

文章编号 1004-924X(2015)07-2069-10

## 基于低秩三分解的红外图像杂波抑制

何玉杰<sup>1</sup>, 李 敏<sup>1,\*</sup>, 张金利<sup>1,2</sup>, 姚俊萍<sup>1</sup>

(1. 第二炮兵工程大学 908 教研室, 陕西 西安 710025;

2. 武警工程大学 信息工程系, 陕西 西安 710086)

**摘要:**针对红外图像中对比度较低、目标信号较弱且受背景噪声杂波干扰较大的特点,结合信号的稀疏表示理论提出了一种基于低秩三分解模型的红外图像背景杂波抑制算法。首先,分别对红外图像中目标、背景和噪声 3 种成份进行建模描述,得到低秩三分解模型。然后,采用二维高斯模型构造红外小目标超完备字典,利用所提出的低秩三分解模型将分块重置的图像数据矩阵分解为背景、噪声和目标 3 种成份。最后,对于目标分量进行阈值处理从而得到突出红外小目标的重构图像,实现杂波抑制。在 3 种不同情况下的实验结果表明:本文算法能够使红外图像局部信噪比提高 2 倍以上;与其他经典算法相比,抑制因子至少提高 15%。得到的结果表明,所提算法能够有效抑制杂波,在提高红外图像信噪比的同时,对不同噪声干扰也具有较强的鲁棒性。

**关键词:**红外图像;杂波抑制;低秩三分解;稀疏表示

**中图分类号:**TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152307.2069

## Clutter suppression of infrared image based on three-component low-rank matrix decomposition

HE Yu-jie<sup>1</sup>, LI Min<sup>1,\*</sup>, ZHANG Jin-li<sup>1,2</sup>, YAO Jun-ping<sup>1</sup>

(1. Department 908, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China;

2. Department of Information Engineering, Engineering University of CAPF, Xi'an 710086, China)

\* Corresponding author, E-mail: clwn@163.com

**Abstract:** To solve the infrared target detection problems caused by low contrast, weak target signals and background clutter interference, a clutter suppression method based on three-component low-rank matrix decomposition model was proposed combined with the sparse representation theory. Firstly, the three components, including target, background and noise, in a infrared image were described respectively to obtain the three-component low-rank matrix decomposition model. Then, an over-complete dictionary for modeling a small target was constructed by using two-dimensional Gaussian model. The three-component low-rank matrix decomposition model was used to decompose the block reset image data into the background, noise and target components. Finally, the target component was processed by thresholding to obtain a reconstructed image with protruded infrared targets and to complete the clutter suppression. The experiments under three conditions demonstrate that the proposed meth-

**收稿日期:**2015-03-26; **修订日期:**2015-05-06.

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 61102170)

od has increased the local signal to noise ratio of image more than 2 times, and the background suppression factor has increased more than 15% as compared with that of the classical methods. It concludes that the proposed method not only suppresses the background clutter, improves the signal-to-noise ratio of the infrared image effectively but also has strong robustness against the noise interference.

**Key words:** infrared image; clutter suppression; three-component low-rank matrix decomposition; sparse representation

## 1 引言

随着红外技术在各个领域尤其是军事方面的广泛应用,红外图像的背景杂波抑制和弱小目标增强检测逐渐成为红外技术应用的研究热点,同时也是红外成像制导武器系统的一项核心技术。一方面红外传感器探测距离过长,加之大气传输散射效应的影响,使目标信号较弱且尺寸较小,而且没有明显的结构特征和纹理信息,很容易被噪声和背景杂波所淹没;另一方面,红外场景成像跨度大,背景杂波成分较多且通常不具备统计特性。这些不利条件均会使红外图像的背景杂波抑制变得更加困难,也更具有挑战性<sup>[1-2]</sup>。

目前,常见的红外图像背景杂波抑制方法主要分为三大类:背景滤波算法、目标奇异性分析方法以及基于智能算法的抑制方法。第一类方法是对背景的起伏分量进行建模,利用背景与原图的差值得到含有目标成分的图像,从而去除背景杂波,使得红外目标更为突出,该类方法主要有:形态学 Top-Hat 算法以及 TDLMS 等。第二类方法主要将图像中的目标看作是图像信号中的奇异点(突变点)来进行处理<sup>[3-4]</sup>,主要有:Max-Mean 滤波、Max-Median 滤波算法等<sup>[5]</sup>。第三类方法主要利用一系列数学工具将目标检测问题转化为模式分类问题,主要有:主成分分析、概率主成分分析、Fisher 线性分类器等<sup>[6-7]</sup>。

近期,随着模式识别技术的发展,基于机器学习尤其是稀疏表达的杂波抑制方法取得了良好的效果。穆治亚<sup>[8]</sup>等人提出了一种基于图像稀疏表示的自适应杂波抑制方法,用于自适应地选择不同字典以对红外图像进行最佳稀疏表示,并根据系数对图像子块进行重构,从而实现杂波抑制。赵佳佳<sup>[9]</sup>等人提出了一种基于自适应子空间重建的杂波抑制方法,该方法利用背景目标稀疏编码的系数差异重构图像子块,实现了突出目标、抑制

背景杂波的目的。然而上述方法均主要针对红外小目标进行建模,对于背景以及噪声的描述较少。基于此,本文首先提出一种低秩三分解模型,将目标稀疏表达的思想引入低秩描述中。然后在此模型的基础上,完成红外图像背景杂波抑制。该模型能够较好地将在红外图像的 3 种成分(目标、背景、噪声)区分建模,在抑制背景杂波的同时,有效地增强目标信号。

## 2 图像的低秩描述

近年来,随着计算机视觉和模式识别技术应用领域的不断扩展,数据子空间的建模分解和矩阵重建恢复问题引起了研究者们极大的兴趣<sup>[10]</sup>,这一类问题的主要研究思路是根据已知受噪声污染的数据,恢复低秩结构的数据矩阵。

假设给定受少量噪声  $\mathbf{E}$  污染的矩阵  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  是来自单一子空间,那么低秩结构的原始数据  $\mathbf{X}_0 \in \mathbf{R}^{m \times n}$  可由下式恢复得到:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \text{rank}(\mathbf{X}_0) + l \|\mathbf{E}\|_l, \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{E}, \quad (1)$$

式中:  $\lambda > 0$  为正则参数;  $\text{rank}(\cdot)$  表示矩阵的秩;  $\|\cdot\|_l$  表示相应的正则策略,此模型被称为鲁棒主成分分析(Robust Principal Component Analysis, RPCA)模型。考虑到实际数据通常分布于多个线性子空间的并集中,因此文献<sup>[11]</sup>提出了低秩表示(Low-rank Representation, LRR)模型,其公式如式(2)所示:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \text{rank}(\mathbf{Z}) + \lambda \|\mathbf{E}\|_l, \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{AZ} + \mathbf{E}, \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为可以描述多子空间数据集合的字典,最优解  $\mathbf{Z}^*$  表示数据  $\mathbf{X}$  关于字典  $\mathbf{A}$  的最低秩表示;很明显,上述优化过程是非凸的 NP 问题。但在满足特定条件下,上述问题的最优解可由其凸松弛模型求得。因此,式(2)可以被重新描述为:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_l, \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{AZ} + \mathbf{E}, \quad (3)$$

其中:  $\|\cdot\|_*$  为矩阵的核范数,表示所有奇异值之和。

当  $\mathbf{A} = \mathbf{I}$  时, LRR 模型退化为 RPCA 模型,即 RPCA 模型可以看作 LRR 模型的特例,选择适当的字典  $\mathbf{A}$  能够确保 LRR 模型更好地发现数据的全局结构。一般情况下,选择原始数据自身作为字典。故由式(3)可得:

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_l, \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{XZ} + \mathbf{E}. \quad (4)$$

由于 LRR 模型具有较强的描述数据内在低秩结构的能力,故此模型已经被广泛应用于背景建模、阴影消除、图像修复以及数据聚类等方面。

### 3 低秩三分解模型

#### 3.1 模型建立

通常情况下,含有目标的红外图像由 3 部分组成,如式(5)所示:

$$\mathbf{D} = \mathbf{T} + \mathbf{B} + \mathbf{E}, \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{X}$ 、 $\mathbf{T}$ 、 $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{E}$  分别表示观测的原始红外图像,目标图像,背景图像和噪声图像。因此红外目标检测及背景杂波抑制问题就被转化为对红外图像的三分解问题,由式(5)可以得到目标成份数据,以确定目标的位置。在实际应用中,3 种成份都有着自身固有的特点,本文依据它们各自的特点分别对其建模描述。

##### 3.1.1 背景模型建立

红外图像中绝大多数是背景区域,其灰度变化较为平缓,并且小的背景子块之间拥有显著的线性相关性,尤其是对于天空、海洋等单一背景而言,这种非局部自相似性更为明显。因此,可以认为红外图像背景数据本身是低秩的矩阵,如式(6)所示:

$$\text{rank}(\mathbf{B}) < c, \quad (6)$$

其中:  $c$  为很小的常数,用于表征图像背景成份的复杂程度。背景越复杂,说明背景数据来自不同的低秩子空间越多,  $c$  值也就越大。最小化背景数据的秩,能够突出潜在的各个线性子空间的结构,从而可以完成背景的建模。

##### 3.1.2 噪声模型建立

在大多数情况下,相对整幅红外图像而言,噪声数据所占的像素较少,可以被看作是稀疏的,因此可以利用最小化噪声数据的  $\|\cdot\|_0$  来保证噪声的稀疏性。如式(7)所示:

$$\|\mathbf{E}\|_0 < \epsilon. \quad (7)$$

但在实际应用中,除了少量大幅值噪声外,还存在多种形式,例如:对于高斯噪声建模使用 Frobenius 范数  $\|\cdot\|_F$ ,对于列奇异点噪声使用  $l_{2,0}$  范数  $\|\cdot\|_{2,0}$ 。

##### 3.1.3 目标模型建立

在实际应用中,对于整幅图像而言,红外目标和噪声一样,所占的像素数目较少,同样也可以用稀疏矩阵表示,但由于其和噪声数据具有同样的稀疏性,若直接采用  $\|\cdot\|_0$  进行表达,则无法有效加以区分,从而造成虚警率较高,杂波抑制不够明显。而基于超完备字典的稀疏表示能够通过少量非零系数的基捕获图像的主要特征,以实现对特定图像结构的有效表示<sup>[8-9]</sup>。因此,本文采用图像稀疏表示对小目标进行有效建模描述,利用目标和背景稀疏系数表达形式的区别,完成对目标成份的分离和杂波的抑制。具体如式(8)所示:

$$\|\mathbf{S}\|_0 < \gamma \text{ s. t. } \mathbf{T} = \mathbf{DS}, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{p \times q}$  为超完备字典,一般情况下  $q \gg p$ ;  $\mathbf{S}$  为稀疏表示系数;  $\gamma$  为一个较小的常量。对于目标而言,其在字典  $\mathbf{D}$  下的系数非常稀疏,绝大多数系数分量值为零。

红外背景杂波抑制的目的就是为了得到红外图像的目标分量,并尽可能地去掉噪声成份,根据式(5)~(8),可得:

$$\min \|\mathbf{S}\|_1 \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{DS} + \mathbf{B} + \mathbf{E}, \\ \text{rank}(\mathbf{B}) < c, \|\mathbf{E}\| < \epsilon. \quad (9)$$

一般来说,由于图像背景成分是来自多子空间数据的集合,因此,根据 LRR 模型,在式(9)背景成份中添加可以描述多子空间数据集合的字典,即可得式(10):

$$\min \|\mathbf{S}\|_1 \text{ s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{DS} + \mathbf{AZ} + \mathbf{E}, \\ \text{rank}(\mathbf{Z}) < c, \|\mathbf{E}\| < \epsilon. \quad (10)$$

将式(10)变形得到低秩三分解模型如式(11)所示:

$$\min \beta \|\mathbf{S}\|_0 + \lambda \|\mathbf{E}\|_l + \text{rank}(\mathbf{Z}) \\ \text{s. t. } \mathbf{X} = \mathbf{DS} + \mathbf{AZ} + \mathbf{E}, \quad (11)$$

而式(11)的求解为非凸的 NP 问题,可以松弛为

式(12):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{E}, \mathbf{Z}, \mathbf{S}} \quad & \|\mathbf{Z}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \beta \|\mathbf{S}\|_1 \\ \text{s. t.}, \quad & \mathbf{X} = \mathbf{AZ} + \mathbf{E} + \mathbf{DS}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $\lambda$  与  $\beta$  为正则系数, 用来平衡 3 个分量的大小关系。在本文应用中,  $\mathbf{X}$  对应观测数据;  $\mathbf{AZ}$  对应背景数据;  $\mathbf{E}$  对应噪声信号;  $\mathbf{DS}$  对应目标信号。但在其他应用环境中, 各个分量的含义可以随着字典  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{A}$  的不同而不同。

### 3.2 模型的求解

本文采用非精确增广拉格朗日乘子 (IALM) 算法对式(12)进行求解, 利用观测数据  $\mathbf{X}$  本身作为低秩描述字典, 并引入 2 个辅助变量, 将其转变为下式:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{J}, \mathbf{E}, \mathbf{Z}, \mathbf{S}, \mathbf{L}} \quad & \|\mathbf{J}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \beta \|\mathbf{L}\|_1 \\ \text{s. t.}, \quad & \mathbf{X} = \mathbf{XZ} + \mathbf{E} + \mathbf{DS}, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{J}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{L}. \end{aligned} \quad (13)$$

而式(11)的解可由式(12)的最优解获得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}} = \arg \min_{\mathbf{J}} \quad & \|\mathbf{J}\|_* + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 + \beta \|\mathbf{L}\|_1 + \\ & \text{tr}[\mathbf{Y}_1^T (\mathbf{X} - \mathbf{XZ} - \mathbf{E} - \mathbf{DS})] + \text{tr}[\mathbf{Y}_2^T (\mathbf{Z} - \mathbf{J})] + \\ & \text{tr}[\mathbf{Y}_3^T (\mathbf{S} - \mathbf{L})] + \frac{\mu}{2} (\|\mathbf{X} - \mathbf{XZ} - \mathbf{E} - \mathbf{DS}\|_F^2 + \\ & \|\mathbf{Z} - \mathbf{J}\|_F^2 + \|\mathbf{S} - \mathbf{L}\|_F^2), \end{aligned} \quad (14)$$

其中:  $Y_1, Y_2$  和  $Y_3$  是拉格朗日乘子,  $\mu > 0$  为惩罚因子。针对不同的噪声类型, 可采用不同的噪声正则策略。以  $l_1$  范式为例求解的具体步骤如下:

算法 1: 求解方程(14)的 IALM 算法

输入: 数据矩阵  $\mathbf{X}$ , 正则参数  $\lambda, \beta$ , 允许误差  $\epsilon$

初始化:  $\mathbf{Z} = \mathbf{J} = \mathbf{0}, \mathbf{E} = \mathbf{0}, \mathbf{S} = \mathbf{L} = \text{eye}(k, d), \rho = 1.2, Y_1 = Y_2 = Y_3 = 0, \mu = 10^{-6}, \mu_{\max} = 10^{10}$

输出:  $\mathbf{Z}, \mathbf{E}, \mathbf{S}$

迭代步骤:

1. 固定其他变量, 更新  $\mathbf{J}$  如下式:

$$\mathbf{J} = \arg \min_{\mathbf{J}} \frac{1}{\mu} \|\mathbf{J}\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{J} - (\mathbf{Z} + \mathbf{Y}_2/\mu)\|_F^2$$

2. 固定其他变量, 更新  $\mathbf{E}$  如下式:

$$\mathbf{E} = \arg \min_{\mathbf{E}} \frac{\lambda}{\mu} \|\mathbf{E}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{E} - \mathbf{X} - \mathbf{XZ} - \mathbf{DS} + \mathbf{Y}_1/\mu\|_F^2$$

3. 固定其他变量, 更新  $\mathbf{L}$  如下式:

$$\mathbf{L} = \arg \min_{\mathbf{L}} \frac{1}{\mu} \|\mathbf{L}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{L} - \left(\mathbf{S} + \frac{\mathbf{Y}_3}{\mu}\right)\|_F^2$$

4. 固定其他变量, 更新  $\mathbf{Z}$  如下式:

$$\mathbf{Z} = (\mathbf{I} + \mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} [\mathbf{X}^T \mathbf{X} - \mathbf{X}^T \mathbf{E} - \mathbf{X}^T \mathbf{DS} + \mathbf{J} + (\mathbf{X}^T \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_2)/\mu]$$

5. 固定其他变量, 更新  $\mathbf{S}$  如下式:

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} [\mathbf{D}^T \mathbf{X} - \mathbf{D}^T \mathbf{E} - \mathbf{D}^T \mathbf{XZ} + \mathbf{L} + (\mathbf{D}^T \mathbf{Y}_1 - \mathbf{Y}_3)/\mu]$$

6. 更新 3 个拉格朗日乘子:

$$Y_1 = Y_1 + \mu(\mathbf{X} - \mathbf{XZ} - \mathbf{E} - \mathbf{DS}),$$

$$Y_2 = Y_2 + \mu(\mathbf{Z} - \mathbf{J}), Y_3 = Y_3 + \mu(\mathbf{S} - \mathbf{L})$$

7. 更新参数  $\mu$ :

$$\mu = \min(\rho\mu, \mu_{\max})$$

迭代收敛条件为

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{XZ} - \mathbf{DS}\|_\infty < \epsilon, \|\mathbf{Z} - \mathbf{J}\|_\infty < \epsilon, \|\mathbf{S} - \mathbf{L}\|_\infty < \epsilon$$

算法 1 中第 1 步可以通过引理 1 进行求解。

引理 1:<sup>[12]</sup> 对于任意的矩阵  $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{n \times d}$ , 且其秩为  $r$ , 令  $\mu > 0$ , 则如下形式的最小二乘问题的解析解是唯一存在的:

$$\arg \min_{\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{n \times d}} \mu \|\mathbf{M}\|_* + \frac{1}{2} \|\mathbf{M} - \mathbf{Y}\|_F^2, \quad (15)$$

其解析解可由奇异值收缩算子  $\text{SVT}_\mu(\mathbf{Y})$  给出, 其中:

$$\text{SVT}_\mu(\mathbf{Y}) = \mathbf{U} \text{diag}[(\sigma - \mu)_+] \mathbf{V}^T$$

$$(\sigma - \mu)_+ = \begin{cases} \sigma - \mu & \sigma > \mu \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{n \times r}, \mathbf{V} \in \mathbf{R}^{d \times r}$  和  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) \in \mathbf{R}^{r \times 1}$  可以由矩阵  $\mathbf{Y}$  的奇异值分解得到, 即  $\mathbf{Y} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$  而  $\Sigma = \text{diag}(\sigma)$ 。

第 2 步和第 3 步可以通过如下引理进行求解:

$$\text{引理 2 形式为: } \min_{\mathbf{W}} \epsilon \|\mathbf{X}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{W}\|_F^2$$

的唯一解析解是  $\text{S}_\epsilon[\mathbf{W}]$ , 且收缩算子  $\text{S}_\epsilon[\mathbf{W}]$  为:

$$\text{S}_\epsilon[\mathbf{W}] = \begin{cases} w - \epsilon & w > \epsilon \\ w - \epsilon & w < -\epsilon \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (16)$$

### 3.3 模型复杂度和收敛性分析

假设观测数据  $\mathbf{X}$  和字典  $\mathbf{A}$  都为  $m \times n$  维,由于每次迭代均要对大小为  $n \times n$  的矩阵进行奇异值分解,故低秩稀疏描述模型的求解时间主要消耗在算法 1 的第一步,当  $\mathbf{A}$  为拥有正交原子的字典时,其时间复杂度最小为  $O(nr_A^3)$ ,  $r_A$  为  $\mathbf{A}$  的秩。相应的,第二步和第三步的时间复杂度相同,均为  $O(mnr_A)$ ,第四步和第五步的时间复杂度也相同,均为  $O(nr_A^2)$ 。因此,改进算法的时间复杂度为  $O(nr_A^3 + nr_A^2 + mnr_A)$ 。当利用观测数据  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  ( $m \geq n$ ) 作为字典  $\mathbf{A}$  时,其算法复杂度最大为  $O(n^3)$ ,与 LRR 模型相同。

对于非精确 ALM 而言,虽然文献[13]已经证明其对于两个矩阵变量交替迭代运算具有收敛性,但本文算法包含 5 个矩阵变量 ( $\mathbf{J}, \tilde{\mathbf{E}}, \mathbf{S}, \mathbf{Z}, \mathbf{L}$ ),且目标函数非平滑,因此其收敛性理论的证明十分复杂和困难。文献[14]的研究结果表明,满足以下两点条件即可保证算法 1 的收敛性:第一、字典矩阵  $\mathbf{A}$  是列满秩的。第二、 $\Delta_k = \|(Z_k, J_k) - \operatorname{argmin}_f \|\cdot\|$  是单调递减的,其中,  $(Z_k, J_k)$  为第  $k$  次迭代的最优解,  $\operatorname{argmin}_f$  表示使得  $f$  最小的理想最优解  $(Z, J)$ 。由文献[11]可知,条件一很容易满足,条件二可由拉格朗日函数的收敛性得以保证。

## 4 基于低秩三分解的背景抑制算法

红外图像是由背景、噪声成分和小目标成分 3 部分组成的。利用算法 1,通过求解式(14)即可将红外图像进行分解,从而能够滤除背景杂波,为准确定位目标位置奠定基础。具体的抑制算法步骤如图 1 所示。

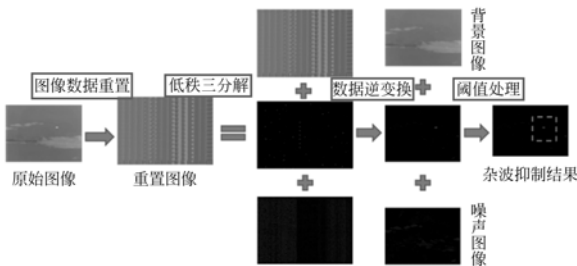


图 1 基于低秩三分解的小目标检测算法示意图

Fig. 1 Diagram of small target detection method based on three-component low-rank matrix decomposition

### 4.1 图像数据重置

由于本文使用超完备字典  $\mathbf{D}$  对小目标成分进行表示,因此需要对输入的原始图像数据  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  进行重置,即利用  $k \times k$  (与字典  $\mathbf{D}$  的原子大小一致) 大小的窗口按照从上到下从左到右的顺序依次遍历整幅图像,提取子块。窗口的滑动步长为  $s$ ,并将其展开为  $k^2$  维列向量,按窗口滑动顺序排列为  $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbf{R}^{k^2 \times w}$ ,  $w$  为展开的子块个数。

### 4.2 字典的选择

低秩三分解模型中需要确定两个字典,一个是用来描述多子空间数据集合的字典  $\mathbf{A}$ ,另一个是用来对小目标信号进行稀疏分解的超完备字典  $\mathbf{D}$ 。一般情况下,利用输入数据本身作为字典  $\mathbf{A}$ 。因此,对于稀疏信号表示而言,超完备字典  $\mathbf{D}$  的选择是一个基础而又关键的问题,它决定了所解决问题的最终效果。本文利用二维高斯模型(如式(17)所示)对红外小目标进行建模,通过调节模型中的参数,来生成一系列红外目标样本图像,继而构造超完备目标字典:

$$T(i, j) = I_{\max} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(i - x_0)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(j - y_0)^2}{\sigma_y^2} \right] \right],$$

$$s. t. \begin{cases} t_1 < \frac{I_{\max}}{\sigma_x} < t_2 \\ t_1 < \frac{I_{\max}}{\sigma_y} < t_2 \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $I_{\max}$  是目标中心点的像素值;  $(x_0, y_0)$  是图像中心点坐标;  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  分别代表水平散布参数和垂直散布参数;  $(i, j)$  为图像的其他像素坐标。通过调节  $I_{\max}, (x_0, y_0), \sigma_x$  和  $\sigma_y$  4 个参数,即可获得不同中心点位置,不同亮度,不同形状的红外小目标样本图像。  $t_1, t_2$  表示  $I_{\max}, \sigma_x$  和  $\sigma_y$  之间的约束关系,本文分别取为 20 和 60。最后,将生成的  $k \times k$  小目标样本图像按列展开成  $k^2$  维向量,并依次组合成字典矩阵  $\mathbf{D} = [d_1, d_2, d_3 \dots] \in \mathbf{R}^{k^2 \times q}$ , 其中的每一个列向量  $d_i$  是超完备字典的基,总共有  $q$  个原子。

### 4.3 获得杂波抑制结果

利用低秩三分解模型对红外图像进行分解,得到最终的杂波抑制结果。将重置后的图像数据  $\tilde{\mathbf{X}}$  与生成的超完备字典  $\mathbf{D}$  作为输入,通过求解式(11),利用所提出的模型对红外图像进行分解,得到整幅图像的背景成分  $\mathbf{AZ}$ , 噪声成分  $\mathbf{E}$ , 则目标点位置可通过以下步骤获得: 首先计算  $\mathbf{T} = \tilde{\mathbf{X}} -$

$AZ - E$ , 再对  $T$  进行图像数据重置的逆操作。由于滑动步长通常小于窗口大小, 从而导致同一位置像素  $v$  在相邻的  $i$  个图像子块中有不同的值  $X \in \mathbf{R}^i$ 。本文采用  $v = \text{median}(X)$  对其进行计算, 得到目标成分  $\tilde{T}$ 。其次, 设定阈值  $\rho$ , 令  $M$  为  $\tilde{T}$  中的最大值点, 且如果  $\rho M \leq \tilde{T}(x, y)$ , 则  $(x, y)$  点为目标点。

## 5 实验及结果分析

### 5.1 实验设计

为了验证算法的性能和检测效果, 选取多幅含有小目标的红外图像进行三组实验, 第一组为单帧图像的单目标检测实验, 具体方法为选取 3 幅不同背景的仅含一个目标的实拍红外图像, 利用本文算法进行检测并给出直观检测效果。第二组为序列图像的多目标检测实验。本实验在红外视频序列中选取多帧图像, 并仿真添加多个小目标。引入局部信噪比、检测概率、虚警概率作为客观评价指标, 并与经典检测算法以及文献[9]中算法进行比较, 得到客观对比结果。最后, 针对添加了不同噪声的多组图像序列进行对比实验, 以验证本文算法对噪声的鲁棒性。检测过程中的低秩三分模型的允许误差  $\epsilon = 10^{-6}$ , 选取过程参考文献[11][15], 小目标字典的窗口大小为  $16 \times 16$ , 步长为 10, 检测阈值  $\rho = 0.7$ 。目前模型的参数无法自适应选择, 以上参数均为多次试验调试的结果。

### 5.2 单帧图像单目标实验

在本组实验中, 图 2 为本文算法的实验结果。图 2(a) 为 5 幅原始红外测试图像, 含有天空、陆地、河岸等不同成像背景。由图可以看出, 测试图像经过本文算法处理后被有效地分解成 3 个不同成分的叠加, 图 2(b) 对应背景成分; 图 2(c) 对应噪声成分; 图 2(d) 对应目标成分。实验结果表明, 本文算法不仅对仅占几个像素的点状小目标有较好的检测效果, 而且对于占据几十个像素的斑状小目标也同样能够很好地滤除噪声成分, 凸出目标。由第二列可以看出, 本文算法可以很好地对红外图像的背景成分进行建模恢复, 将目标噪声数据分离。而从第三行实验结果可以看出, 本文算法对于复杂地面背景也有较好的杂波抑制效果。

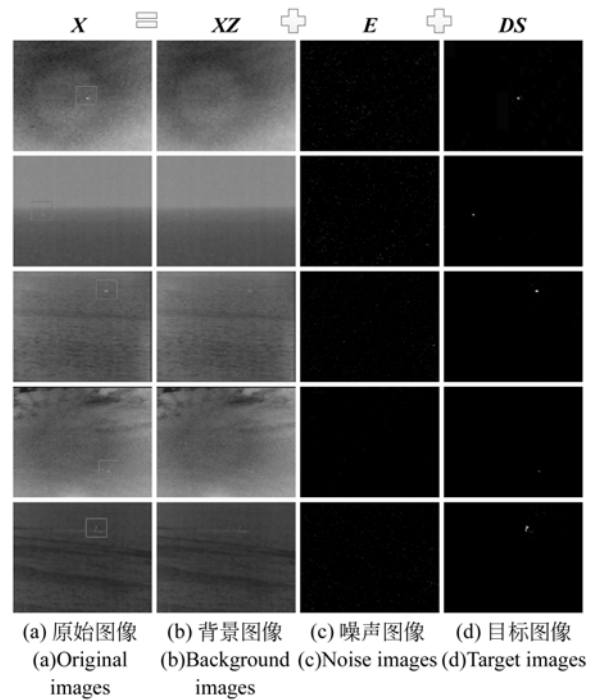


图 2 红外图像的杂波抑制结果

Fig. 2 Clutter suppression results of proposed algorithm

### 5.3 序列图像多目标实验

为了进一步验证本文算法的检测性能, 本文采用文献[15]中的仿真方法对 4 组红外视频序列的每帧图像添加不同数量的红外仿真目标, 形成

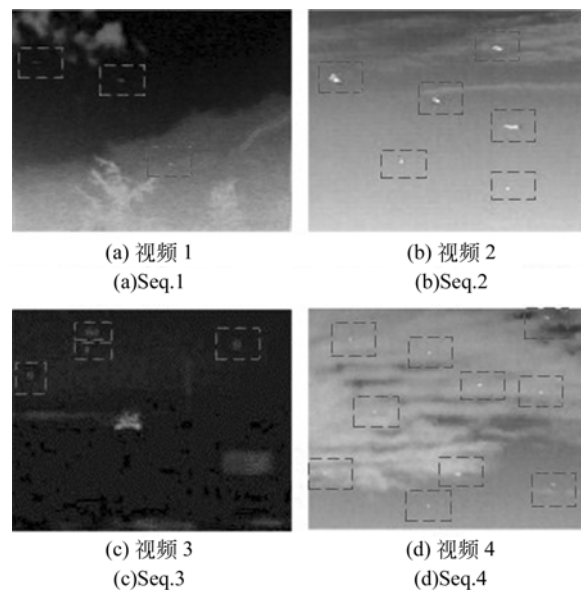


图 3 4 组红外图像序列的代表图像

Fig. 3 Representative images for four groups of synthetic images

含有多目标的红外图像集,4 组视频序列代表如图 3 所示。由图 3 可以看出,4 组序列中第 4 组和第 1 组图像目标和背景的对比度非常低,尤其是第 1 组图像的目标肉眼几乎不可见,第 3 组图像中除了小目标外还有建筑物和道路目标的干扰。将经典红外小目标检测方法 Max-Median、Top-Hat、TDLMS 以及文献[9]中稀疏表示(SR)方法作为对比算法,并采用背景抑制因子(Background Suppression Factor,BSF)、局部信噪比(Local Signal to Noise Ratio,LSNR)和局部信噪比增益(Local Signal to Noise Ratio Gain,LSNRG)作为客观评价指标。其中:

$$BSF = \sigma_{in} / \sigma_{out}, \quad (18)$$

式中: $\sigma_{in}$ 为输入图像的标准差, $\sigma_{out}$ 为输出图像的标准差。

$$LSNR = \frac{P_T}{P_B},$$

式中: $P_T$ 为局部区域内目标最大像素的灰度值,本文中局部区域大小为目标区域大小的 3 倍。 $P_B$ 为目标区域内背景像素的最大值。LSNR 值越大表明局部区域内目标与背景的灰度对比值越大,目标相比背景而言就更为显著,因而检测效果就越好。

$$LSNRG = \frac{LSNR_{out}}{LSNR_{in}}$$

式中: $LSNR_{out}$ 和 $LSNR_{in}$ 分别为算法检测前后局部区域的 LSNR 值。LSNRG 越大,表示算法对图像的 LSNR 增益效果越好。利用 4 组红外视频序列图像进行不同算法的红外图像杂波抑制实验,结果如图 4 所示,调整参数使各测试算法均达到最优效果。

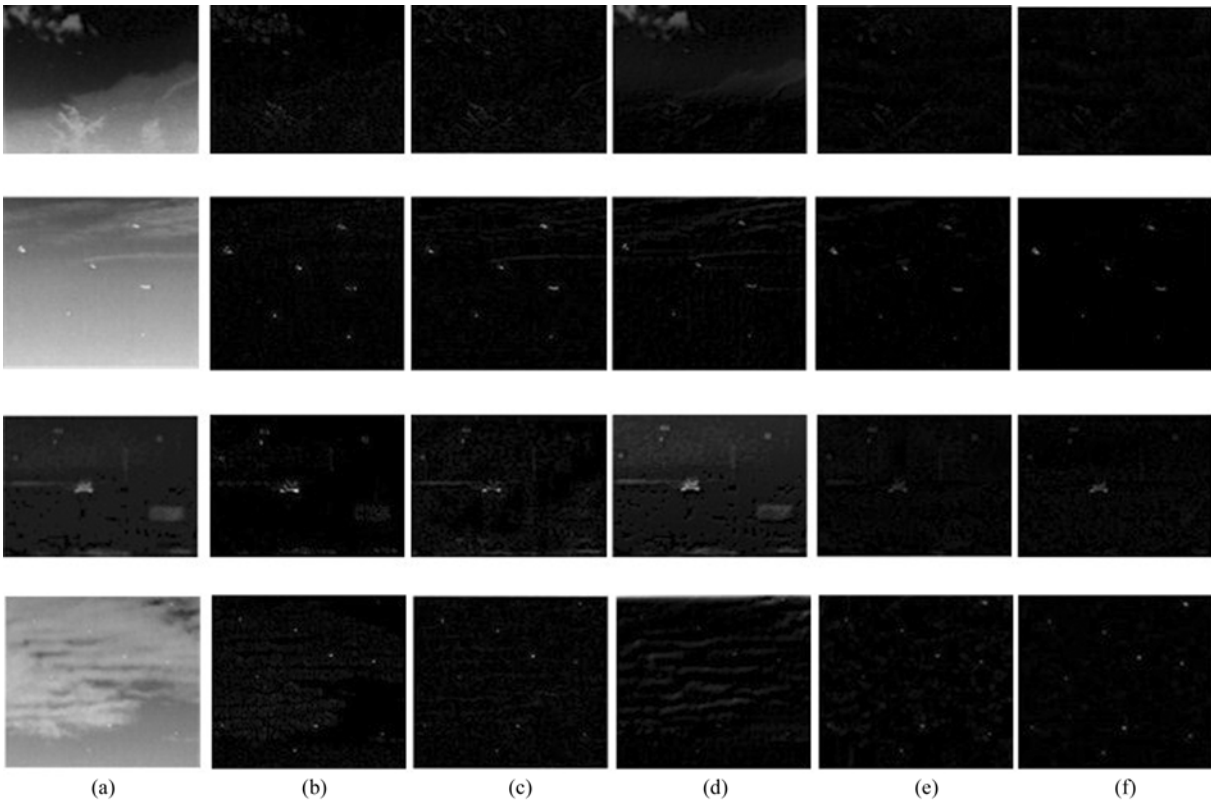


图 4 5 种算法处理结果((a)4 组图像序列的代表图像;(b)滤波模板为  $9 \times 9$  的 Max-Median;(c)滤波模板为  $12 \times 12$  的 Top-Hat;(d) $\mu=10^{-6}$  的 TDLMS;(e)SR;(f)参数分别为: $\lambda=0.07, \beta=0.05; \lambda=0.08, \beta=0.03; \lambda=0.07, \beta=0.01; \lambda=0.10, \beta=0.05$  的低秩三分模型抑制算法)

Fig. 4 Results of different methods((a)Representative images for four groups of synthetic images;(b) Max-Median with filter size of  $9 \times 9$ ;(c)Top-Hat with filter size of  $12 \times 12$ ;(d)TDLMS with parameter  $\mu=10^{-6}$ ;(e)SR;(f)Three-component low-rank matrix decomposition with  $\lambda=0.07, \beta=0.05, \lambda=0.08, \beta=0.03, \lambda=0.07, \beta=0.01$  and  $\lambda=0.10, \beta=0.05$  for the four groups, respectively)

从图 4 可以看出,视频 4 图像中目标穿插在厚厚的云层当中,部分目标处于云层与天空的交界处,这部分目标容易被云层杂波所淹没。本文算法可以检测出所有目标,且图像中含有的云层杂波和噪声最少。对于视频 3,本文算法不仅检测出相应的红外目标,而且对于无关的建筑物和道路目标也进行了有效抑制。而 Top-Hat 和 TDLMS 结果虽然能够将目标和背景区分开来,但含有大量的噪声及背景纹理,不利于下一步的检测工作。而通过视频 2 图像的实验结果可以看出,SR 和本文算法都能够很好地保持目标的基本轮廓,为目标识别提供有用信息,但总体来看,相比其他 4 种算法,基于低秩三分解模型的检测算法在凸出目标的同时,能够更有效地减少背景的残余噪声和杂波。

在低秩稀疏表示模型中,有两个参数( $\lambda$  和  $\beta$ )用来平衡 3 个分量(背景、目标、噪声)的大小关系。以视频 2 的图像杂波抑制实验为例,保持  $\lambda=0.08$  不变,考察不同的  $\beta$  值对于背景抑制因子 BSF 的影响,结果如图 5 所示。

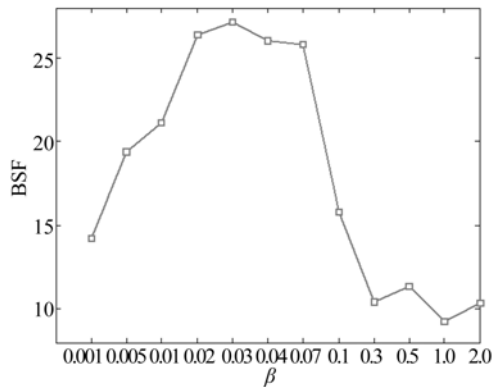


图 5 不同  $\beta$  值对于 BSF 的影响

Fig. 5 Influence of parameter  $\beta$  on BSF

从图 5 可以看出,不同  $\beta$  对于背景抑制因子的影响较大,在  $0.02 \leq \beta \leq 0.07$  内效果较好,对于视频 2,本文取  $\beta=0.03$ 。保持  $\beta=0.03$  不变,不同的  $\lambda$  对于背景抑制因子 BSF 的影响如图 6 所示。

从图 6 可以看出,不同  $\lambda$  对于背景抑制因子的影响较小,对于视频 2,本文取  $\lambda=0.08$ 。

表 1 给出了 4 组仿真图像序列经过 5 种算法处理后的检测概率 BSF、平均局部信噪比 LSNR

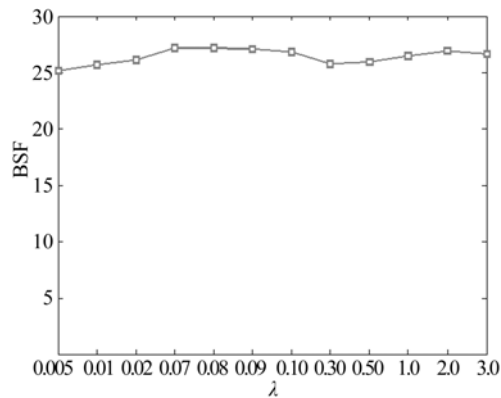


图 6 不同  $\lambda$  值对于 BSF 的影响

Fig. 6 Influence of parameter  $\lambda$  on BSF

以及平均信噪比增益 LSNRG 的对比结果。4 组图像序列原始目标的平均 LSNR 分别为 1.28、1.97、1.42、1.84,表中最好结果用加黑标出。从表中可以看出,和其他 4 种算法相比,本文所提算法的背景抑制因子、LSNR 和 LSNRG 均为最大,说明相比其他算法,本文算法具有更好的目标增强和背景抑制的能力。

表 1 不同算法检测性能对比

Tab. 1 Performance comparison of different methods

指标	方法	1 组	2 组	3 组	4 组
BSF	Max-Median	10.56	15.34	8.34	13.84
	Top-Hat	6.51	11.49	4.23	8.93
	TDLMS	5.53	9.25	2.67	6.58
	SR	20.28	22.68	11.62	23.25
	本文算法	<b>24.64</b>	<b>27.14</b>	<b>16.38</b>	<b>26.84</b>
平均 LSNR	Max-Median	1.73	3.49	1.86	3.37
	Top-Hat	1.59	3.17	1.74	3.07
	TDLMS	1.50	3.01	1.63	2.63
	SR	3.30	6.40	3.09	5.99
	本文算法	<b>4.42</b>	<b>8.45</b>	<b>3.66</b>	<b>8.63</b>
平均 LSNRG	Max-Median	1.35	1.77	1.41	1.83
	Top-Hat	1.24	1.61	1.32	1.67
	TDLMS	1.17	1.53	1.23	1.43
	SR	2.58	3.25	2.34	3.26
	本文算法	<b>3.45</b>	<b>4.29</b>	<b>2.77</b>	<b>4.69</b>

#### 5.4 噪声鲁棒性验证实验

由于噪声对于小目标检测的影响较大,为了验证本文算法对于红外图像噪声的鲁棒性,对测试图像序列前两组添加均值为零方差为 0.01 的

高斯噪声,后两组添加密度为 0.005 的椒盐噪声,并依然选用 BSF、平均 LSNR 和平均 LSNRG 作为评价指标对 5 种算法检测结果进行对比。4 组加噪图像序列的原始平均 LSNR 为 0.66、1.23、0.89、1.37 如表 2 所示

通过表 2 可以看出,在不同噪声的情况下,各项指标均较表 1 有所下降,但和其余算法相比,本文抑制算法的背景抑制因子、平均 LSNR 以及 LSNRG 均最高。和表 1 相比,在添加噪声后,本文抑制算法的 LSNRG 值下降的比例最小,说明

表 2 各组图像加噪后不同算法检测性能的对比结果

Tab. 2 Performance comparison of different methods with different noise levels

指标	方法	1 组	2 组	3 组	4 组
BSF	Max-Median	9.45	19.37	6.84	14.23
	Top-Hat	4.76	14.46	2.85	9.27
	TDLMS	2.87	9.45	1.93	5.81
	SR	16.19	23.73	9.58	23.93
	本文算法	<b>21.52</b>	<b>26.72</b>	<b>11.28</b>	<b>25.19</b>
平均 LSNR	Max-Median	0.75	2.01	1.20	2.35
	Top-Hat	0.81	1.78	1.10	1.95
	TDLMS	0.70	1.57	0.98	1.76
	SR	0.97	3.30	1.54	3.89
	本文算法	<b>1.55</b>	<b>5.08</b>	<b>1.95</b>	<b>6.01</b>
平均 LSNRG	Max-Median	1.14	1.64	1.35	1.69
	Top-Hat	1.21	1.45	1.24	1.43
	TDLMS	1.07	1.28	1.10	1.29
	SR	2.10	2.69	1.69	2.84
	本文算法	<b>3.37</b>	<b>4.13</b>	<b>2.27</b>	<b>4.39</b>

## 参考文献:

- [1] 孙海江,王延杰,陈小林. 基于自适应梯度阈值各向异性滤波抑制红外复杂背景[J]. 光学精密工程, 2014, 22(1):146-151.  
SUN H J, WANG Y J, CHEN X L. Suppression of infrared complex background based on adaptive gradient threshold anisotropic filtering [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(1): 146-151. (in Chinese)
- [2] 李一芒,何昕,魏仲慧,等. 采用降维技术的红外目标检测与识别[J]. 光学精密工程, 2013, 21(5): 1297-1303.  
LI Y M, HE X, WEI ZH H, et al.. Infrared target detection and recognition using dimension reduction technology [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5): 1297-1303. (in Chinese)
- [3] ZENG M, LI J, PENG Z. The design of top-hat morphological filter and application to infrared target detection [J]. *Infrared Phys. Technol.*, 2006, 48(1), 67-76.
- [4] CAO Y, LIU R M, YANG J. Small target detection using Two-Dimensional Least Mean Square (TDLMS) filter based on neighborhood analysis [J]. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2008, 29(2): 188-200.
- [5] DESHPANDE S, ER M H, DONDA V, et al.. Max-mean and max-median filters for detection of

低秩三分解模型对目标的增益能力受噪声的影响较小,对于噪声的鲁棒性要好于其他方法。这是由于本文算法的模型中含有对噪声的建模成分,针对不同噪声类型还可选择相应的模型,能够较为准确地对噪声进行描述。除此之外,本文算法也在一定程度上继承了 LRR 模型对于奇异点的自动纠正特性,这也是其对噪声较好鲁棒性的重要原因。

## 6 结 论

本文以低秩子空间分解为基础,结合信号的稀疏表示理论,提出了一种低秩三分解模型,并基于此模型将杂波抑制问题转化为对图像中的背景成分、噪声成分和目标成分分别进行有效建模分离的过程,从而有效完成了背景杂波抑制及目标检测的任务。本文算法能够使红外图像的局部信噪比提高 2 倍以上,与其他经典算法相比,平均局部信噪比及其增益均提高 10% 以上,抑制因子至少提高 15%,并且对于 2 种不同类型噪声的鲁棒性也优于其他方法。

考虑到字典和模型参数的选择对本文算法性能有较大影响,而文中并未做过多的研究,因此下一步工作考虑采用描述性能更优的字典代替现有字典,并对参数选择规则进行研究,以取得更好的检测效果。本文低秩三分解模型来源于小目标检测的应用,但若选择不同的字典,其应用范围还有待于进一步发掘。

- small targets [C]. *In Proc. Signal and Data Processing of Small Targets*, 1999, 74-83.
- [6] HU T, ZHAO J J, CAO Y, *et al.*. Infrared small target detection based on saliency and principle component analysis [J]. *J. Infrared Millimeter Waves*, 2010, 29(4), 303-306.
- [7] LIU R, ZHI H, Infrared point target detection with Fisher linear discriminant and kernel Fisher linear discriminant [J]. *J. Infrared Millimeter Terahertz Waves*, 2010, 31(12), 1491-1502.
- [8] 穆洽亚, 魏仲慧, 何昕, 等. 采用稀疏表示的红外图像自适应杂波抑制 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7): 1850-1857.
- MU ZH Y, WEI ZH H, HE X, *et al.*. Adaptive clutter suppression of infrared images by using sparse representation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1850-1857. (in Chinese)
- [9] 赵佳佳, 唐峥远, 杨杰, 等. 基于自适应子空间重建的杂波抑制 [J]. *红外与毫米波学报*, 2012, 31(1): 47-51.
- ZHAO J J, TANG ZH Y, YANG J, *et al.*. Cluster suppression based on adaptive subspace reconstruction [J]. *J. Infrared Millimeter Waves*, 2012, 31(1): 47-51. (in Chinese)
- [10] LIU G C, LIN ZH CH, YU Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation [C]. *In Proc. ICML*, 2010, 663-670.
- [11] LIU G C, LIN ZH CH, SUN J, *et al.*. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(1): 171-184.
- [12] CAI J F, CANDLES E J, SHEN Z W. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. *Siam Journal of Optimization*, 2008, 20(4), 1956-1982.
- [13] BERTSEKAS D. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods* [M]. USA: Athena Scientific, 1996.
- [14] ECKSTEIN J, BERTSEKAS D. On the douglas-rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators [J]. *Math. Program*, 1992, 55, 293-318.
- [15] GAO CH Q, MENG D Y. Infrared patch-image model for small target detection in a single image [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(12): 4996-5009.

#### 作者简介:



何玉杰(1987—),男,陕西汉中,博士研究生,2009年于西安电子科技大学获得学士学位,2012年于第二炮兵工程学院获得硕士学位,主要从事红外图像处理、目标红外特性的研究。E-mail: 175534412@qq.com



张金利(1979—),男,甘肃嘉峪关人,讲师,博士研究生,2002年于武警工程大学获得学士学位,2008年于西北工业大学获得硕士学位,主要从事图像处理、通信指挥等方面的研究。E-mail: jlz\_007@sina.com

#### 导师简介:



李敏(1971—),女,河南扶沟人,教授,博士生导师,2001年于二炮工程学院获得硕士学位,2006年于西安交通大学获得博士学位,主要从事信息安全、多源信息融合、图像处理等方面的研究。E-mail: clwn@163.com



姚俊萍(1972—),女,陕西潼关人,讲师,博士研究生,2000年于陕西理工学院获得学士学位,2008年于第二炮兵工程学院获得硕士学位,主要从事红外图像处理,信息安全等方面的研究。E-mail: junpingy200225@163.com