

文章编号 1004-924X(2013)05-1312-06

评定平面度误差的几何搜索逼近算法

雷贤卿^{1*}, 李 飞¹, 涂鲜萍¹, 王世锋²

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

2. 洛阳轴研科技股份有限公司, 河南 洛阳 471003)

摘要:为了快速准确地评定机械零件的平面度误差,提出了基于几何搜索逼近的平面度误差最小区域评定算法。阐述了利用几何优化搜索算法求解平面度误差的过程和步骤,给出了数学计算公式。首先选择被测平面的 3 个边缘点为参考点构造辅助点、参考平面和辅助平面,然后以参考平面和辅助平面为假定理想平面,计算测量点至这些理想平面的距离极差;通过比较判断及改变参考点,构造新的辅助点、参考平面和辅助平面,最终实现平面度误差的最小区域评定。用提出的方法对一组测量数据进行了处理。结果表明,在终止搜索的条件为 0.000 01 mm 时,几何搜索逼近评定算法的结果分别比凸包法、计算几何法、最小二乘法、遗传算法和进化策略计算的结果减小了 17.1、7.3、18.03、6.13 和 0.3 μm 。得到的数据显示该算法不仅能准确地得到最小区域解,而且计算结果有良好的稳定性,适合在平面度误差测量仪器和三坐标测量机上使用。

关键词:平面度误差;误差评定;几何搜索逼近;最小区域

中图分类号:TH161.1 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20132105.1312

Geometry searching approximation algorithm for flatness error evaluation

LEI Xian-qing^{1*}, LI Fei¹, TU Xian-ping¹, WANG Shi-feng²

(1. School of Mechatronics Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China;

2. Luoyang Bearing Science & Technology Co., Ltd., Luoyang 471003, China)

* Corresponding author, E-mail: ly-lxq@163.com

Abstract: To evaluate the flatness errors of mechanical parts accurately and rapidly, an algorithm using geometry searching approximation to evaluate the flatness error minimum zone was presented. The principle and steps of the algorithm to solve the flatness error was described in detail and the mathematical formulas were given. First, the three edge points of the measured plane were selected as reference points, and the auxiliary points, reference plane and auxiliary planes were constructed based on the reference points. Then, the distance differences of all measurement points to the supposed ideal planes were calculated by taking the reference plane and auxiliary planes as supposed ideal planes. The reference points, auxiliary points, reference plane and auxiliary planes were reconstructed by comparing the distance differences. Finally, by repeating this processes, the minimum zone evaluation for flatness error was implemented. The method was used to process a group of metrical data, and the re-

收稿日期:2013-01-18;修订日期:2013-02-27.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 50875076);河南省基础与前沿技术研究计划资助项目(No. 122300410114; No. 122300413209)

sults indicate that the flatness error value from this algorithm can be reduced by 17.1, 7.3, 18.03, 6.13 and 0.3 μm respectively as compared with those from the convex hull method, computational geometric method, least square method, genetic algorithm and the evolutionary strategy when the criteria of stop searching is 0.000 01 mm, The results demonstrate that the algorithm can get not only the minimum zone solution accurately but also has good stability. It is suited for the evaluation of flatness error measuring instruments and Coordinate Measuring Machines(CMMs).

Key words: flatness error; error evaluation; geometry searching approximation; minimum zone

1 引言

平面是机械零件的重要几何元素之一,平面度是评价平面是否满足设计要求的主要指标,平面度误差的大小对产品的质量及其使用寿命有着重要的影响,因而快速准确地对平面度误差进行评定有重要的实际意义。

平面度误差是包容实际平面且距离为最小的两平行平面之间的区域,为了寻找这样的最小区域,多年来一直有学者致力于这方面的研究,除最小二乘法外,比较有代表性的优化算法有凸包法^[1]、有序判别法^[2]、计算几何法^[3]、遗传算法^[4]、线性逼近法^[5]、进化算法^[6]、增量算法^[7]、粒子群算法^[8]、蜂群算法^[9]等。最小二乘法与形状误差评定的最小条件准则相悖,不适于误差的精确评定;优化算法较难被实际操作人员所掌握,因此研究一种简单直观、易于被广大质检计量人员掌握的平面度评定算法是十分必要的。

依据平面度误差的定义及其几何特点,本文提出一种新的、简单的平面度误差评定算法——几何逼近搜索算法,该算法只需要重复调用点与平面之间的距离公式即可精确有效地获得最小区域平面度误差。

2 评定原理

首先依据测量点的坐标,选择3个测量点作为初始参考点,在每个参考点附近分别构造2个辅助点(在平行于测量平面垂直的方向上,如图1),则6个辅助点可构造8个辅助平面,3个参考点则构造出一个参考平面。假设辅助平面为评定被测平面的理想平面,通过计算所有测量点至假定理想平面的距离就可以得到8个平面度误差值,8个平面度误差值之中最小者记为 F_0 ,与 F_0

所对应的假定理想平面是由3个辅助点确定的,这3个辅助点分别记为 R_0 、 S_0 和 T_0 。假设3个参考点构造的参考平面为被测平面的理想平面,也可得到平面度误差值,记为 F 。若 $F \leq F_0$,则参考点不变,取 $f = f/2$,重新构造辅助点再次得到 F_0 ;若 $F > F_0$,则参考点转变为 R_0 、 S_0 和 T_0 ,重新构造辅助点并计算 F_0 和 F ;当 f 很小时,可以认为搜索到的假定理想平面已经十分接近实际理想平面,此时得到的 F_0 和 F 中的最小者即为被测平面的最小区域平面度误差。

3 评定步骤

设测量点为 $P_n(x_n, y_n, z_n)$ ($n=1, 2, 3, \dots, N$) ($N > 3$)。

3.1 选取参考点

为便于计算及保证评定准确度,参考点间的间距应尽量大些,一般选取被测平面的边缘点,本文选取 $R(x_r, y_r, z_r)$ 、 $S(x_s, y_s, z_s)$ 和 $T(x_t, y_t, z_t)$ 作为参考点,如图1所示。

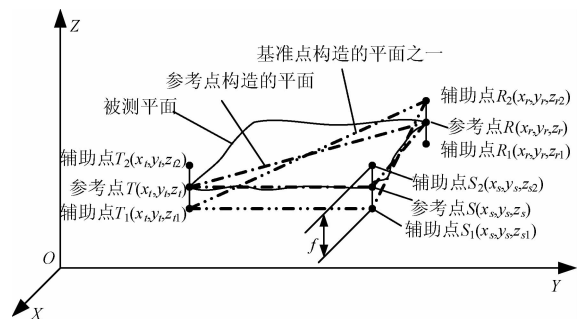


图1 平面度误差几何逼近搜索评定原理

Fig. 1 Evaluation principle of flatness error based on geometry searching approximation

3.2 构造辅助点

以参考点为基准,在垂直于被测平面的方向上设置2个辅助点,辅助点之间的距离为 f , f 可依

据最小二乘平面度误差确定或者按加工质量估计。各辅助点 $R_i(x_r, y_r, z_{ri})$ 、 $S_j(x_s, y_s, z_{sj})$ 和 $T_k(x_t, y_t, z_{tk})$ 的 z 坐标按式(1)计算。

$$\begin{cases} z_{ri} = z_r + (-1)^i f/2 \\ z_{si} = z_s + (-1)^i f/2 \\ z_{ti} = z_t + (-1)^i f/2 \end{cases} \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

3.3 构造辅助平面

由不共线的 3 点确定一个平面的原理可以知道, 6 个辅助点可构造出 8 个辅助平面, 8 个辅助平面的三点式方程为:

$$\begin{vmatrix} x - x_r & y - y_r & z - z_{ri} \\ x_s - x_r & y_s - y_r & z_{sj} - z_{ri} \\ x_t - x_r & y_t - y_r & z_{tk} - z_{ri} \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{cases} i = 1, 2 \\ j = 1, 2 \\ k = 1, 2 \end{cases} \quad (2)$$

设平面的一般方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$, 则 8 个辅助平面的一般方程的系数为:

$$\begin{cases} A_{ijk} = \begin{vmatrix} y_s - y_r & z_{sj} - z_{ri} \\ y_t - y_r & z_{tk} - z_{ri} \end{vmatrix} \\ B_{ijk} = \begin{vmatrix} x_s - x_r & z_{sj} - z_{ri} \\ x_t - x_r & z_{tk} - z_{ri} \end{vmatrix} \\ C_{ijk} = \begin{vmatrix} x_s - x_r & y_s - y_r \\ x_t - x_r & y_t - y_r \end{vmatrix} \\ D_{ijk} = - \begin{vmatrix} x_r & y_r & z_{ri} \\ x_s - x_r & y_s - y_r & z_{sj} - z_{ri} \\ x_t - x_r & y_t - y_r & z_{tk} - z_{ri} \end{vmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

同理, 3 个参考点构造的参考平面方程的系数为:

$$\begin{cases} A_0 = \begin{vmatrix} y_s - y_r & z_s - z_r \\ y_t - y_r & z_t - z_r \end{vmatrix} \\ B_0 = \begin{vmatrix} x_s - x_r & z_s - z_r \\ x_t - x_r & z_t - z_r \end{vmatrix} \\ C_0 = \begin{vmatrix} x_s - x_r & y_s - y_r \\ x_t - x_r & y_t - y_r \end{vmatrix} \\ D_0 = - \begin{vmatrix} x_r & y_r & z_r \\ x_s - x_r & y_s - y_r & z_s - z_r \\ x_t - x_r & y_t - y_r & z_t - z_r \end{vmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

3.4 计算测量点至辅助平面的距离极差

利用点至平面的距离公式(式(5)), 依次以 8 个辅助平面为假定理想平面, 计算所有测点至辅助平面的距离并找出测点至每一辅助平面距离的最大值、最小值以及距离极差值。

$$F_{ijkn} = \frac{A_{ijk}x_n + B_{ijk}y_n + C_{ijk}z_n + D_{ijk}}{\sqrt{A_{ijk}^2 + B_{ijk}^2 + C_{ijk}^2}} \quad (5)$$

所有测量点至任一辅助平面的距离中必有最大值和最小值, 分别过最大值和最小值所在的点做平行于辅助平面的平面, 可以得到 2 个平行平面, 这 2 个平行平面之间的区域就是包容所有测量点的空间区域, 依据平面度误差的定义可知, 这 2 个平行平面之间的距离(式(5)计算出来的最大值与最小值之差)就是平面度误差。有 8 个辅助平面就可以得到 8 个平面度误差, 其中最小的误差记为 F_0 , 与 F_0 所对应的假定理想平面所依附的 3 个辅助点分别记为 $R_0(x_r, y_r, z_{r0})$ 、 $S_0(x_s, y_s, y_{s0})$ 和 $T_0(x_t, y_t, z_{t0})$ 。

$$F_0 = \min\{(F_{ijk})_{\max} - (F_{ijk})_{\min}\}. \quad (6)$$

3.5 计算测量点至参考平面的距离极差

采用点至平面之间的距离式(7)计算所有测点至参考平面的距离, 并找出距离极差值 F 。

$$F_n = \frac{A_0x_n + B_0y_n + C_0z_n + D_0}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2 + C_0^2}}, \quad (7)$$

$$F = \max(F_n) - \min(F_n). \quad (8)$$

3.6 搜索逼近

若 $F \leq F_0$, 则参考点不变, 取 $f = f/2$, 重新构造辅助点, 重复步骤 3.2-3.4, 3.6; 若 $F > F_0$, 则以步骤 3.4 中得到的点 $R_0(x_r, y_r, z_{r0})$ 、 $S_0(x_s, y_s, z_{s0})$ 和 $T_0(x_t, y_t, z_{t0})$ 为新的参考点, 区域 f 不变, 重复步骤 3.2-3.6; 当 f 很小时(一般取 $f \leq 0.0001 \text{ mm}$), 可以认为搜索到的假定理想平面已经十分接近实际理想平面, 此时得到的 F_0 和 F 中的最小者即为被测平面的最小区域平面度误差 ΔF 。

$$\Delta F = \min(F_0, F). \quad (9)$$

4 实例验证

测量数据来源于文献[1](表 1)、文献[3]、文献[6]及文献[9]皆对该组数据按作者所研究的算法进行了处理, 得到了相一致的结果, 验证了各自研究算法的正确性和特点, 不同算法的结果列于表 2。

为验证本文所提算法, 初始区域分别取 f 为 0.35、0.25、0.15、0.05、0.01 mm, 初始参考点取被测平面的边缘点 $P_1(0.2, 0.2, -0.0645)$ 、 $P_{15}(0.6, 1.0, -0.01997)$ 、 $P_{25}(1.0, 1.0, -0.02121)$ 及 $P_1(0.2, 0.2, -0.0645)$ 、 $P_{25}(1.0, 1.0, -$

0.021 21)、 $P_5(0.2, 1.0, -0.062\ 370)$ 2 种参考点,终止搜索条件分别取 $f \leq 0.001\ \text{mm}$ 、 $f \leq 0.000\ 1\ \text{mm}$ 、 $f \leq 0.000\ 01\ \text{mm}$ 3 种条件。计算结果如表 3、表 4。

表 1 测量数据

Tab. 1 Measurement data (mm)

序号	x	y	z
1	0.2	0.2	-0.064 500
2	0.2	0.4	-0.064 380
3	0.2	0.6	0.008 761
4	0.2	0.8	-0.011 170
5	0.2	1.0	-0.062 370
6	0.4	0.2	-0.038 290
7	0.4	0.4	0.065 500
8	0.4	0.6	0.063 570
9	0.4	0.8	0.028 490
10	0.4	1.0	-0.006 113
11	0.6	0.2	-0.095 250
12	0.6	0.4	-0.011 540
13	0.6	0.6	-0.024 060
14	0.6	0.8	0.035 150
15	0.6	1.0	-0.019 970
16	0.8	0.2	0.015 400
17	0.8	0.4	-0.013 240
18	0.8	0.6	-0.022 250
19	0.8	0.8	0.077 100
20	0.8	1.0	-0.000 359
21	1.0	0.2	0.057 730
22	1.0	0.4	-0.056 200
23	1.0	0.6	0.092 060
24	1.0	0.8	0.065 360
25	1.0	1.0	-0.021 210

表 2 不同方法的计算结果比较表

Tab. 2 Comparison of results given by different methods (mm)

计算方法	平面度误差
凸包法 ^[1]	0.171 974 9
计算几何法 ^[3]	0.162 125 6
最小二乘法 ^[6]	0.172 9
标准遗传算法 ^[6]	0.161 0
进化策略算法 ^[6]	0.155 2
蜂群算法 ^[9]	0.154 895
改进蜂群算法 ^[9]	0.154 87

表 3 初始参考点为 P_1 、 P_{15} 、 P_{25} 时的计算结果

Tab. 3 Calculation results from the reference points P_1 , P_{15} and P_{25} (mm)

初始区域	终止条件		
	$f \leq 0.001$	$f \leq 0.000\ 1$	$f \leq 0.000\ 01$
$f=0.35$	0.155 224	0.154 891	0.154 872
$f=0.25$	0.155 397	0.154 880	0.154 873
$f=0.15$	0.154 905	0.154 905	0.154 875
$f=0.05$	0.155 268	0.154 905	0.154 873
$f=0.01$	0.155 114	0.154 905	0.154 875

表 4 初始参考点为 P_1 、 P_5 、 P_{25} 时的计算结果

Tab. 4 Calculation results from the reference points P_1 , P_5 and P_{25} (mm)

初始区域	终止条件		
	$f \leq 0.001$	$f \leq 0.000\ 1$	$f \leq 0.000\ 01$
$f=0.35$	0.155 203	0.154 886	0.154 882
$f=0.25$	0.154 873	0.154 886	0.154 873
$f=0.15$	0.154 956	0.154 885	0.154 872
$f=0.05$	0.155 017	0.154 885	0.154 871
$f=0.01$	0.155 046	0.154 886	0.154 885

从表 3、表 4、表 2 可以看出,本文提出的平面度几何搜索逼近算法结果与文献[9]的计算结果相一致,评定结果明显优于其他文献。在 2 种初

始参考点模式下,尽管初始区域不同,但终止搜索条件相同时,误差结果一致,说明算法具有良好的稳定性及初始条件选取的简易性。在使用本算法时,3个初始参考点不能共线且尽可能构成较大的参考平面,初始区域可灵活选择,一般取最小二乘平面度误差,或者依据加工精度确定。

从表 3、表 4 可以看出,终止搜索的条件决定了误差的评定精度,在终止搜索条件为 $f \leq 0.001$ mm 时,不同的初始区域所得到的平面度误差略有差别,可以适用于一般精度平面度的评定;在终止搜索条件取 $f \leq 0.000\ 01$ mm 或者更小时,误差评定结果与终止搜索条件 $f \leq 0.000\ 1$ mm 的结果仅有亚纳米或者更小的差别,对于微米级测量,终止搜索条件取 $f \leq 0.000\ 1$ mm 可以满足评定精度要求。

参考文献:

- [1] TRABAND M T, JOSHI S, WYSK R A, *et al.*. Evaluation of straightness and flatness tolerances using the minimum zone [J]. *Manufacturing Review*, 1989, 2(3):189-195.
- [2] 张之江,于瀛洁,张善钟.平面度误差最小区域新算法——有序判别法[J].*计量学报*,1998,19(1):15-21.
ZHANG ZH J, YU Y J, ZHANG SH. A new minimum zone method for evaluating flatness errors; distinguishing in order [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 1998, 19(1): 15-21. (in Chinese)
- [3] SAMUEL G L, SHUNMUGAM M S. Evaluation of straightness and flatness error using computational geometric techniques [J]. *Computer-Aided Design*, 1999, 31(3): 829-843.
- [4] 崔长彩,车仁生,罗小川,等.基于实数编码遗传算法的平面度评定[J].*光学精密工程*,2002,10(1):36-40.
CUI C C, CHE R S, LUO X C, *et al.*. Flatness evaluation based on real coded genetic algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(1): 36-40. (in Chinese)
- [5] TIMOTHY W, SAEID M, BEHROOZ F, *et al.*. A unified approach to form error evaluation [J]. *Precision Engineering*, 2002, 26(3): 269-278.

4 结 论

结合平面度误差的几何特性,研究了基于几何搜索逼近的平面度误差评定算法。该算法对测样点是否均匀没有要求,数学过程简单、易于编程。应用文献[1]的测量数据,将几何搜索逼近法应用于平面度误差的评定中,在终止搜索的条件为 $0.000\ 01$ mm 时,计算结果分别比凸包法^[1]、计算几何法^[3]、最小二乘法^[6]、遗传算法^[6]和进化策略法^[6]计算的结果减小了 17.1、7.3、18.03、6.13 和 $0.3\ \mu\text{m}$ 。结果表明,提出的算法稳定性好、有较高的准确度,为平面度测试仪器快速准确的评定误差提供了一种全新的、切实可行的方法,对其他形状误差的评定也有一定的参考价值。

- [6] 温秀兰,赵茜.基于进化策略的平面度误差评定[J].*仪器仪表学报*,2007,28(5):833-836.
WEN X L, ZHAO Q. Flatness error evaluation based on evolutionary strategy [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2007, 28(5): 833-836. (in Chinese)
- [7] 岳武陵,吴勇.平面度和直线度误差的快速评定——增量算法[J].*计量学报*,2008,29(2):120-123.
YUE W L, WU Y. A fast evaluation method for flatness and straightness tolerance by means of incremental algorithm [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2008, 29(2): 120-123. (in Chinese)
- [8] 崔长彩,张耕培,傅师伟,等.利用粒子群优化算法的平面度误差评定[J].*华侨大学学报:自然科学版*,2008,29(4):507-509.
CUI C C, ZHANG G P, FU S W, *et al.*. Particle swarm optimization-based flatness evaluation [J]. *Journal of Huaqiao University: Natural Science*, 2008, 29(4): 507-509. (in Chinese)
- [9] 罗钧,王强,付丽.改进蜂群算法在平面度误差评定中的应用[J].*光学精密工程*,2012,20(2):422-430.
LUO J, WANG Q, FU L. Application of modified artificial bee colony algorithm to flatness error evaluation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(2): 422-430. (in Chinese)

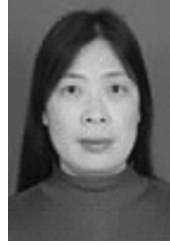
作者简介:



雷贤卿(1963—),男,河南洛宁人,博士,教授,2007年于西安理工大学获得博士学位,现为河南科技大学机电工程学院机械制造及自动化教研室主任,主要从事精密测试技术方面的研究。E-mail: ly-lxq@163.com



李飞(1987—),男,河南新安人,硕士研究生,主要从事精密测试技术方面的研究。E-mail: 328202067@qq.com



涂鲜萍(1964—),女,河南孟津人,硕士,高级工程师,2005年于河南科技大学获得硕士学位,主要从事计量测试仪器方面的研究。E-mail: xptu2000@126.com



王世锋(1964—),男,河南洛阳人,硕士,教授级高级工程师,2004年于合肥工业大学获得硕士学位,现为洛阳轴研科技股份有限公司技术中心副主任,主要从事高速精密轴承方面的研究。E-mail: zysjszxw@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)