

文章编号 1004-924X(2013)04-1032-08

基于改进的无迹卡尔曼滤波确定 视线感知相对状态

王晓初, 尤 政*, 赵开春

(清华大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 基于视线传感器原理, 研究了如何确定摄动作用下两颗卫星间相对状态的问题。采用 VISNAV 传感器作为相对状态传感器, 并应用一种改进滤波算法实现了问题求解。首先, 考虑了两颗卫星间相对位置与相对姿态的运动方程及摄动作用的影响, 给出了改进的离散系统方程及其误差协方差矩阵的取值方法, 避免了复杂协方差矩阵的实时额外求解, 降低了算法计算量及实施难度。最后, 给出相应的无迹卡尔曼滤波(UKF)算法并通过 STK 和 MATLAB 软件进行了数值仿真实验。分析表明, 改进后的算法保证了收敛性, 数值仿真及对比仿真验证了本文方法的可行性和有效性。在摄动因素作用的前提下, 改进的方法能够在 200 m 的相对距离内达到角秒级的相对姿态确定精度和毫米级的相对位置确定精度, 完全可以满足近距离自由飞行卫星间的相对状态确定要求。

关键词: 视线传感器; 相对状态确定; 摄动; 改进的无迹卡尔曼滤波;

中图分类号: V412.42; V474.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20132104.1032

Determination of vision-based relative state by modified unscented Kalman filter

WANG Xiao-chu, YOU Zheng*, ZHAO Kai-chun

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and
Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

* Corresponding author, E-mail: yz-dpi@mail.tsinghua.edu.cn

Abstract: On the basis of the principle of a VISNAV sensor, this paper researches how to determine the vision-based relative state between two satellites with disturbances. By taking the VISNAV sensor as a relative state sensor, the problem mentioned above is solved by a modified Kalman filter algorithm. In consideration of the relative orbit dynamics equation with disturbance and the relative attitude kinematic equation, it gives modified discrete equation and a calculation method for the error covariance matrix. By which the method avoids the complicated real-time operations of large dimensional matrices in every loop and reduces computation amounts. Finally, the corresponding modified Unscented Kalman Filter (UKF) method followed by a numerical simulation experiment is performed under STK and MATLAB. Results demonstrate that the method is feasible, effective and has good convergence. Under disturbance condition, its determination accuracy in 200 m is an angle second level

收稿日期: 2012-11-14; 修订日期: 2012-11-26.

基金项目: 中国博士后科学基金特别资助项目(No. 201104127)

for the relative attitude and a millimeter level for the relative position, which meets the requirements of determining the relative state between two satellites in a shorter distance.

Key words: VISNAV sensor; relative state determination; disturbance; modified Unscented Kalman Filter(UKF)

1 引 言

当卫星间相对距离不大时,一类视线向量感知传感器(VISNAV)非常适合用作六自由度相对状态感知传感器,其具有视场角大、功耗低、电路简单、感知速度快、感知精度高等优点^[1]。基于此类传感器的状态确定算法,过去主要有最大似然估计法^[2]以及最优状态观测器方法^[3],但是这 2 种方法计算量和计算空间较大,精度不高。后来出现以扩展卡尔曼滤波(EKF)^[4-5]和无迹卡尔曼滤波(UKF)^[6-7]为代表的滤波算法,这类方法具备实时解算的能力,更适合在轨的应用。但是由于相对状态问题中位置与姿态六自由度互相耦合,非线性度较高,因此 EKF 算法在线性化近似系统方程时较为费力、雅可比矩阵的求解也相对不易,此外精度不高也限制了 EKF 算法的应用。最近两年内,UKF 算法开始应用于这类问题,其特点一方面是不必求解雅可比矩阵,从而降低了实施难度,另一方面用采样点的 U 变换代替线性化更适合非线性问题求解。然而在这些传统的 UKF 方法中,系统的协方差矩阵需要实时更新,涉及到高维矩阵的指数运算,一定程度上加大了计算复杂性。此外,针对实际空间问题的研究还应该考虑空间中的各种摄动力影响,目前的文献基本采用外摄动力解析表达式修正相对运动的数学模型(例如文献^[8]),导致问题求解更为复杂、计算量更大,不利于实际应用。

针对摄动力作用下近距离飞行卫星间相对状态确定问题,本文首先介绍视线传感器(后文简称 VISNAV)的测量原理并给出视线向量量测表达式,然后建立合适的系统方程对问题进行描述,通过对滤波原理的分析,得以合理避免一些复杂运算,得到了实用性较好的一种改进的协方差选取方法和具体的滤波算法。最后本文将采用 STK 软件以较为真实的摄动力作用下两颗卫星的飞行数据进行长期仿真产生“真实”样本,应用视线传感器以及改进后的算法实现相对状态的解

算并验证算法的可行性与有效性。

2 VISNAV 传感器感知的视线向量

如图 1 所示,VISNAV 按照安装位置可划分为 2 个部分:主星端与从星端。从星端由多个指示灯 B 组成,在极短的时间周期内依次闪烁。主星端由广角透镜(L)以及感光位置敏感器(PSD)组成,广角透镜会聚指示灯光线于 PSD 上形成光斑,生成上下左右 4 个方向电流(I),经过差分放大后通过简单的转换电路输出光斑中心的位置 P。为排除环境光(如太阳光、星光等)影响,主、从星两端还需额外进行特定频率的调制和解调。由于无需 CCD 及复杂电路处理,数据更新率最少可达到 100 Hz。

设从星端 N 个指示 B_i 灯在从星参考系中安装于 $[X_i, Y_i, Z_i]^T$,主星端对应光斑中心 P_i ,在 PSD 参考系中坐标为 $[\chi_i, \gamma_i, 0]^T$ 由电路输出可知。广角透镜中心为 L,在 PSD 参考系中安装于 $[0, 0, f]^T$ 。从星相对主星的位置矢量记为 $\rho =$

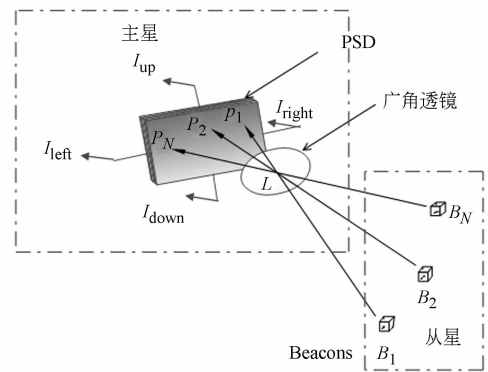


图 1 视线传感器测量原理图

Fig. 1 Principle of vision based relative sensor

$[x, y, z]^T$,不失一般性令 PSD 参考系与从星参考系重合。在主星参考系中单位视线向量 $\mathbf{b}_i^m = \frac{P_i L^m}{|P_i L^m|}$, $\mathbf{r}_i^m = \frac{L B_i^m}{|L B_i^m|}$,其中角标 m 表示主星参考系。则有 $\mathbf{b}_i^m = \mathbf{r}_i^m + \mathbf{d}_i$, $i=1, \dots, N$ 成立,注意到单位向量 \mathbf{b}_i^m 即是传感器输出的视线向量,单位向量

r_i^m 中则包含未知的相对位置、相对姿态信息, d_i 为角秒量级近似高斯分布的传感器量测噪声。根据 b_i^m 和 r_i^m 的表达式, 上述等式关系又可写做:

$$\frac{\begin{bmatrix} -\chi_i \\ -\gamma_i \\ f \end{bmatrix}}{\sqrt{\chi_i^2 + \gamma_i^2 + f^2}} = \frac{\mathbf{T}_{mh} \cdot \boldsymbol{\rho} + \mathbf{T}_{ms} \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{bmatrix}}{\mathbf{T}_{mh} \cdot \boldsymbol{\rho} + \mathbf{T}_{ms} \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{bmatrix}} + d_i, \quad (1)$$

$i = 1, \dots, N$

式中各符号定义如前文, \mathbf{T}_{mh} 表示已知的 H 系 (Hill 参考系^[9]) 到主星系的姿态转换矩阵, \mathbf{T}_{ms} 表示待确定的相对姿态矩阵。

式(1)类似于星敏感器的敏感原理^[10], 区别在于式(1)存在 6 自由度的未知数。当 $N \geq 4$ 即至少 4 条视线向量可观测时, 可以用算法实现充分估计^[2], 本文将采用一种改进的 UKF 方法实现实时估计。

3 航天器间相对状态方程

3.1 相对位置与相对姿态运动方程

对两颗卫星的相对运动问题进行研究, 定义描述相对运动的 Hill 坐标系如图 2 所示, 坐标系原点建立在主星质心, X_h 轴沿地心指向主星质心矢量方向, Z_h 轴平行于主星轨道角动量指向正方向, Y_h 轴完成右手正交坐标系, 该参考坐标系便于描述卫星的相对运动。

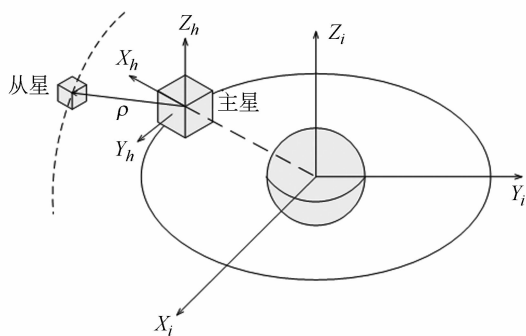


图 2 相对运动轨道与 Hill 坐标系
Fig. 2 Relative orbit and Hill coordinate

通常主星陀螺漂移已得到补偿, 因此不必作为状态参数。以相对姿态、相对位置、相对速度、从星陀螺漂移为状态量 $\mathbf{X}_k = [\mathbf{q}_k^T, \boldsymbol{\beta}_k^T, \boldsymbol{\rho}^T, \dot{\boldsymbol{\rho}}^T]^T_{12 \times 1}$ 。下面为状态量建立系统方程。当主星运动轨道为

近圆轨道, 且从星与主星相对距离与主星轨道半径相比为小量时, 两航天器相对轨道运动的方程可以近似写为^[11]:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = \omega_x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = \omega_y \\ \ddot{z} + n^2z = \omega_z \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\rho} = [x, y, z]^T$ 为从星相对主星的位置矢量, n 为追踪航天器平均轨道角速度。($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) 表示 3 个轴的加速度。(2)式改写成矩阵形式为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho} \\ \dot{\boldsymbol{\rho}} \end{bmatrix} = \mathbf{F}_1 \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho} \\ \dot{\boldsymbol{\rho}} \end{bmatrix} + \mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{w}, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & & & & \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

单颗卫星的绝对姿态运动方程可以表示为^[12]: $\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \Omega(\omega_{bi}^b) \bar{q}$ 。我们以 \bar{q}_m, \bar{q}_s 代表主、从星姿态, 以用 $\omega_{mi}^m, \omega_{si}^s$ 代表主、从星在各自本体坐标系下的角速度, 则主从星姿态运动方程分别表示为 $\dot{\bar{q}}_m = \frac{1}{2} \Omega(\omega_{mi}^m) \bar{q}_m$ 和 $\dot{\bar{q}}_s = \frac{1}{2} \Omega(\omega_{si}^s) \bar{q}_s$ 。两颗卫星相对姿态定义为从星相对于主星姿态: $\bar{q} = \bar{q}_s \otimes \bar{q}_m^{-1}$ 。对该式关于时间求导后代入主、从星姿态运动方程并进行整理, 最后可以得到相对姿态的理论运动方程(不含误差项, 后文考虑):

$$\dot{\bar{q}} = \frac{1}{2} \Theta(\omega_{si}^s, \omega_{mi}^m) \bar{q}, \quad (4)$$

$$\Gamma(\omega) = \begin{bmatrix} [\omega \times] & \omega \\ -\omega^T & 0 \end{bmatrix}, \quad \Omega(\omega) = \begin{bmatrix} -[\omega \times] & \omega \\ -\omega^T & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta(\omega_{si}^s, \omega_{mi}^m) = \Omega(\omega_{si}^s) - \Gamma(\omega_{mi}^m).$$

角速度由陀螺仪量测, 采用常用的 Farrenkopf 模型^[13], 则可以写出矩阵形式的姿态误差方程为:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \Delta\beta \end{bmatrix} = \mathbf{F}_2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \Delta\beta \end{bmatrix} + \mathbf{G}_2 \cdot \begin{bmatrix} \eta_{e1} \\ \eta_{e2} \\ \eta_u \end{bmatrix}_{9 \times 1}, \quad (5)$$

式中: \mathbf{a} 是欧拉轴角参数形式的误差表示^[14], 在小角度下可以线性运算, 可达到二阶以上精度。 $\eta_{e1}, \eta_{e2}, \beta, \eta_u$ 分别是主星陀螺量测噪声、从星陀螺量测噪声、从星漂移、从星漂移驱动噪声。

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} -[\hat{\boldsymbol{\omega}}_d] & \mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}}) & -\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}}) & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

由(5)和(3)联合构成了主从星相对状态方程,合写为连续形式

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \cdot \mathbf{v}(t), \quad (6)$$

注意(6)式是连续形式,其误差协方差矩阵为 $\mathbf{Q} =$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & & & \\ & \mathbf{Q}_2 & & \\ & & \mathbf{Q}_3 & \\ & & & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix}, \text{其中: } \mathbf{Q}_1 = \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{Q}_2 = \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{Q}_3 = \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{Q}_4 \text{ 是摄动力加速度 } \mathbf{w} \text{ 的协方差矩阵.}$$

3.2 对摄动力因素的分析

目前已有的若干考虑摄动作用的卫星相对运动文献中,都利用常见的摄动力解析方程^[15]对相对运动方程加以修正。例如文献[8]中采用的 J_2 项摄动公式如下式(7)所示:

$$\begin{cases} \omega_x = -\frac{3\mu r_{eq}^2}{2r^4} \cdot J_2 \cdot (1 - 3\sin^2 i \cdot \sin^2 \theta) \\ \omega_y = -\frac{3\mu r_{eq}^2}{r^4} \cdot J_2 \cdot \sin^2 i \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \omega_z = -\frac{3\mu r_{eq}^2}{r^4} \cdot J_2 \cdot \sin i \cdot \cos i \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (7)$$

可以看出式(7)除了与地球半径、轨道半径有关外,还取决于当前时刻卫星与地球的相对位置。因此 J_2 摄动加速度是时刻变化的,每一时刻必须重新计算一次。同理,大气阻力等因素产生的摄动加速度也需要类似的修正处理。这种精确解析修正的方法在用于卫星轨道的静态递推计算时作用非常重大,然而在结合滤波算法进行实时状态估计的应用中却未能充分利用滤波算法的优势,产生不必要的额外计算量。

从机理上分析,UKF 算法作用于离散系统,处理不确定性的问题。回顾 UKF 算法的初衷以及推导过程^[18-20]。算法作用于离散系统方程 $\mathbf{X}_k = f_{\text{discrete}}(\mathbf{X}_{k-1}, t_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1}$, 其中 \mathbf{v} 表示了方程的不确定扰动,包括摄动加速度等因素在内。 \mathbf{v} 的协方差用矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 表示,用来描述系统的不确定程度, $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 越小则代表方程越精确,UKF 的

测更新中修正量就越小;反之则代表方程误差越大,UKF 的后续修正量也越大。在其他条件满足的前提下,只要 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 与 \mathbf{v} 相匹配,则算法必然收敛且收敛精度与 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 有关。根据文献[18-20],在 UKF 算法中 \mathbf{v} 取的是否准确并不重要(实际上,也无法知道不确定性程度的真值),但只要真实的不确定性始终包含于我们选定的 \mathbf{v} 和 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 中,则估计总是充分的,算法总是收敛的。以这个特点为基础,我们可以进行后面的改造。

3.3 摄动加速度取值与离散系统协方差矩阵

UKF 算法作用于离散系统,因此在滤波伊始需要对连续系统方程(6)进行离散化处理。

得到离散形式状态方程为:

$$\mathbf{X}_k = f_{\text{discrete}}(\mathbf{X}_{k-1}, t_{k-1}) + \mathbf{v}_{k-1}, \quad (8)$$

离散形式(8)和连续形式(6)的最主要区别在于系统的协方差矩阵计算,即离散系统协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 与连续系统协方差矩阵 \mathbf{Q} 不同,需要重新计算。若按照传统的处理方法, $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 的计算方法步骤如下:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\mathbf{F} & \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T \\ 0 & \mathbf{F}^T \end{bmatrix} \Delta t,$$

$$\mathbf{B} = e^{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ 0_{12 \times 12} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}_{24 \times 24}.$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{B}_{22}^T, \mathbf{Q}_{\text{discrete}} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{B}_{12}.$$

可见, $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 是离散时间间隔 Δt 、连续系统方程干扰项 \mathbf{w} 、相对姿态矩阵 $\mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}})$ 、连续系统协方差 \mathbf{Q} 的复杂函数,且涉及到 24 维矩阵 \mathbf{M} 的矩阵指数运算。且 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 是时变矩阵,实时更新又带来了应用的麻烦。

本文中传感器传感器的更新率足够高(前文可知大于 100 Hz),保证了离散周期可以足够短,在这种情况下可以推导出 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}} \approx \Delta t \cdot \mathbf{G} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{G}^T$, 这样便解决了矩阵指数的运算,下面将解决时变带来的实时更新问题。根据 2.2 节的分析,我们知道矩阵 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 的作用是使得任意时刻的不确定性都在 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 的包含下,因此其取值不在于“准确”而是在于“充分”,这是因为对于实际应用而言,可靠性相比于准确性更为重要。所以根据表达式,我们不失一般性地令 $\mathbf{A}(\bar{\mathbf{q}})$ 固定取值为 $\mathbf{I}_{3 \times 3}$,其目的是使得 $\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 达到值域上界,达到适当宽松的取值目的,而系统仍是稳定且可靠的。这样系统协方差矩阵变可化为定常矩阵:

$$\mathbf{Q}_{\text{discrete}} \approx \Delta t \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{Q}_{\text{discrete}}$ 只需在滤波伊始初始化计算一次,而后续的滤波迭代过程中则不必根据当前状态进行实时更新。

系统不确定项 \mathbf{w} 也要保证充分性。本文假设所研究的卫星其轨道半长轴为 9 059 km,则根据式(7)可以估算出 J_2 摄动加速度为 10^{-5} m/s^2 量级的时变加速度。但是从 2.2 的分析中也可以看出, \mathbf{w} 的取值同样在于充分而非准确,其分布特性也并不重要。因此同样将系统方程的偏差范围取的略微宽松以保证估计的充分,为简化起见可以取 \mathbf{w} 满足: $E\{\mathbf{w}\} = \mathbf{0}$, $\mathbf{Q}_1 = E\{\mathbf{w} \cdot \mathbf{w}^T\} = \sigma_w^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, 其中 $\sigma_w = 10^{-4} \text{ m/s}^2$ 。

4 滤波算法流程框架与滤波参数

4.1 相对状态滤波算法及状态参数

为了减小计算量和提高精度,采用最小偏度单形采样策略为 Sigma 点构造方法^[16-17]。采样权值

$$W_0 = 0.6, W_i = \begin{cases} \frac{1 - W_0}{2^n} & \text{for } i = 1, 2 \\ 2^{i-1} W_1 & \text{for } i = 3, \dots, n+1 \end{cases}.$$

根据采样权值生成采样基集 \mathbf{u}_i^n , Sigma 点集为 $\mathbf{x}_i = \bar{\mathbf{X}} + \delta \bar{\mathbf{X}} + \sqrt{\mathbf{P}^{\text{cc}} + \mathbf{Q}_{\text{discrete}}} \mathbf{u}_i^n$, 记 $L = n + 2 = 14$ 。根据文献[18-20]中的通用算法流程框架,结合本文选定的状态变量和误差状态变量以及第 2 章的离散系统运动方程,将下面的算法框架细节化:

非线性传播:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k/k-1) &= f_{\text{discrete}}[\mathbf{x}_i(k-1), t_{k-1}] \\ \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} &= \sum_{i=0}^L [W_i \mathbf{x}_i(k/k-1)] \\ \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{xy}} &= \sum_{i=0}^L [W_i (\mathbf{x}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \cdot (\mathbf{x}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1})^T] + \mathbf{Q}_{\text{discrete}} \end{aligned}$$

量测更新

$$\mathbf{y}_i(k/k-1) = h[\mathbf{x}_i(k-1), \mathbf{u}(k-1), k-1]$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^L [W_i \mathbf{y}_i(k/k-1)]$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{yy}} = \sum_{i=0}^L [W_i (\mathbf{y}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}) \cdot (\mathbf{y}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})^T] + \mathbf{R}_k$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{yx}} = \sum_{i=0}^L [W_i (\mathbf{x}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}) \cdot (\mathbf{y}_i(k/k-1) - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1})^T]$$

状态更新:

$$\mathbf{K} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{xy}} (\mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{yy}})^{-1}, \mathbf{r}_k = \mathbf{Z}_k^{\text{meas}} - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}$$

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_k, \mathbf{P}_k^{\text{xx}} = \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{xx}} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{P}_{k/k-1}^{\text{xy}} \cdot \mathbf{K}^T$$

由于篇幅所限具体步骤不进一步展开,但应特别注意的是状态变量与误差状态的区别与联系,也应注意非线性传播过程是状态变量的传播。

4.2 仿真条件及参数

以 F6 系统中的一个典型相对飞行情景进行仿真,其特点是:1)主星状态已知;2)主从星不必保持某种特定的精确编队构型^[21]。主从星在相同高度轨道(轨道半长轴为 9 059 km,轨道倾角 60° ,轨道偏心率 2.41881×10^{-16})进行近距离(最大间距小于 200 m)前后自由飞行,完成并保持指定的相对姿态对准,精度优于 0.05° 。

仿真中轨道以及姿态的递推采用 Satellite Tool Kit 软件进行考虑 J_2 摄动、大气阻力摄动、光压摄动影响的长期模拟计算,作为仿真的真值。

主星陀螺量测噪声标准差 $\sigma_{\text{d}} = 0.3^\circ/\text{h}$,漂移已修正。从星陀螺量测噪声标准差 $\sigma_{\text{e}} = 0.3^\circ/\text{h}$,漂移初始值不失一般性设定为较大的 $\beta = [5, 5, 5]^T$ / h,驱动噪声标准差 $\sigma_u = 0.0001^\circ / \sqrt{\text{s}^3}$,应注意程序实现时需转换为国际单位进行运算。

设 VISNAV 传感器对视线向量方向感知的噪声标准差为 $\sigma_i = 2''$,则量测噪声水平矩阵为 $\mathbf{R}_k = \sigma_i^2 \cdot \mathbf{I}_{18 \times 18}$ 。设主从星外形为正方体形卫星(边长 1 m),具有 6 个指示灯,在仿真期间完全可观。它们在从星参考系中的坐标如表 1 所示。

表 1 指示灯在从星参考系中的坐标

Tab.1 Beacons' positions in the body frame of slave satellite

(m)					
X_1	0.5	Y_1	0.5	Z_1	0.0
X_2	-0.5	Y_2	-0.5	Z_2	0.0
X_3	-0.5	Y_3	0.5	Z_3	0.0
X_4	0.5	Y_4	-0.5	Z_4	0.0
X_5	0.2	Y_5	0.5	Z_5	0.1
X_6	0.0	Y_6	0.2	Z_6	-0.1

仿真时间为 1 500 s,离散时间与滤波周期 $T=0.05$ s。对离散后的系统方程应用滤波算法,采用 Matlab 软件进行编程,UKF 滤波初值为真实值偏离 5%。

5 数值结果与分析

图 3、图 4、图 5 分别为两颗卫星之间的相对姿态、相对位置、相对速度的误差曲线(最优估计值与真实值之差)。约 480 s 后收敛,即此时的输出结果已跟踪到真实的相对状态,表明摄动作用下的两颗卫星之间的相对状态求解问题已成功求解。

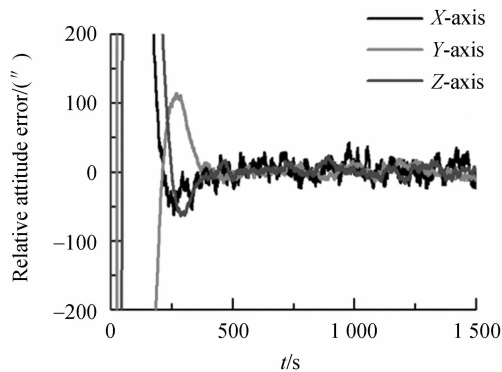


图 3 相对姿态角估计误差
Fig. 3 Relative attitude error

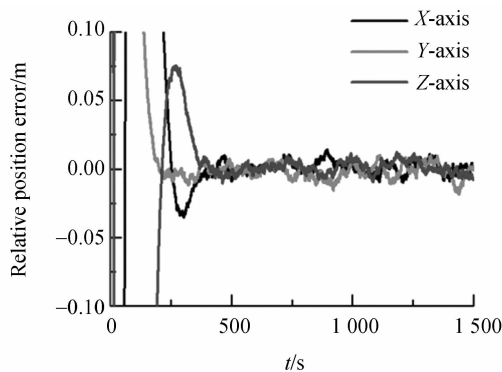


图 4 相对位置估计误差
Fig. 4 Relative position error

在多次重复实验的统计结果中,相对姿态收敛精度优于 $12/7/7''$ (x -/ y -/ z -axes, 1σ),相对位置收敛精度优于 $4/4/4$ mm (x -/ y -/ z -axes, 1σ),相对速度收敛精度优于 $0.07/0.07/0.07$ mm/s (x -/ y -/ z -axes, 1σ)。

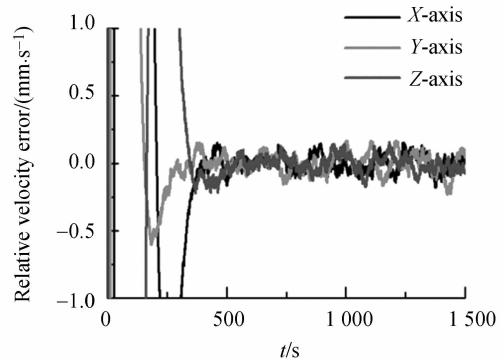


图 5 相对速度估计误差
Fig. 5 Relative velocity error

从相对姿态的确定结果中可以看出,利用本文方法求解的相对姿态与真实的相对姿态误差在角秒级别,精度非常高。其中 x 轴向的精度略差,这是由视线向量传感器的原理决定的,在绕视线的轴向确定精度略差于其他 2 个轴向,即滚转角精度差于偏航角和俯仰角。

为了对比本文方法的效果,文中分别采用无摄动模型和精确解析修正模型进行滤波估计来完成对比仿真。在采用无摄动模型的仿真中,滤波不收敛(估计误差在 5 000 s 时仍存在较大的常值误差),这说明针对真实情况的状态估计问题中,摄动力因素是不能忽视的;在采用精确解析修正模型的仿真中,仿真的整体滤波效果与图 3、图 4、图 5 基本相同,收敛时间同样约为 480 s,算法的精度相比本文方法基本相当,有个别指标精度提高,同时也有部分指标精度下降,其中精度提高的指标中,相对姿态部分最大不超过 $0.4''$,相对位置部分最大不超过 0.1 mm,相对速度无明显差别。这直接表明采用精确解析修正的滤波估计方法同样可以达到较好的估计结果。这也说明,在存在摄动影响的状态估计问题中,摄动力因素估计的过于准确并不能带来同等程度的精度提高,如同 2.2 节的分析,在滤波问题中误差协方差选取的重要依据是充分性,在满足充分性的前提下,采用上界的常值协方差矩阵代替时变的协方差矩阵应用滤波算法,可以达到精度相当的估计效果。

6 结论

本文针对存在摄动作用的航天器近距离相对

状态确定问题,采用 VISNAV 传感器作为相对状态传感器并应用一种改进滤波算法实现了问题求解。本文的主要贡献在于对摄动影响下的离散系统模型的合理建立以及对其协方差矩阵取值方法的合理改进。文中给出了最小偏度单形采样滤波算法的完整步骤与参数,解决了应用视线传感器确定摄动力作用下近距离卫星相对状态的问题,

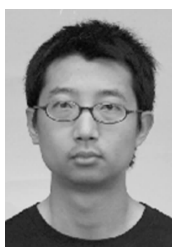
避免了复杂的摄动解析表达式以及高维矩阵的运算,分析表明改进后的算法保证了收敛性。数值仿真及对比仿真验证了本文方法具有可行性和有效性,在摄动因素作用的前提下,能够在 200 m 的相对距离内达到角秒级的相对姿态确定精度和毫米级的相对位置确定精度,完全可以满足确定近距离自由飞行卫星间相对状态的要求。

参考文献:

- [1] KIRAN K G, DECLAN C H, JOHN L J, *et al.*. A vision-based DSP embedded navigation sensor [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2002, 2(5): 428-442.
- [2] DEBO S, JOHN L C. Observability analysis of six degree of freedom configuration determination using vector observations [J]. *J. Guid. Control. Dyn.*, 2002, 25(6): 1149-1157.
- [3] ROBERTO A, JOHN L C. Vision-based relative navigation for formation flying of spacecraft [C]. 2000 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 14-17 August, 2000, Denver, CO.
- [4] SON-GOO K. Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation [D]. Department of Mechanical & Aerospace Engineering State University of New York at Buffalo, 2005.
- [5] SON-GOO K, CRASSIDIS J, YANG C. Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation [J]. *J. Guid. Control. Dyn.*, 2007, 30(1): 133-143.
- [6] TANG X J, YAN J, ZHONG D D. Square-root sigma-point kalman filtering for spacecraft relative navigation [J]. *Acta Astronautica*, 2010, 66(5-6): 704-713.
- [7] DAERO L, HENRY P. Vision-based relative state estimation using the unscented kalman filter [J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2011, 12(1): 24-36.
- [8] YOUNG-GU L, HYOCHOONG B. Relative state estimation of satellite formation flying using kalman filter [C]. *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, Seoul, Korea, 2008.
- [9] HILL G W. Researches in the lunar theory [J]. *American Journal of Mathematics*, 1878, 1(1): 5-26.
- [10] 孙高飞, 张国玉, 姜会林, 等. 甚高精度星模拟器设计 [J]. *光学精密工程*, 2011, 19(8): 1730-1735.
- [10] SUN G F, ZHANG G Y, JIANG H L, *et al.*. Design of very high accuracy star simulator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(8): 1730-1735. (in Chinese)
- [11] CLOHESSY W, WILTSHIRE R. Terminal guidance system for satellite rendezvous [J]. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1960, 27(9): 653-658.
- [12] 陈雪芹, 耿云海, 王峰, 等. 敏捷小卫星对地凝视姿态跟踪控制 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(5): 1031-1040.
- [12] CHEN X Q, GENG Y H, WANG F, *et al.*. Starling imaging attitude tracking control of agile small satellite [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(5): 1031-1040. (in Chinese)
- [13] FARRENKOPF R L. Analytic steady-state accuracy solutions for two common spacecraft attitude estimators [J]. *Journal of Guidance and Control*, 1978, 1(4): 282-284.
- [14] MARKLEY F L. Attitude error representations for Kalman filtering [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(2): 311-317.
- [15] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998: 39-70.
- [15] ZHANG R W. *Satellite Orbit Attitude Dynamics and Control* [M]. Beijing: Beihang University Press, 1998: 39-70. (in Chinese)
- [16] JULIER S J, UHLMANN J K. Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations [C]. *Proceedings of the American Control Conference, Deferson City*, 2002: 887-892.
- [17] 刘贵喜, 马涛, 陈石磊. 基于最小偏度采样的 UPF 算法 [J]. *光学精密工程*, 2008, 16(4): 746-751.
- [17] LIU G X, MA T, CHEN SH L. Unscented particle filtering algorithm using minimal skew sampling

- [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(4):746-751.
(in Chinese)
- [18] JULIER S, UHLMANN J K. A new approach for filtering nonlinear systems[C]. *Proceedings of the American control conference*. IEEE Press, 1995: 1628-1632.
- [19] JULIER S J, UHLMANN J K. Reduced sigma point filters for the propagation of means and covariances through nonlinear transformations [C]. *Proceedings of the American Control Conference, Deferson City*, 2002: 887-892.
- [20] JULIER S, UHLMANN J. Unscented filtering and nonlinear estimation [C]. *Proceedings of IEEE*. 2004, 92(3):401-422.
- [21] BROWN O, EREMENKO P. Fractionated space architectures: a vision for responsive space[C]. *4th Responsive Space Conference, April 24-27*, 2006, Los Angeles, CA:1-13.

作者简介:



王晓初(1985—),男,吉林长春人,博士研究生,2009年于清华大学获得学士学位,主要从事分布式卫星系统中轨道姿态、相对轨道姿态确定方法以及分布式控制方法的研究。E-mail: wangxiaochu1985@gmail.com



赵开春(1973—),男,辽宁大连人,助理研究员,1997年于辽宁大学获得学士学位,2004年和2009年分别于大连理工大学获得硕士学位和博士学位,主要从事微纳卫星姿态测量与控制、仿生导航传感系统等方面的研究。E-mail: kaichunz@mail.tsinghua.edu.cn

导师简介:



尤政(1963—),男,江苏扬州人,教授,博士生导师,长江学者,现为清华大学机械工程学院院长、清华大学精密仪器与机械学系主任,主要从事微纳技术与微纳卫星技术的研究。E-mail: yz-dpi@mail.tsinghua.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)