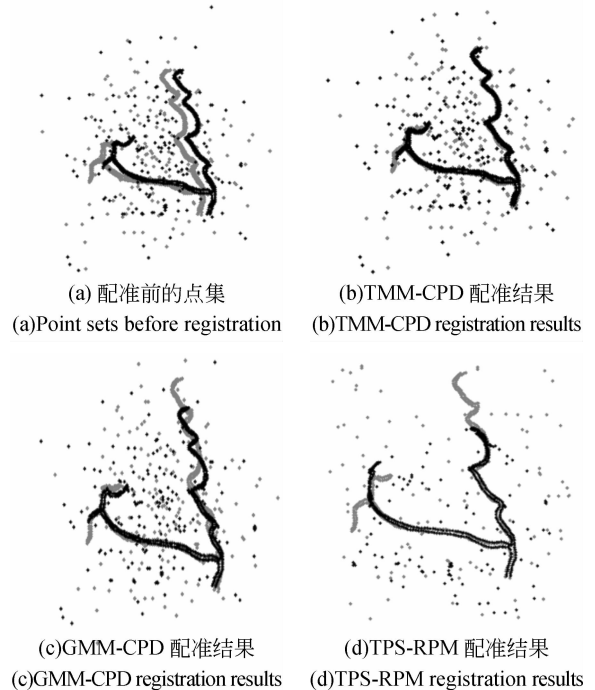
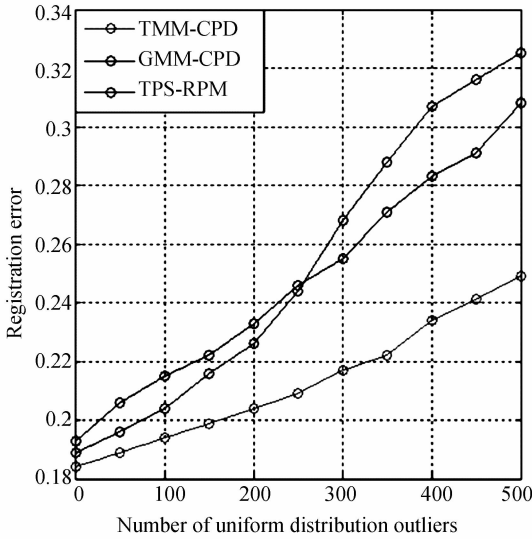


图 10 高斯分布异常点的血管配准结果

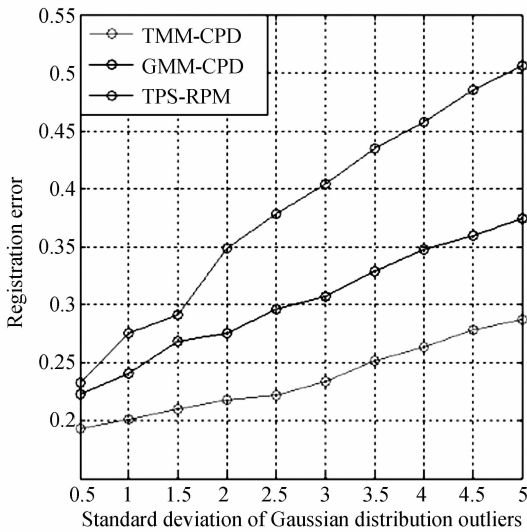
Fig. 10 Registration results of vessel data containing Gaussian distribution outliers

图 11(a)所示为加入不同数量的均匀分布异常点的配准误差;图 11(b)为加入不同标准差 σ 的高斯分布异常点的配准误差,异常点数量为 150。由图 11(a)可知,当无异常点时,TMM-CPD 的误差略小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM,随着均匀分布异常点数量增加,TMM-CPD 的误差增幅最小,这说明 TMM-CPD 的鲁棒性最好。由图 11(b)可知,加入不同 σ 的高斯分布异常点时,TMM-CPD 误差也小于 GMM-CPD 和 TPS-RPM,且随着 σ 增加,误差增幅也最小。



(a) 含均匀分布异常点的配准误差

(a)Errors of point sets containing uniform distribution outliers



(b) 含高斯分布异常点的配准误差

(b)Error of point sets containing Gaussian distribution outliers

图 11 加入异常点的配准误差

Fig. 11 Registration error of point sets containing outliers

5. 2. 3 三维人脸数据及实验

图 12(a)为三维人脸特征点集,红色为参考点,黑色为浮动点(彩图见期刊电子版),参考点集和浮动点集都含有 392 个点。图 12(b)~图 12(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 算法的配准结果。由于人脸特征点配准整体上具有刚性性质,而局部点云,如眼、鼻、嘴等又具有细微形变,因此配准参数取值分别取 $\beta=2, \lambda=2.3, \omega=0.09$ 。由图 12 可见,TMM-CPD 和 TPS-RPM 都完全配准了浮动点集,GMM-CPD 除少数点未配准外,大部分浮动点也很好地区配准了参考点。

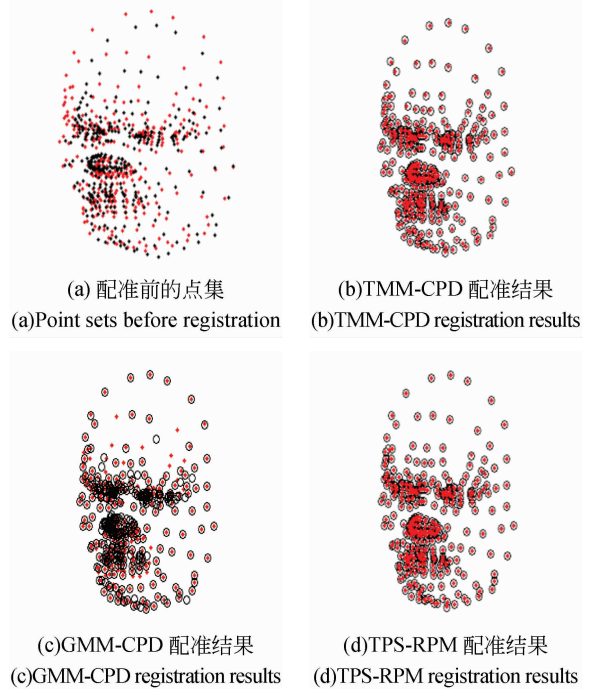


图 12 三维人脸数据的配准结果

Fig. 12 Registration results of 3D face data

图 13(a)为含有 100 个均匀分布异常点的三维人脸特征点集,图 13(b)~图 13(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2, \lambda=2.3, \omega=0.28$ 。受到异常点影响,TMM-CPD 虽出现了配准误差,但是仍较好地对齐了“眼”、“鼻”和“嘴”等关键特征区域。GMM-CPD 配准后,“鼻”和“嘴”部分的浮动点整体上出现了偏移,无法配准到相应参考点。TPS-RPM 配准后,由于异常点数量不多,TPS 还可以很好地参数化形变场,因此 TPS-RPM 很好地配准了主要特征区域。但是,随着异常点数量增加,TPS 的参数化目标点集形变场的能力将迅速下降,当异常点数量较多时,TPS-RPM 的配准误差反而大于 GMM-

CPD。图 14(a)为含 150 个高斯分布异常点的三维人脸特征点集,高斯分布的标准差 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 1.5$ 。图 14(b)~图 14(d)分别是 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 的配准结果,其中, $\beta=2$, $\lambda=2.3$, $\omega=0.36$ 。由图 14 可知, TMM-CPD 基本

配准了人脸的主要特征区域;GMM-CPD 配准后的浮动点不能与“眼”、“鼻”区域的参考点对应。TPS-RPM 配准后,浮动点集虽然配准了人脸主要特征区域,但是点集右下区域的潜在曲面遭到了明显扭曲(图中箭头所示),增大了配准误差。

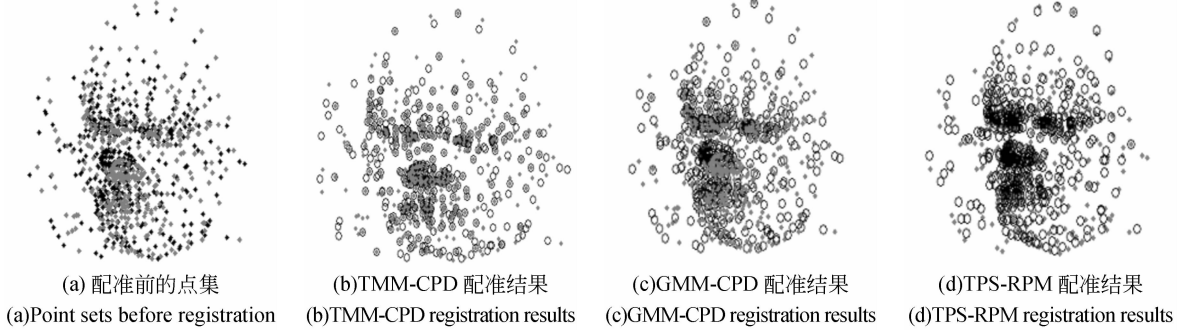


图 13 均匀分布异常点的人脸配准结果

Fig. 13 Registration results of 3D face data containing uniform distribution outliers

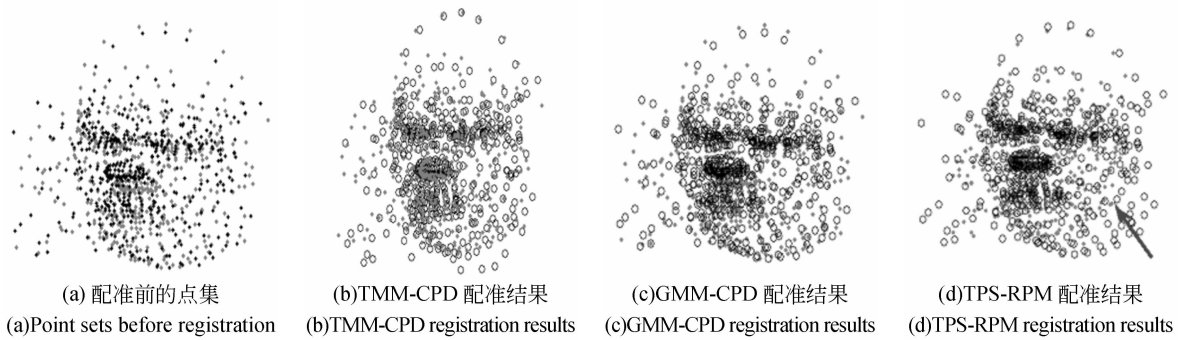
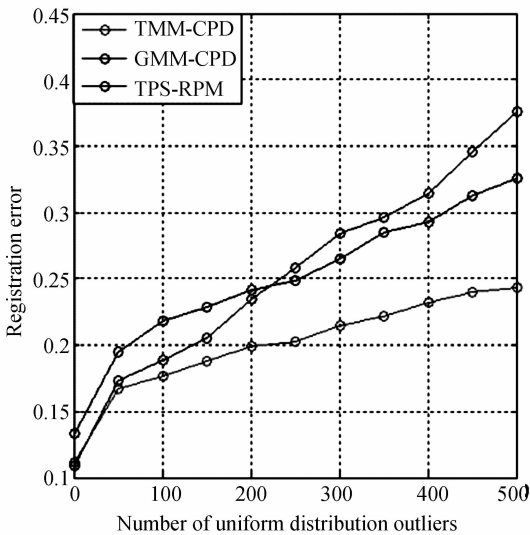


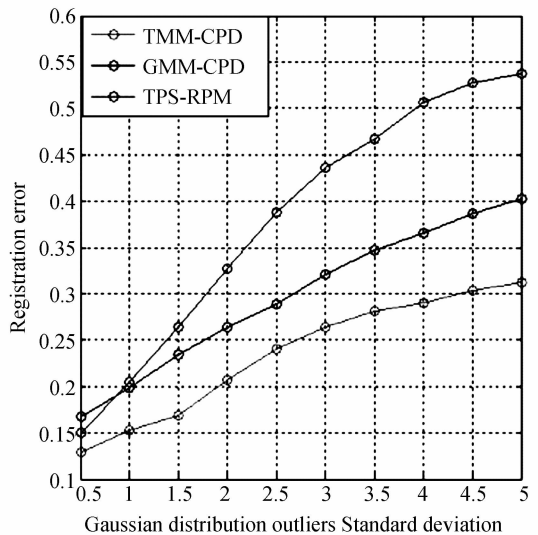
图 14 均匀分布异常点的人脸配准结果

Fig. 14 Registration results of 3D face data containing Gaussian distribution outliers



(a) 含均匀分布异常点的配准误差

(a)Error of point sets containing uniform distribution outliers



(b) 含高斯分布异常点的配准误差

(b)Error of point sets containing Gaussian distribution outliers

图 15 加入异常点的配准误差

Fig. 15 Registration errors of point sets containing outliers

图 15(a)是加入不同数量均匀分布异常点后的配准误差;图 15(b)是加入不同标准差 σ 的高斯分布异常点的配准误差,其异常点数量为 150。如图 15(a)所示,当无异常点或异常点数量较少时,TPS 能较好地参数化目标点集的形变场,因此 TPS-RPM 的配准误差较小,与 TMM-CPD 接近,此时 TMM-CPD、GMM-CPD 和 TPS-RPM 误差都不大;但是随着异常点数量增加,TPS 参数化目标点集形变场的难度增加,造成了 TPS-RPM 配准误差迅速增加,而 TMM-CPD 误差增幅最小,表现出良好的鲁棒性。当异常点数量大于 250 时,TPS-RPM 的误差超过了 GMM-CPD。由图 15(b)所示,当高斯分布异常点的 σ 较小时,TMM-CPD 的误差最小,TPS-RPM 误差次之,GMM-RPM 略大于 TPS-RPM。当 σ 增加时,异常点的分布范围扩大,TPS 参数化目标点集形变场的能力下降,使 TPS-RPM 的误差迅速增加。由于 TMM-CPD 采用的 TMM 具有比 GMM 更重的尾部,且在配准时计算每个浮动点的先验权重和自由度,所以 TMM-CPD 的误差增幅小于 GMM-CPD。

6 结 论

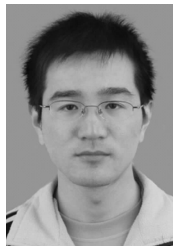
本文通过 EM 算法框架的完整数据定义,提出了点集非刚性配准的 TMM-CPD 算法。通过最小化非刚性配准参数集合的条件期望求得除自由度以外的配准参数的闭合解。计算每个浮动点的先验权重,可以降低噪声对配准精度的影响;计算每个浮动点的自由度,可以自适应地改变其概率密度分布模型,从而使算法可以稳定地处理点集中的噪声,提高配准的精度和鲁棒性,并避免 GMM-CPD 中人为估计点集的噪声水平而引入额外的配准误差。在 TMM-CPD 的条件期望中加入点集位移的正则项,使相邻点具有运动一致性,一定程度上解决了点与点的对应问题。仿真数据表明,当噪声水平很高时,TMM-CPD 仍旧可以精确配准点集,且误差不足对比算法的 1/10。真实图像的近似椭圆状分布、管状分布和三维点云状分布的点集配准结果表明,TMM-CPD 的配准误差仅为相应对比算法的 42.0%、80.1%和 77.5%。实验表明,TMM-CPD 配准含有重尾点和异常点的点集具有精度高、鲁棒性好和受重尾点与异常点干扰小等优点。

参考文献:

- [1] 纪华,吴元昊,孙宏海,等. 结合全局信息的 SIFT 特征匹配算法[J]. 光学精密工程, 2009, 17(2): 439-444.
JI H, WU Y H, SUN H H, *et al.*. SIFT feature matching algorithm with global information [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(2): 439-444. (in Chinese)
- [2] 谢雨来,李醒飞,吕津玮. 基于 SURF 算法的水下图像实时配准方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(12): 2215-2220.
XIE Y L, LI X F, LV J W. Underwater images real-time registration method based on SURF [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2010, 22(12): 2215-2220. (in Chinese)
- [3] PAULY M, MITRA N J, GIESEN J. *et al.*. Example-based 3D Scan Completion [C]. *Proceedings of the third Euro graphics Symposium on Geometry Processing, Aire-la-Ville, Switzerland: SGP*, 2005: 23-32.
- [4] PAUL J B, NEIL D M. A method for registration of 3-D shapes[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239-256.
- [5] BIN L, HANCOCK E R. Structural graph matching using the EM algorithm and singular value decomposition [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(10): 1120-1136.
- [6] CHUI H, RANGARAJAN A. A feature registration framework using mixture models [C]. *IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis, South Carolina, US*, 2000: 190-197.
- [7] REVOW M, MILLIAMS C K I, HINTON G E.

- Using generative models for handwritten digit recognition [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(6): 592-606.
- [8] HAILI C, ANAND R. A new point matching algorithm for non-rigid registration[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2003, 89(2-3): 114-141.
- [9] BING J, BABA C V. A robust algorithm for point set registration using mixture of gaussians [C]. *Proceedings of the Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, Beijing, China*, 2005: 1246-1251.
- [10] DEMPSTER A. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1977, 39(1): 1-38.
- [11] MYRONENKO A, SONG X B. Point set registration; coherent point drift [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 32(12): 2262-2275.
- [12] 聂宏宾, 侯晴宇, 赵明, 等. 基于似然函数 EM 迭代的红外与可见光图像配准[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(3): 657-663.
- NIE H B, HOU Q M, ZHAO M, *et al.*. IR/visible image registration based on EM iteration of log-likelihood function [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(3): 657-663. (in Chinese)
- [13] MYRONENKO A, SONG X B, MIGUEL A. Non-rigid point set registration; coherent point drift [C]. *Twenty-First Annual Conference on Neural Information Processing Systems, Hyatt Regency Vancouver, Canada, NIPS 2007*: 1009-1016.
- [14] WANG P, WANG P, QU Z G, *et al.*. A refined Coherent Point Drift (CPD) algorithm for point set registration[J]. *Science China*, 2011, 54(12): 2659-2666.
- [15] GEOFFREY M, DAVID P. Robust cluster analysis via mixtures of multivariate t-distributions [J]. *Advances in Pattern Recognition*, 1998, 1451: 658-666.
- [16] DAVID P, GEOFFREY M. Robust mixture modeling using the t-distribution [J]. *Statistics and Computing*, 2000, 10(4): 339-348.
- [17] DEMETRIOS G, CHRISTOPHOROS N, ARISTIDIS L. The mixtures of student's t-distributions as a robust framework for rigid registration [J]. *Image and Vision Computing*, 2009, 27(9): 1285-1294.
- [18] WANG H X, ZHANG Q B, LUO B, *et al.*. Robust mixture modeling using multivariate T-distribution with missing information [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2004, 25(6): 701-710.
- [19] ZHE C, SIMON H. On different facets of regularization theory [J]. *Neural Computation*, 2002, 14(12): 2791-2846.
- [20] GIROSI F, JONES M, POGGIO T. Regularization theory and neural networks architectures [J]. *Neural Computation*, 1995, 7(2): 219-269.

作者简介:



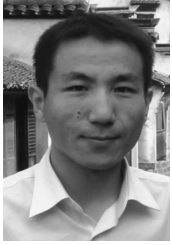
周志勇(1985—),男,浙江绍兴人,博士研究生,2008年于北京理工大学获得学士学位,现为中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,主要从事医学图像配准和处理方面的研究。E-mail: zhouzhiyong1638@163.com



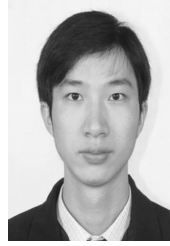
薛维琴(1984—),女,重庆人,博士研究生,2008年于东北师范大学获得学士学位,现为中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,主要从事医学图像分割方面的研究。E-mail: xuewuyun353@163.com



郑 健(1984—),男,安徽黄山人,助理研究员,2005 年于中国科学技术大学获得学士学位,2010 年于中科院自动化研究所获得博士学位,主要从事医学影像处理与分析算法研究。E-mail: zhengj@sibet.ac.cn



蒯多杰(1981—),男,安徽黄山人,博士,副研究员,2004 年于中国科学技术大学电子信息工程专业获得学士学位,2009 年于中国科学院声学研究所获得博士学位,主要从事医学成像系统研制、图像处理、软件和算法设计等工作。E-mail: kuaidj@sibet.ac.cn



胡 粟(1985—),男,湖南醴陵人,硕士,2008 年于苏州大学获得医学学士学位,2011 年于苏州大学附属第一医院获得硕士学位,主要从事 CT 和 MRI 影像诊断工作。E-mail: husu1022@126.com

导师简介:



张 涛(1964—),男,吉林长春人,研究员,1987 年于浙江大学获得学士学位。主用研究方向为医学影像处理和手术精确导航定位。E-mail: zhangt@ciomp.ac.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)