

文章编号 1004-924X(2013)03-0616-08

非近轴条件下无损测量毛细管管壁折射率

李 强, 杨瑞芬, 翟 影, 普小云*

(云南大学 物理科学技术学院 物理系, 云南 昆明 650091)

摘要:提出了一种简便和精确地计算毛细管管壁折射率的方法,该计算方法可在实际非近轴情况下减小图像球差和景深对测量结果的影响。用两种已知折射率的标准液体分别注入待测毛细管内,测量出平行光经其会聚后的焦距差;结合毛细管管壁折射率与焦距的理论公式,计算出毛细管的管壁折射率。结果表明:在合适的毛细管内外径范围内,可以保证管壁折射率在 1.51 以下时测量准确度优于 0.003。对计算方法的分析表明,选取两种低折射率或高折射率液体作为标准液体进行计算可以提高测量准确度。该方法计算过程简单,对毛细管管壁折射率的测量精度满足一般科研实验对毛细管管壁折射率的要求。

关键词:折射率测量;无损测量;毛细管;管壁;景深

中图分类号: TB96; TH741.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20132103.0616

Nondestructive measurement of refractive index of capillary in non-paraxial conditions

LI Qiang, YANG Rui-fen, ZHAI Ying, PU Xiao-yun*

(Department of Physics, School of Physical Science and Technology, Yunnan University, Kunming 650091, China)

* Corresponding author, E-mail: xyphu@163.com

Abstract: A new method to calculate the refractive index of a capillary wall simply and accurately was proposed to reduce the effects of the spherical aberration and the depth of field on measurement results under a non-paraxial condition. Firstly, two kinds of standard liquids with known refractive indexes were filled into a capillary, respectively, and the distance between two focal positions were measured when the collimated light passed through the capillary. Then, by using the formula of the refractive index of capillary wall and the focal length, the refractive index of the wall-material could be obtained. The experimental results indicate that the measurement accuracy of refractive index is better than 0.003 when the refractive index of wall-material is less than 1.51 in the proper inner and outer diameters of a capillary. It is demonstrated when two kinds of low (high) refractive index liquids are chosen as standard liquids, the measurement accuracy can be improved. The introduced method has a simpler calculation process and its measurement precision of refractive index meets the

收稿日期: 2012-11-15; **修订日期:** 2013-01-07.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 11164033); 云南省应用基础研究基金资助项目(No. 2011FA006); 云南省高校科技创新团队支持计划资助项目

requirements of general scientific research.

Key words: refractive index measurement; nondestructive measurement; capillary; tube well; depth of field

1 引言

玻璃毛细管广泛应用于医疗检测,光学仪器,分析仪器,光纤通信配件,试验、化验检测等行业,是众多检验、检测仪器中的重要部件之一^[1-3],在科研工作中经常需要精确地知道毛细管管壁的折射率。早在20世纪70年代后期,毛细管就被应用于色谱仪中^[4-5];近几十年随着光纤通信技术的成熟和应用,毛细管由于其内圆柱孔和外圆柱孔同心度较高,可制备成阻力元件、液芯光纤等而被广泛采用^[6]。毛细管的这些应用都需要精确知道毛细管管壁的折射率,而厂商一般不提供或者只提供批量产品的相关数据,因此常常需要对实际使用的毛细管管壁的折射率进行准确测量。毛细管管壁折射率无损测量方法^[7]提出了一种测量毛细管管壁折射率的方法,但计算标定过程过于复杂,且测量准确度不高,未分析最适合测量的毛细管尺寸和标准液体的选取对测量准确度的影响。原方法只

分析了理想近轴条件下的测量结果,而实际的测量条件多为非近轴情况。基于原有方法,本文在实际非近轴情况下,运用新的计算方法减小了图像球差和景深对测量结果的影响。该方法采用两种标准液体进行测量,通过计算得出毛细管管壁的折射率,同时分析了对所采用的两种标准液体的要求。

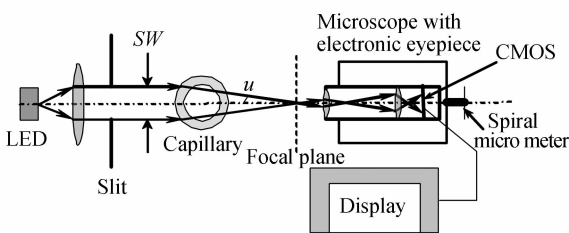
2 试验原理

2.1 计算公式推导

图1所示为试验装置及光线追迹示意图,在图1(b)中,具有一定高度 h 的光线入射毛细管,即非近轴光线入射,根据折射率公式可得:

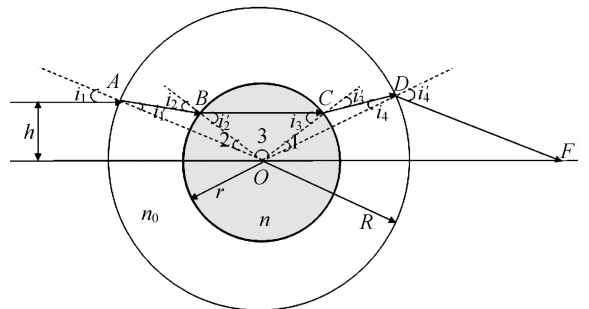
$$\begin{cases} \sin i_1 = n_0 \sin i'_1 \\ n_0 \sin i_2 = n \sin i'_2 \\ n \sin i_3 = n_0 \sin i'_3 \\ n_0 \sin i_4 = \sin i'_4 \end{cases} \quad (1)$$

在 $\triangle OBC$ 中,有 $i'_2 = i_3$,结合式(1)得:
 $n_0 \sin i_2 = n_0 \sin i'_3 \Rightarrow i_2 = i'_3$ 。



(a) 试验装置图

(a)Diagram of measurement setup



(b) 非近轴光线追迹示意图

(b)Diagram of non-paraxial ray tracing

图1 实验原理及装置图

Fig. 1 Diagram of measurement principles and setup

在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 中由正弦定理可得:

$$\sin i_2 = \frac{R}{r} \sin i'_1$$

由图1(b)知:

$$\begin{cases} \sin i_1 = \frac{h}{R}; \sin i'_1 = \frac{h}{n_0 R}; \\ \sin i_2 = \frac{h}{n_0 r}; \sin i'_2 = \frac{h}{nr} \end{cases} \quad (2)$$

由三角形正余弦关系可得:

$$\begin{cases} \cos i_1 = \frac{1}{R} \sqrt{R^2 - h^2}; \cos i'_1 = \frac{1}{n_0 R} \sqrt{n_0^2 r^2 - h^2}; \\ \cos i_2 = \frac{1}{n_0 r} \sqrt{n_0^2 r^2 - h^2}; \cos i'_2 = \frac{1}{nr} \sqrt{n^2 r^2 - h^2} \end{cases} \quad (3)$$

在图1(b)中:

$$\angle DFO = i'_4 - \angle DOF = 2(i_1 + i_2 - i'_1 - i'_2), \quad (4)$$

在 $\triangle ODF$ 中:

$$\frac{R}{\sin \angle DFO} = \frac{d}{\sin(\pi - i'_4)} = \frac{d}{\sin i'_4} = \frac{d}{\sin i_1}. \quad (5)$$

则非近轴条件下实际光纤汇聚的焦距公式:

$$d = \frac{R \sin i_1}{\sin \angle DFO} = \frac{R \sin i_1}{2 \sin(i_1 + i_2 - i'_1 - i'_2) \cos(i_1 + i_2 - i'_1 - i'_2)}. \quad (6)$$

在近轴条件下的毛细管成像系统焦距的计算公式^[8]为:

$$f = \frac{m_0 R r}{2nr(n_0 - 1) + 2R(n - n_0)}. \quad (7)$$

由式(6)、(7)知,非近轴条件与近轴条件所得的毛细管成像系统焦距之间具有一定差值即 $\Delta d = |d - f|$,平行光经毛细管成像系统会聚后观测到的“焦线”即在 d 与 f 之间。

2.2 计算方法

以毛细管尺寸 $r = 0.3049 \text{ mm}$, $R = 0.6562 \text{ mm}$,材料K9玻璃($n_0 = 1.5163$)为例,设置狭缝半宽度 $h = r/2 = 0.1525 \text{ mm}$,根据式(1)~(3),毛细管内为空气($n = 1$)时,计算可得: $d = -0.7183 \text{ mm}$, $f = -0.8363 \text{ mm}$;毛细管内为纯水($n = 1.3335$)时, $d = 2.3591 \text{ mm}$, $f = 2.2483 \text{ mm}$;毛细管内为喹啉($n = 1.6221$)时, $d = 0.7429 \text{ mm}$, $f = 0.7576 \text{ mm}$ 。

由以上计算结果可知:当毛细管内为空气($n = 1$)时,一束平行光经毛细管系统后,成虚像,如图2(a)所示;当毛细管内注入液体为纯水($n = 1.3335$)时,成实像,在毛细管后会聚成一条亮线,在非近轴条件下,所形成的焦距 d 大于近轴条件下的理论焦距 f ,如图2(b)所示;当毛细管内液体折射率不断增大,即注入液体为喹啉($n = 1.6221$)时,光线经毛细管后所形成的实像,在非近轴条件下所形成的焦距 d 小于在近轴条件下的理论焦距 f ,如图2(c)所示;

本试验采用两种标准液体分别注入毛细管内,测出平行光经毛细管成像系统后所会聚“焦线”的位置差,即可直接计算毛细管管壁折射率。

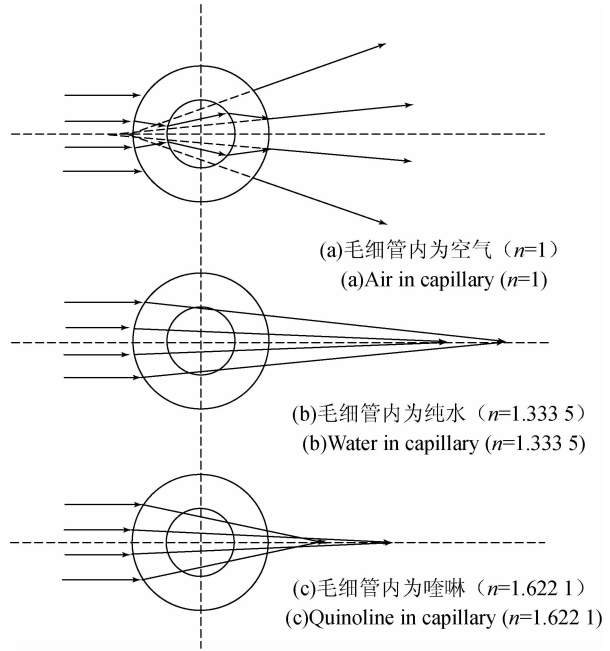


图2 毛细管内装不同物质后的成像示意图

Fig. 2 Imaging diagram of capillary filled with different materials

以选取纯水($n = 1.3335$)、乙醇($\geq 99.7\%$, $n = 1.3618$)两种液体作为标准液体为例。当毛细管内注入液体为纯水时,测出的位置数据为 Z_1 ,保持所有试验系统不变,将纯水更换为乙醇,测出此时的位置数据为 Z_2 ,两个的位置差 $\Delta z = z_1 - z_2$ 。再分别将纯水、乙醇折射率及毛细管内外半径 R, r (蔡司读数显微镜测量)带入式(7)中,即可计算出两种液体情况下毛细管成像系统近轴条件下的理论焦距为 f_1, f_2 ,两个理论焦距差值为 $\Delta f = f_1 - f_2$ 。令 $\Delta z = \Delta f$,则变为一个只关于毛细管管壁折射率 n_0 的方程,即可求出管壁折射率。

在观测平行光经毛细管后会聚的“焦线”时,由于球差影响,观测到的位置并不是毛细管理论焦距所在位置,所以在实验过程中采用的标准液体可以选取两种低折射率液体或者两种高折射率液体进行计算。这样即便测量出来的位置不是理论焦距位置,由于是两个位置做差,即可将球差的影响降到最小。若选取一种低折射率液体和一种高折射率作为标准液体计算,由图1(b)和1(c)可知,两个位置值做差,球差将会累加,影响计算精度。

3 测量结果

在不同材料的毛细管中,分别挑选2支壁厚均匀,同心度好的毛细管进行测量。分别选取纯水

($n=1.333\ 5$)、乙醇($n=1.361\ 8$)、丙三醇($n=1.474\ 2$)和喹啉($n=1.622\ 1$)作为标准液体,缝宽分别设置为与各毛细管内径相等,两两组合进行计算,得到表1所示测量结果。

表1 不同材料玻璃毛细管的折射率

Tab.1 Refractive indexes of glass capillaries with different materials

(mm)

毛细管材料及参数		测量结果			
		纯水和乙醇	丙三醇和喹啉	纯水和丙三醇	乙醇和喹啉
采血管 (高硼硅材料)	管1 $\bar{R}=0.656\ 2; \bar{r}=0.304\ 9$	1.493 ± 0.002	1.494 ± 0.002	1.483 ± 0.002	1.478 ± 0.002
	管2 $\bar{R}=0.656\ 8; \bar{r}=0.296\ 0$	1.496 ± 0.001	1.495 ± 0.004	1.636 ± 0.002	1.516 ± 0.004
玻璃管(普通玻璃)	管1 $\bar{R}=0.644\ 0; \bar{r}=0.492\ 7$	1.505 ± 0.005	1.506 ± 0.008	1.445 ± 0.008	1.448 ± 0.006
	管2 $\bar{R}=0.631\ 0; \bar{r}=0.482\ 5$	1.507 ± 0.005	1.506 ± 0.009	1.559 ± 0.009	1.556 ± 0.008
	管3 $\bar{R}=1.533\ 6; \bar{r}=1.091\ 3$	1.506 ± 0.002	1.509 ± 0.003	1.505 ± 0.002	1.506 ± 0.002

由表1可知,对于同种材料的毛细管,选取两种低折射率液体或者两种高折射率液体作为标准液体,测量出的管壁折射率误差都在千分位上,而选取一种低折射率液体和一种高折射率作为标准液体测量值波动较大,验证了2.2计算方法的讨论

结果。

为了进一步验证方法的可行性,本文选取了美国 Sutter Instrument Company^[9]的两种材料的毛细管进行测量,结果如表2所示。

表2 特殊材料玻璃毛细管折射率

Tab.2 Refractive indexes of glass capillaries with special materials

(mm)

毛细管材料及参数		测量结果		
		纯水和乙醇	丙三醇和喹啉	材料折射率 ^[10]
Aluminosilicate Tubing (铝矽酸盐玻璃毛细管)	$R=0.592\ 4$ $r=0.415\ 7$	1.548 ± 0.002	1.543 ± 0.005	$1.54 \sim 1.55$
Borosilicate Tubing (硼矽酸盐玻璃毛细管)	$R=0.816\ 4$ $r=0.542\ 2$	1.565 ± 0.002	1.565 ± 0.005	$1.55 \sim 1.65$

由表2可知,此方法测量计算的毛细管管壁折射率都在所给的材料折射率范围以内。

4 测量结果分析

4.1 毛细管壁厚对测量结果的影响

由式(7)可得:

$$n_0 = \frac{2fn(R-r)}{2Rf - 2nfr + nRr}. \quad (8)$$

结合误差传递公式^[11],假设其它量不变,只考虑毛细管内外径 R, r ,得:

$$\sigma n_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial n_0}{\partial R}\right)_{2R}^2 + \left(\frac{\partial n_0}{\partial r}\right)_{2r}^2}. \quad (9)$$

若在订购毛细管的时候,保证 $\sigma_r = \sigma_R = 0.001$,为使测量毛细管管壁的折射率准确度达到0.001,

即 $\sigma_{n_0} = 0.001$, 根据式(9)有:

$$\left(\frac{\partial n_0}{\partial R}\right)^2 + \left(\frac{\partial n_0}{\partial r}\right)^2 = 1. \quad (10)$$

整理式子得:

$$4f^2 n^2 [(2fr + nr^2 - 2nfr)^2 + (2fRn - nR^2 - 2Rf)^2] = (2Rf - 2nfr + nRr)^4. \quad (11)$$

结合式(7)和式(11), 当毛细管管壁材料折射率 n_0 和毛细管内所装液体折射率 n 已知的情況下, 即可得到毛细管内外径 r, R 的关系。

当固定毛细管材料为 K9 玻璃 ($n_0 = 1.5163$) 时, 依次将纯水 ($n = 1.3335$)、乙醇 ($n = 1.3618$)、丙三醇 ($n = 1.4742$) 和喹啉 ($n = 1.6221$) 装入毛细管内, 分别画出毛细管 R 和 r 之间的关系曲线, 如图 3 所示。

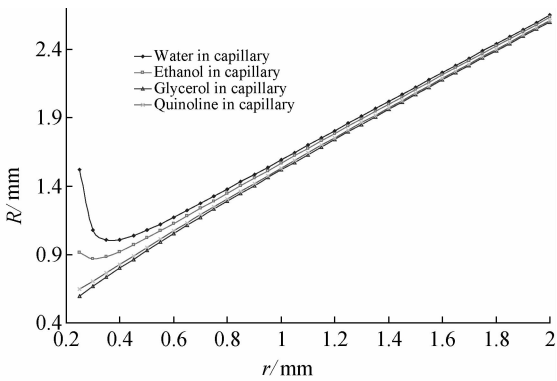


图 3 毛细管内外径关系

Fig. 3 Relationship between R and r

由图 3 可知, 随着毛细管内外径尺寸的不断增大, 最终所有曲线一直靠拢且趋于平行, 斜率趋于一个恒定的值。利用线性回归的方法可以得出毛细管内外径的关系:

$$R = 1.06r + 0.5103. \quad (12)$$

若选取内径较大且满足内外径关系式的毛细管进行管壁折射率的测量, 不论毛细管内所装液体折射率高低都可以使其测量准确度达到 0.001。在表 1 中, 普通玻璃管管 3 的内外径尺寸接近满足式(12), 其测量准确度高于管 1、管 2。

4.2 成像景深与折射率灵敏度

结合图 1(a)和图 4 有:

$$\sin \angle DFO = \sin u.$$

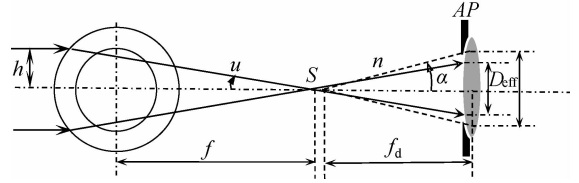


图 4 观测系统数值孔径示意图

Fig. 4 Schematic of numerical aperture in observing system

根据有效数值孔径的定义有:

$$(N \cdot A)_{\text{eff}} = n \sin \angle DFO = n \sin u. \quad (13)$$

当 $u \geq \alpha$ 时, 光线经毛细管后的光斑全部覆盖物镜的镜面, 则显微镜的数值孔径 (NA) 即为有效数值孔径, 此时 $NA = 0.25$

测量系统的景深计算公式^[12]为:

$$L = \begin{cases} \frac{\lambda}{(NA)_{\text{eff}}^2} & u < \alpha \\ \frac{\lambda}{(0.25)^2} & u \geq \alpha \end{cases}. \quad (14)$$

由于在测量过程中, 观察成像时都是从一个方向使其会聚, 则本测量装置的景深主要是前景深, 近似等于整个系统景深值的一半。

毛细管管壁折射率变化 Δn_0 引起的 f 值变化 Δf 可由式(7)求出:

$$\frac{\Delta f}{\Delta n_0} = \frac{1}{n_0} \frac{f(2Rf - 2nfr + nRr)}{nRr}. \quad (15)$$

定义折射率灵敏度为管壁折射率, 改变 Δn_0 所引起的 f 值变化量 Δf_s , 则有:

$$\Delta f_s = \frac{\Delta n_0}{n_0} \times \left[1 + \frac{2f}{nr} - \frac{2f}{R} \right] f. \quad (16)$$

选取本实验中任意一根毛细管 $r = 0.4927$ mm, $R = 0.6440$ mm 为例分析。在一般情况下选取的毛细管多为熔融石英或者普通玻璃。为了精确测量毛细管管壁材料为普通玻璃折射率(1.51)之前的所有材料, 在毛细管内装液体为纯水、乙醇、丙三醇和喹啉时, 依次画出测量系统的半景深和灵敏度曲线, 如图 5 所示。图中定义的灵敏度 Δn_0 分别为 0.015, 0.010, 0.005 和 0.020, 而试验中测量的准确度(如表 1 中所示)都小于定义的灵敏度值, 原因在于两种液体标定计算时用位置差的方法减小了景深的影响, 提高了测量的准确度。

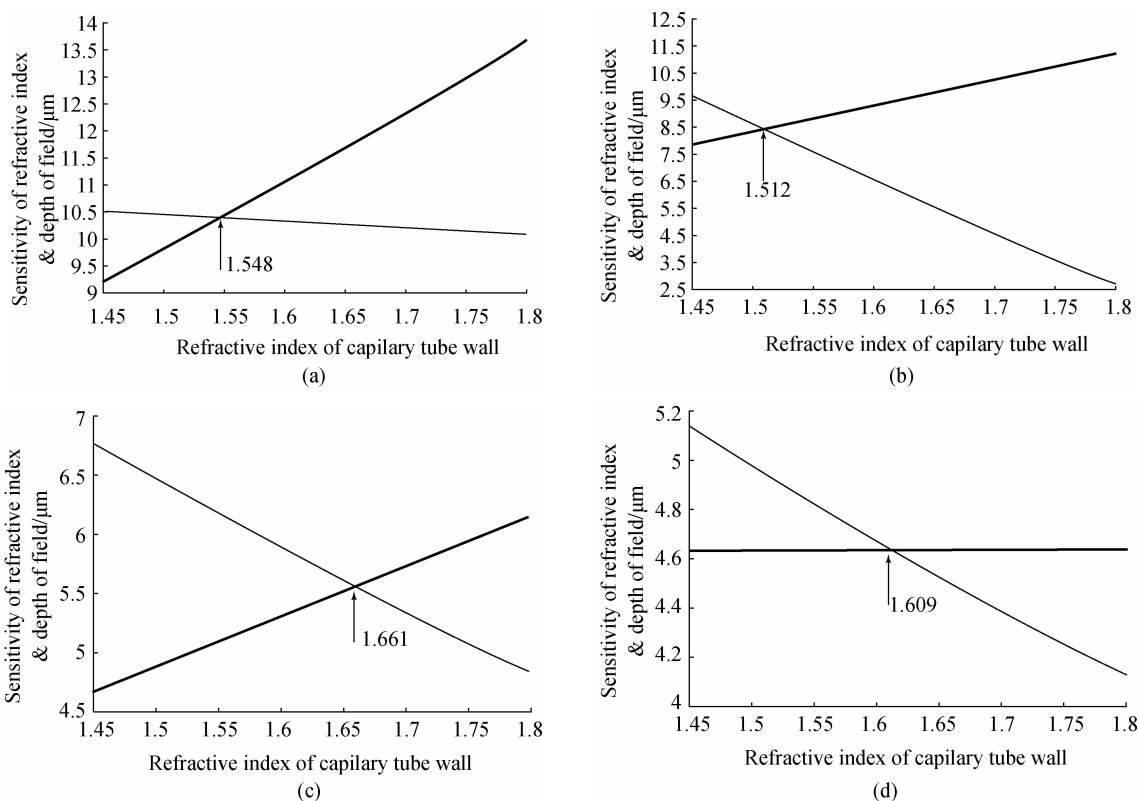


图 5 灵敏度和景深值随管壁折射率的变化曲线

Fig. 5 Sensitivities and image depths varied with refractive indexes of wall materials

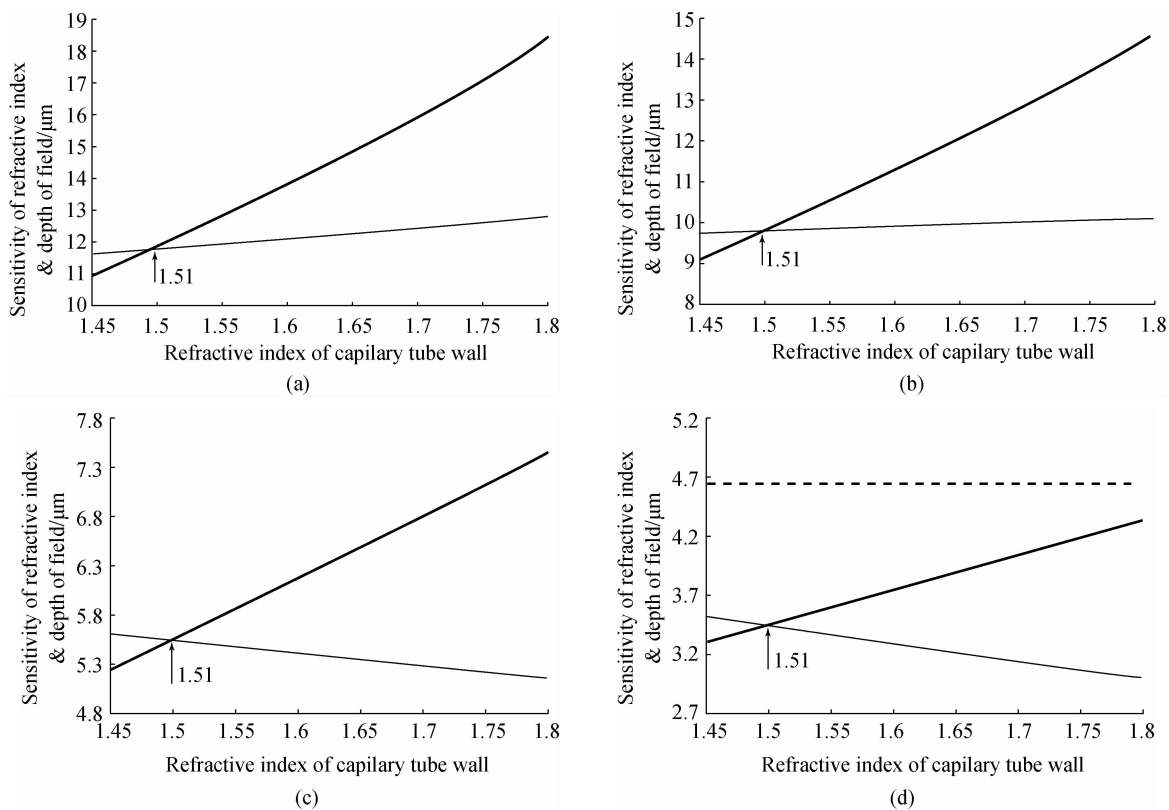


图 6 灵敏度和景深值随管壁折射率的变化曲线

Fig. 6 Sensitivities and image depths varied with refractive indexes of wall materials

如若按 4.1 分析的毛细管内外径关系,在固定毛细管尺寸 $r=1.550\ 0\ \text{mm}$ 时,按照毛细管内外径关系式得: $R=2.153\ 3\ \text{mm}$,为了保证在毛细管管壁材料为普通玻璃折射率(1.51)之前的所有材料都能精确测量,即要求在其折射率范围内测量系统的灵敏度大于景深值。则选取折射率灵敏度 $\Delta n_0=0.003$ 时,分别画出毛细管内装液体为纯水、乙醇、丙三醇和喹啉时测量系统的半景深和灵敏度曲线。如图 6 所示,不论毛细管内所装液体折射率高低,都能满足在管壁折射率低于 1.51 时测量系统的灵敏度大于景深值,同时验证了式(12)的合理性。

由图 6(d)和计算可知:当毛细管内所装液体为喹啉时,光斑已经全部覆盖物镜镜面,选取 $\times 10$ 物镜时系统景深 $L=9.28\ \mu\text{m}$ 。在整个折射率范围内,测量系统的灵敏度小于系统半景深(图 6(d)中虚线所示)。此时需更换数值孔径更大的物镜(\times

20, $\text{NA}=0.4$)才能保证所定义的灵敏度大于半景深值。

5 结 论

本文给出了一种在非近轴且存在球差的条件下测量毛细管管壁折射率的方法,通过两种低折射率液体或者高折射率液体作为标准液体进行计算,有效地减小了球差及景深对测量结果的影响。分析了毛细管内外径对管壁折射率测量的影响,结果表明,在同一种材料下,保证管壁折射率准确度为 0.001 时,可以得出毛细管内外径之间的关联式,得出此方法最适合测量毛细管管壁厚度的范围。对测量毛细管管壁折射率灵敏度和测量装置景深的计算以及比较表明,在合适的毛细管内外径范围内,可以保证管壁折射率在 1.51 以下时测量准确度优于 0.003。

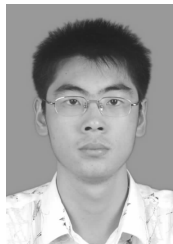
参考文献:

- [1] <http://www.glassinfo.com.cn/>, 玻璃信息网 [OL].
<http://www.glassinfo.com.cn/>, the web of Chinese glass information [OL]. (in Chinese)
- [2] 张海峰, 邵究辉, 刘晓为, 等. 毛细管电泳非接触电导检测电极结构的设计[J]. 光学精密工程, 2011, 19(5): 1068-1074.
ZHANG H F, SHAO X H, LIU X W, *et al.*. Design of detection electrode on contactless conductivity detector for capillary electrophoresis [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(5): 1068-1074. (in Chinese)
- [3] BJEUUMIKHOV A, WEDELL R, BJEUUMIKHOV S. Mono-and polycapillary optics-State of the art and applications [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, 15(12): 1932-1943.
- [4] JENNINGS W. *Gas chromatography with glass capillary columns* [M]. New York: Second Edition, Academic Press, 1980.
- [5] DANDENEAU R D, *et al.*. Glass capillary chromatography [C]. *Third International Symposium (R. E. Kaiser Edition). Institute of Chromatography Bad Dürkheim*, 1979: 81.
- [6] 张远长. 毛细管在光通信技术中的应用[J]. 光纤与电缆及其应用技术, 1991, 3: 41-43.
ZHANG Y C. The application of capillary in optical communication technology [J]. *Optical Fiber and Its Applications*, 1991, 3: 41-43. (in Chinese)
- [7] 李强, 苏光辉, 张瑞凯, 等. 透明毛细管管壁折射率的无损测量[J]. 光学精密工程, 2010, 18(6): 1264-1270.
LI Q, SU G H, ZHANG R K, *et al.*. Nondestructive measurement of refractive index of transparency capillary [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(6): 1264-1270. (in Chinese)
- [8] 李强, 韩广辉, 邢曼男, 等. 用毛细管焦点法精确测量微量液体的折射率[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2468-2472.
LI Q, HAN G H, XING M N, *et al.*. Measuring refractive index of micro-quantity liquid by focus method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(9): 2468-2472. (in Chinese)
- [9] http://www.sutter.com/products/product_sheets/glass_list.html, the Sutter Instrument Company web [OL].
- [10] <http://www.freepatentsonline.com/7169470.html>, Aluminosilicate glass [OL].
- [11] 孟尔熹, 曹尔第 编. 试验误差与数据处理 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1988, 1: 66-70.
MENG E X, CAO E D. *The Error of Experi-*

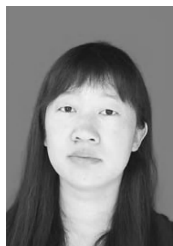
mentation and Disposal of Data [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1988, 1: 66-70. (in Chinese)

[12] Chang Seongsik, *Lasing Characteristics of Deformed Micro cavities* [D]. USA: Yale University, 1998:74-77.

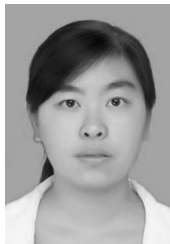
作者简介:



李 强(1987-),男,云南昆明人,博士研究生,2008年于云南大学获得学士学位,主要从事光学系统的成像及液体折射率测量领域的研究。E-mail: liqiang_ynu@126.com



杨瑞芬(1989-),女,云南昆明人,工学学士,云南大学08级电子科学技术专业,主要事成像法测量液相扩散系数方面的研究。E-mail: 835279682@qq.com



翟 影(1989-),女,贵州六盘水人,理学学士,云南大学08级数理基础科学专业,主要事成像法测量液相扩散系数方面的研究。E-mail: 492061333@qq.com

导师简介:



普小云(1957-),男,云南昆明人,教授,博士生导师,1982年于云南大学获学士学位,1987年于中科院北京物理所获硕士学位,2000年于香港中文大学获博士学位,2001年至2002年在香港浸会大学从事博士后研究,主要从事光学和光电子学领域的科研和教学。E-mail: xypu@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)