

文章编号 1004-924X(2015)07-1957-08

基于面形斜率的光学自由曲面表征

赵 星^{1*}, 郑 义¹, 张 赞¹, 张 娟¹, 王灵杰², 伍雁雄²

(1. 南开大学 现代光学研究所 光学信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300071;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所

光学系统先进制造技术中国科学院重点实验室, 吉林 长春 130033)

摘要:对光学自由曲面设计的关键问题——光学自由曲面的表征模型进行了研究。在传统高斯径向基模型的基础上, 通过改善基函数的分布特性以及基于面形斜率调整基函数的形状因子, 建立了基于面形斜率的高斯径向基表征模型。利用建立的模型、传统径向基模型和 Zernike 多项式模型拟合了不同类型的自由曲面, 并进行了分析比较。结果证实了文中提出的模型较传统径向基模型的面形拟合精度提高了 1~2 个数量级, 具有较强的面形表征能力。应用该模型进行了离轴三反系统的设计, 结果显示设计的三反系统的全视场平均调制传递函数(MTF)达到 80% 以上。与传统面形表征模型相比, 该模型的应用提高了系统的像差平衡能力, 改善了系统的成像质量。综合分析表明, 该模型适用于表征具有显著非对称性的、面形矢高带有显著区域性变化的自由曲面, 有望应用于具有大离轴量和大视场的光学系统设计中。

关键词:光学自由曲面; 面形拟合; 面形斜率; 高斯径向基; Zernike 多项式

中图分类号: TH703 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152307.1957

Characterization of freeform optical surfaces based on surface slope

ZHAO Xing^{1*}, ZHENG Yi¹, ZHANG Zan¹, ZHANG Juan¹, WANG Ling-jie², WU Yan-xiong²

(1. Key Laboratory of Optical Information Science and Technology of the

Ministry of Education, Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China;

2. Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: zhaoxingtjnk@nankai.edu.cn

Abstract: This paper focuses on the optical freeform surface model in optical design of freeform optical surfaces. Based on the model of conventional Gaussian Radial Basis Function (RBF), a model of Gaussian Radial Basis Function based on slope (Gaussian RBF-BS) was proposed by improving the distribution of basis function and changing the shape factor of basis function. The different types of freeform surfaces were fitted and compared by using models of Gaussian RBF-BS, Gaussian RBF and Zernike polynomials. The results demonstrate that the surface fitting ability of the proposed model is stronger than those of the conventional Gaussian RBF model by 1–2 orders, and it has a stronger surface characteristic ability. Then, the proposed model was used to design a Three Mirror Anastigmat

收稿日期: 2015-01-20; 修订日期: 2015-03-20.

基金项目: 中国科学院科技创新基金重点项目; 国家自然科学基金资助项目 (No. 61108046, No. 11474169)

(TMA) system, where the average Modulation Transfer Function(MTF) in whole field of view has reached over 80%. As compared with that of the conventional model based on the RBF, the proposed model enhances the aberration balance ability and improves the image quality of the system. Further analysis indicates that RBF-BS model is much suitable for the characterization of the freeform surface with significant asymmetry and local variation. It is expected to be applied to the design of optical systems with large off-axis magnitudes and fields of view.

Key words: freeform optical surface; surface fitting; surface slope; Gaussian radial basis function; Zernike polynomial

1 序 言

光学自由曲面^[1]因具有更多的面形自由度和强大的像差平衡能力,而在高分辨率和大视场光学成像系统中具有重要的应用价值。为增加设计自由度,光学自由曲面需要采用更为复杂的面形表达式,因此针对不同类型的光学系统,研究光学自由曲面的表征模型是光学自由曲面设计的关键问题之一。目前,Zernike 多项式是用于表征光学自由曲面面形的主要模型之一^[2-3]。该模型在单位圆内正交且各项系数与赛德尔像差相对应,目前已广泛应用于面形表征、光学设计和检测等领域。然而随着离轴和非对称系统的发展,在利用 Zernike 类型表面开展大视场条件下光学自由曲面的优化设计时,系统的非对称性导致不同轴外视场点像差的补偿越来越困难,难以得到令人满意的成像质量。为此,研究人员使用高斯径向基模型(Gaussian Radial Basis Function, Gaussian RBF)开展了光学自由曲面表征和设计的相关研究,并首次应用到 Ozan Cakmakci 等人设计的头盔显示系统中^[4-7]。研究表明,在设计这种小口径大视场头盔显示光学系统中,基于 Gaussian RBF 设计的离轴反射面的成像质量和畸变控制能力均优于 Zernike 多项式曲面^[4-7]。

在光学自由曲面的优化过程中,面形优化设计的实质是利用阻尼最小二乘法求解表征模型中各项基函数的系数,设计面形与理想面形的接近程度与表征该面形的数理模型的拟合能力有关。表征模型的面形拟合能力越强,该模型表征的曲面越接近理想面形,获得的像质也更好;反之,表征模型的面形拟合能力较差,则优化过程中利用该模型对未知面形的逆向求解也会很困难,甚至

无法完成。所以,模型的面形拟合能力是评估光学自由曲面表征模型的一项重要标准^[8-9]。在 Ozan Cakmakci 提出的 Gaussian RBF 模型中,虽然 RBF 的分布式组成使该模型对某些非对称性光学自由曲面的拟合能力比 Zernike 多项式模型的拟合能力有了一定程度的提高,但模型中所有 RBF 分布及形状均匀一致,这降低了高斯径向基描述曲面的自由度,限制了该模型的面形表征能力,特别是对大矢高非对称性光学自由曲面的拟合表征能力^[6-7]。因此,充分考虑面形特性,建立新的 Gaussian RBF,并进一步提高模型的面形拟合能力,对光学自由曲面表征模型的研究具有重要的意义。

本文根据 Gaussian RBF 的局域性特点,建立了基于面形斜率的高斯径向基模型(Gaussian Radial Basis Function Based on Slope, Gaussian RBF-BS),并利用 Gaussian RBF、Gaussian RBF-BS 和 Zernike 多项式 3 种模型对不同类型的自由曲面进行拟合,比较了不同基函数项数时 3 种模型的拟合精度,通过分析拟合结果对基于面形斜率的 Gaussian RBF 的应用进行了初步探讨。设计结果表明,本文提出的 Gaussian RBF-BS 模型对自由曲面具有更强的表征能力,能够有效地改善系统的像质。

2 Gaussian RBF-BS 模型的建立

一般的 Gaussian RBF 描述光学自由曲面的表达式为:

$$Z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - c^2 r^2}} + \sum_i a_i \varphi_i(x, y) = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - c^2 r^2}} + \sum_i a_i e^{-\xi_i((x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2)}, \quad (1)$$

其中: Z 为自由曲面口径内的矢高;第一项为初始球面项, c 为初始球面曲率, x, y 为直角坐标, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 为对应的径向极坐标;第二项为基函数 φ_i 的叠加项, a_i 为基函数的系数。基函数采用高斯函数的形式, (x_{0i}, y_{0i}) 为基函数的位置参数, ϵ_i 为基函数的宽度参数,称为形状因子(Shape Factor, SF),根据高斯函数的数学性质可知, ϵ_i 与基函数对口径内面形矢高的影响范围有关。 ϵ_i 越大,表示以 (x_{0i}, y_{0i}) 点为中心的基函数 φ_i 对面形矢高的影响范围越小。基函数这种离散的分布特性,以及高斯函数特有的函数曲线分布,使得 Gaussian RBF 较 Zernike 模型具有较高的局域拟合精度,在某些非对称性光学自由曲面的表征中表现出较大的优势。

在传统的 Gaussian RBF 中,基函数中心 (x_{0i}, y_{0i}) 的分布是均匀的。以圆形口径为例,函数中心的分布如图 1(a)所示^[6]。由于高斯函数 $\varphi(x, y)$ 的函数值随着 (x, y) 点与函数中心距离的增大而衰减,图 1(a)中函数中心位于圆形口径外部的基函数,对口径内及口径边缘面形的表征和拟合受到了限制。更为重要的是,传统模型中所有基函数的形状因子 ϵ_i 取值相同,使得基函数对口径内面形矢高的影响范围相同;而对于大离轴量和非对称表面这类面形斜率较大的自由曲面而言,仅靠系数 a_i 的变化很难将矢高的剧烈变化准确表征出来,这极大地制约了 RBF 分布式基函数在非对称性表面拟合中的能力,限制了该模型在大视场自由曲面光学系统中的应用。

针对上述问题,本文提出并建立了基于面形斜率的 Gaussian RBF。首先将图 1(a)中口径外的基函数均匀分布于口径内和口径边缘,以改善模型对于口径内和口径边缘的面形表征和拟合能力。新的基函数中心分布如图 1(b)所示,口径内部和边缘口径基函数的数量与口径内部相邻基函数中心的间隔有关。同时,为满足大离轴量和非对称表面这类具有较大面形斜率自由曲面的高精度拟合要求,根据基函数所处位置面形矢高的平均变化率对传统模型中取值相等的基函数形状因子 ϵ_i 进行了调整。因此,根据口径内和口径边缘相邻函数中心的间隔,将表面划分为多个单元,并以基函数的中心作为单元中心,令单元内基函数的形状因子 ϵ_i 的取值正比于单位面积的面形矢高 PV 值,使基函数的形状因子反映出自由曲面的

局部面形斜率,从而建立了基于面形斜率的 Gaussian RBF-BS 模型。

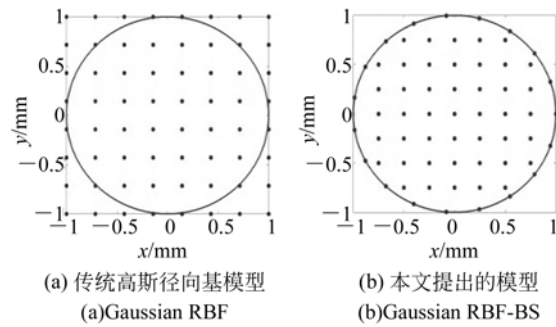


图 1 两类模型的基函数分布比较

Fig. 1 Comparison of basis function distribution between two models

根据基函数形状因子 ϵ_i 与基函数 φ_i 对面形矢高影响范围的关系,当自由曲面中某个区域存在较大的面形矢高变化率时,使用传统的 Gaussian RBF 模型表征光学自由曲面,所有基函数的 ϵ_i 值相等,该区域内基函数对口径内其他区域的拟合会产生较大影响,进而影响自由曲面的拟合精度;而使用 Gaussian RBF-BS 模型进行表征,该区域基函数将取得较大的 ϵ_i 值,基函数的形状会更为细锐,对口径内其他区域的拟合产生的影响很小,因此容易获得较高的拟合精度。

3 光学自由曲面的拟合实验

为了对所提出模型的面形表征能力进行分析,选择两种自由曲面,分别使用 Gaussian RBF、Gaussian RBF-BS 和 Zernike 多项式 3 种模型进行拟合。首先选取圆形口径面形连续变化的光滑曲面作为研究对象,曲面为双曲率自由曲面,其面形表达式如下^[10]:

$$z = \frac{(c_x x^2 + c_y y^2)}{1 + \sqrt{1 - ((1 + k_x) c_x^2 x^2 + (1 + k_y) c_y^2 y^2)}} + \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M A_{nm} x^n y^m, \quad (2)$$

其中: x 方向的顶点曲率和非球面系数分别为 $c_x = -1/452.62713 \text{ mm}^{-1}$, $k_x = 0$; y 方向的顶点曲率和非球面系数分别为 $c_y = -1/443.4353 \text{ mm}^{-1}$, $k_y = 0$ 。采用 34 项 xy 多项式,相应的系数如表 1 所示。

表 1 双曲率自由曲面表达式中的 xy 多项式系数

Tab.1 Coefficients of xy polynomial in double curve freeform surface expression

n	m					
	0	2	4	6	8	10
0	0	6.086975E-5	1.345443E-10	3.310262E-16	1.020537E-21	1.653756E-28
1	0	-9.657166E-8	-4.424293E-13	-1.749391E-18	-6.739667E-24	
2	8.446692E-5	3.881972E-10	1.672236E-15	7.515349E-21	-3.800397E-27	
3	-1.773111E-8	-5.340721E-13	-4.286471E-18	-2.305324E-23		
4	2.103339E-10	1.962740E-15	1.613314E-20	1.939290E-26		
5	-4.450410E-14	-3.972902E-18	-4.548523E-23			
6	1.204820E-15	2.276418E-20	9.938038E-26			
7	-3.751270E-18	-6.515923E-23				
8	1.243271E-20	1.259617E-25				
9	-1.671689E-23					
10	2.740074E-26					

在单位口径内,该自由曲面的面形矢高如图 2(a)所示。在口径内基于 Halton 序列设置了 2 500 个均匀不规则的采样点^[11],利用 Householder 变换法对该曲面进行拟合^[12]。为了充分比较分析 Gaussian RBF、Gaussian RBF-BS 和 Zernike 多项式 3 种模型的拟合能力,3 种表征模型中基函数的项数均取 36,49 和 64,令 Gaussian RBF 模型中的形状因子 $\epsilon_i = 0.707$, Gaussian RBF-BS 模型中所有基函数形状因子的平均值 $\bar{\epsilon} = 0.707$,各模型的拟合结果如表 2 所示。当基函数的个数为 64 时,3 种模型拟合后的矢高误差分别如图 2(b)、(c)、(d)所示。

表 2 双曲率自由曲面拟合结果

Tab.2 Fitting results of double curve freeform surface

	N	拟合结果	
		RMS/m	PV/m
Gaussian RBF $\epsilon = 0.707$	36	4.348 98E-09	4.398 4E-08
	49	2.378 8E-10	3.715 07E-09
	64	1.929 99E-10	2.706 93E-09
Gaussian RBF-BS $\bar{\epsilon} \approx 0.707$	36	5.111 38E-10	6.028 24E-09
	49	6.256 8E-11	7.504 3E-10
	64	3.859 15E-12	5.187 31E-11
Zernike 多项式	36	1.444 8E-12	1.625 78E-11
	49	1.355 19E-13	2.012 93E-12
	64	3.945 77E-15	8.203 72E-14

然后以文献[5]中带有凸起的抛物面为例,研究不同表征模型对面形矢高含有较大局部变化的

自由曲面的拟合精度。抛物面的数学表达式为:

$$z = \frac{(x^2 + y^2)}{80} + 0.05e^{-0.25[(x-7)^2 + (y+6)^2]} + 0.6e^{-0.49[(x+3)^2 + (y-2)^2]} + 0.03e^{-0.81[(x-5)^2 + (y-7)^2]} \quad (3)$$

在单位口径内,该表面的面形矢高如图 3(a)所示,在口径内基于 Halton 序列设置 6 000 个均匀不规则的采样点,同样利用 Householder 变换法对该曲面进行拟合。由于面形矢高中包含局部较大的矢高变化,因此需要较多的基函数项数以满足较高的拟合精度要求。3 种表征模型中基函数的项数均取为 676,729 和 784,令 Gaussian RBF 模型中的形状因子 $\epsilon = 5$, Gaussian RBF-BS

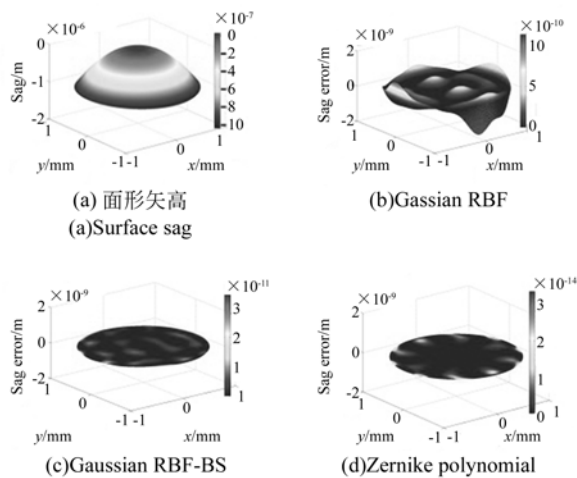


图 2 双曲率自由曲面面形矢高及拟合结果

Fig.2 Sags and fitting results of double curve freeform surface

模型中所有基函数形状因子的平均值 $\bar{\epsilon}=5$,各模型的拟合结果如表 3 所示。当基函数的个数为 784 时,3 种模型拟合后的矢高误差分别如图 3 (b)、(c)、(d)所示。

表 3 带凸起抛物面的拟合结果

Tab. 3 Fitting results of parabolic surface with bump

	N	拟合结果	
		RMS/m	PV/m
Gaussian RBF $\epsilon=5$	676	2.614 43E-08	7.487 56E-07
	729	1.416 81E-08	3.757 73E-07
	784	1.251 06E-08	4.905 84E-07
Gaussian RBF-BS $\bar{\epsilon}\approx 5$	676	8.091 8E-10	2.593 71E-08
	729	5.936 36E-10	1.260 5E-08
	784	5.89237E-10	1.577 88E-08
Zernike 多项式	676	4.001 31E-08	5.608 45E-06
	729	8.432 52E-09	1.002 09E-06
	784	5.722 09E-09	6.748 99E-07

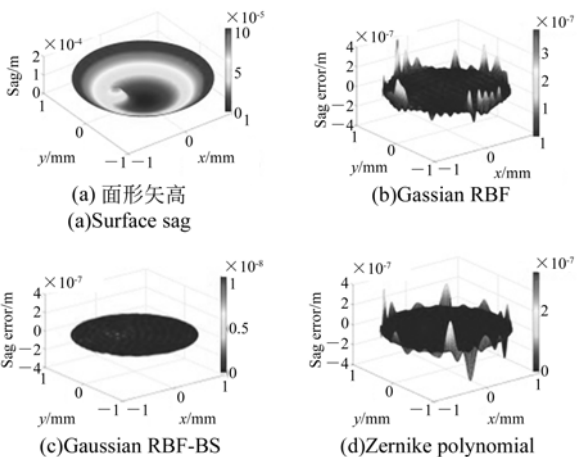


图 3 带凸起的抛物面面形矢高及拟合结果

Fig. 3 Sags and fitting results of parabolic surface with bump

4 分析和讨论

从拟合结果可以看出,对于双曲率自由曲面而言,采用不同的基函数项数,Gaussian RBF-BS 表征模型的拟合精度较 Gaussian RBF 表征模型高 1~2 个数量级,但低于 Zernike 多项式表征模型 2~3 个数量级。而对于带凸起的抛物面,Gaussian RBF-BS 表征模型的拟合精度不仅比 Gaussian RBF 表征模型高 1~2 个数量级,而且还高于 Zernike 多项式表征模型 1 个数量级。

由 Gaussian RBF-BS 模型的建立过程可知,本文在传统 Gaussian RBF 模型的基础上,通过改善基函数的分布特性和基于曲面矢高变化率调整基函数的形状因子,提高了模型的面形拟合能力。因此,在基函数数量相同的情况下拟合上述两种自由曲面,本文提出的 Gaussian RBF-BS 模型的面形拟合能力高于传统的 Gaussian RBF 模型。

与 RBF 模型相比,Zernike 多项式模型基函数中包含正弦或余弦三角函数,它们对全口径内的面形矢高均有明显的影响,因此一般来说,随着基函数项数的增加,其面形拟合能力将会增强。但在上述两种自由曲面的拟合过程中,本文提出的模型与 Zernike 多项式模型在面形拟合能力方面却表现出了较大的差异。仔细分析两种曲面的特点可以发现,双曲率自由曲面在口径内的矢高变化较为平缓,没有表现出明显的矢高局域变化特性;因此 Zernike 多项式模型更容易获得更高的面形拟合精度,而具有较强局域矢高拟合能力的 RBF 模型则需要更多的基函数才能在全口径内达到一定的面形拟合精度。综上所述,本文提出的 Gaussian RBF-BS 模型的面形拟合能力虽然比传统 Gaussian RBF 模型更好,但在以相同数量基函数拟合表征双曲率自由曲面时,仍然无法获得与 Zernike 多项式模型相当的面形拟合能力。

对于第二种带凸起的抛物面而言,口径内的面形矢高在局域范围内出现了强烈的变化,而在其他部分的变化仍较为平缓,这使得 Zernike 多项式在面形拟合过程中很难同时满足矢高剧烈变化区域和平缓变化区域的拟合精度要求。而采用 Gaussian RBF-BS 模型进行表征拟合时,根据基函数形状因子与基函数所在区域矢高变化率的关系可知,该表面中凸起部分对应的基函数形状因子 ϵ_i 较大,使得该区域内基函数的局域性增强,能够在精确拟合剧烈变化矢高的同时对其他区域内平缓变化矢高的拟合产生较小的影响。

为了更加清楚地比较 Gaussian RBF-BS 和 Zernike 多项式模型对带凸起抛物面中面形局部变化的拟合情况,排除口径边缘较大矢高误差的影响,提取图 3(c)和图 3(d)中 0.8 mm 口径内的

矢高误差,如图 4 所示。在 0.8 mm 口径内, Gaussian RBF-BS 模型拟合的 RMS 和 PV 值分别为 0.596 339 4 nm 和 6.882 764 nm,而 Zernike 多项式拟合的 RMS 和 PV 值分别为 2.342 722 nm 和 3.332 009 nm。

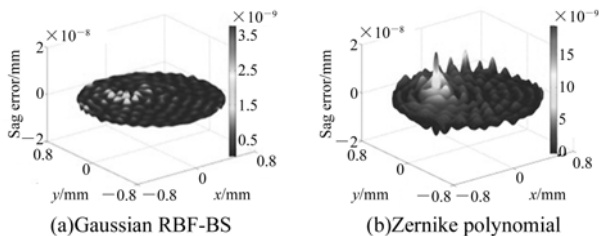


图 4 带凸起的抛物面在 0.8 mm 口径内的拟合结果
Fig. 4 Fitting results of parabolic surface with bump in 0.8 mm aperture

由此可见,在带凸起的抛物面拟合过程中, Gaussian RBF-BS 模型表现出更好的面形拟合能力。值得注意的是,在图 2 和图 3 的面形拟合结果中,所有模型拟合后口径边缘的矢高误差都较大,初步分析表明这与拟合过程中采样点的设置有关,在后续研究中将采用非均匀的拟合采样点分布加以改进。

表 4 Gaussian RBF, Gaussian RBF-BS 和 Zernike polynomial 3 种模型的对比

Tab. 4 Comparison of Gaussian RBF, Gaussian RBF-BS and Zernike polynomial

	RBF-direct	RBF-BS	Zernike 多项式
表达式	函数中心均匀分布,形状因子一致	口径外不分布函数中心,形状因子与面形斜率相关	圆域正交
物理意义	无明显的物理意义	形状因子反映面形斜率	与波像差对应
拟合能力	RBF-BS 模型的拟合能力高于 RBF-direct 模型;对于面形有局部变化的曲面,其拟合能力高于 Zernike 多项式		

综合以上对 3 种模型数学拟合能力的分析与对比,总结 3 种模型的数学性质,结果如表 4 所

示。由表可知,本文提出的 Gaussian RBF-BS 表征模型适用于表征具有显著非对称性的、面形矢高带有显著局域性变化的自由曲面。这类曲面往往应用于大离轴量大视场光学成像系统中,用以补偿局域视场的高级像差,其面形表征和设计使用 Zernike 多项式模型是具有一定难度的,因此本文提出的模型有望在此类系统中得到应用。

5 设计实例

为了进一步说明本文提出模型的实际应用价值,这里以离轴三反系统为例,对系统中的三镜分别用 Gaussian RBF-direct、Gaussian RBF-BS 和 Zernike 多项式 3 种模型进行表征并进一步优化,比较 3 个系统设计结果的成像质量。该离轴三反系统的结构如图 5 所示,其中三镜的离轴量为 37 mm,半口径为 50 mm,系统的有效焦距为 100 mm, F 数为 1,设计工作波长为 632.8 nm,视场为 $2.4^\circ \times 2^\circ$ 。在该二维视场中选取 17 个视场点对系统像质进行综合考察。

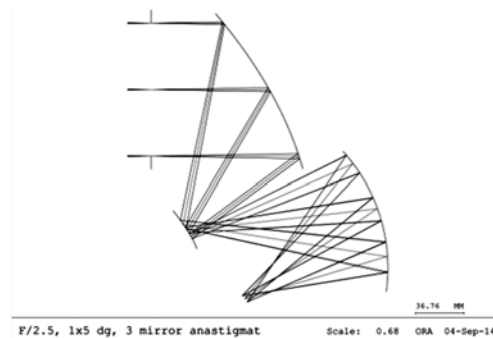


图 5 离轴三反系统结构

Fig. 5 Schematic diagram of Three Mirror Anastigmat (TMA) system

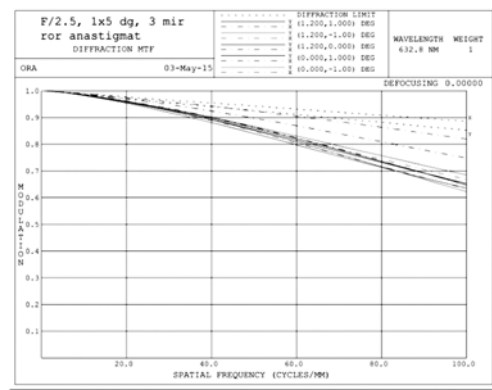
利用光学设计软件 CodeV 对系统进行像质优化。其中 Gaussian RBF-direct 模型和 Gaussian RBF-BS 模型采用自定义面形方式进行设置,系统的成像质量由全视场在 100 lp/mm 处的平均 MTF、最大畸变量和全视场的平均波像差评价,具体结果如表 5 所示。3 种模型优化后的系统 MTF 曲线如图 6 所示。

表 5 3 种模型用于离轴三反系统的像质对比

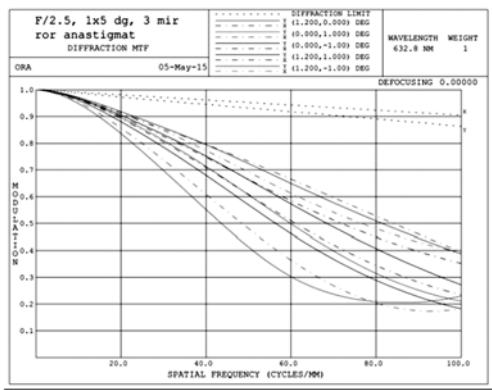
Tab. 5 Comparison of image quality of three models used in TMA system

模型	项数	Average MTF		Max Distortion /%	RMS WFE (λ)/%
		X	Y		
RBF-direct	64	32.82	24.01	3.84	0.449 5
RBF-BS	64	81.41	80.62	2.16	0.102 3
Zernike 多项式	41	77.88	72.27	2.39	0.131 8

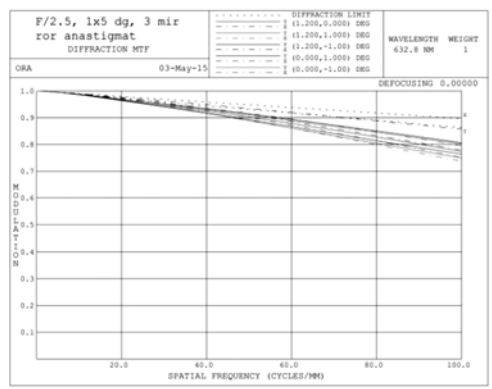
由设计结果可知,由于三镜在口径内的矢高变化较大,因此使用本文提出的 Gaussian RBF-BS 模型进行设计时,该模型较强的面形表征能力提高了系统的像差平衡能力,使系统像质得到了改善。



(c)Zernike 模型对应的系统 MTF 曲线
(c)MTF curve of system designed by Zernike polynomial



(a)RBF-direct 模型对应的系统 MTF 曲线
(a)MTF curve of system designed by RBF-direct model



(b)RBF-BS 模型对应的系统 MTF 曲线
(b)MTF curve of system designed by RBF-BS model

图 6 3 种模型用于离轴三反系统中的像质比较
Fig. 6 Comparison of image quality for TMA system designed by three models

6 结 论

本文在传统 Gaussian RBF 的基础上,通过改善基函数的分布特性以及基于曲面矢高变化率调整基函数的形状因子,建立了基于面形斜率的高斯径向基表征模型(Gaussian RBF-BS)。通过分析比较不同表征模型拟合双曲率自由曲面和带凸起抛物面的结果,证明了所提出的模型较传统径向基模型的面形拟合精度提高了 1~2 个数量级,具有较强的面形表征能力,适用于表征具有显著非对称性、面形矢高带有显著局域性变化的自由曲面。离轴三反系统的设计实例也表明,采用 Gaussian RBF-BS 模型进行面形表征和设计,提高了系统的像差平衡能力,改善了系统的成像质量。未来该模型有望在大离轴量和大视场光学系统设计中获得更广泛的应用。

参考文献:

[1] THOMPSON K P, ROLLAND J P. Freeform optical surfaces: a revolution in imaging optical design [J]. *Opt. Pho. News*, 2012, 23(6): 30-35.

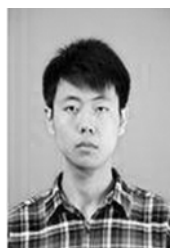
[2] FUERSCHBACH K, ROLLAND J P, THOMPSON K P. A new family of optical systems employing φ -polynomial surfaces [J]. *Opt. Express*, 2011, 19(22): 21919-21928.
[3] 薛栋林,郑立功,张峰. 基于光学自由曲面的离轴三反光学系统[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(12): 2813-

2820.
XUE D L, ZHENG L G, ZHANG F. Off-axis three mirror system based on freeform mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(12): 2813-2820. (in Chinese)
- [4] CAKMAKCI O, MOORE B, FOROOSH H, *et al.*. Optimal local shape description for rotational-ly non-symmetric optical surface design and analysis[J]. *Optical Express*, 2008, 16(3): 1583-1589.
- [5] CAKMAKCI O, VO S, FOROOSH H, *et al.*. Application of radial basis functions to shape description in a dual-element off-axis magnifier[J]. *Optical Letter*, 2008, 33(11): 1237-1239.
- [6] CAKMAKCI O, KAYA I, FASSHAUER G E, *et al.*. Application of radial basis functions to represent optical freeform surfaces [J]. *SPIE-OSA*, 2010, 7652: 76520A-1.
- [7] CAKMAKCI O, FASSHAUER GE, FOROOSH H, *et al.*. Meshfree approximation methods for free-form surface representation in optical design with applications to head-worn displays[J]. *SPIE*, 2008, 7061: 70610D.
- [8] KAYA I, THOMPSON K P, ROLLAND J P. Edge clustered fitting grids for φ -polynomial characterization of freeform optical surfaces[J]. *Optical Express*, 2011, 19(27): 26962-26974.
- [9] KAYA I, THOMPSON K P, ROLLAND J P. Comparative assessment of freeform polynomials as optical surface descriptions [J]. *Opt. Express*, 2012, 20(20): 22683-22691.
- [10] 王超. 自由曲面表征函数及其应用研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2014.
WANG CH. *Research on Characterization Function and Application of free-form Surface*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2014. (in Chinese)
- [11] 黄冬民, 潘泉, 梁新华. 基于随机化 Halton 序列的粒子滤波算法研究[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(1): 91-94.
HUANG D M, PAN Q, LIANG X H. Research of particle filter algorithm based on randomized Halton sequences[J]. *Application Research of Computers*, 2011, 28(1): 91-94. (in Chinese)
- [12] 郝静舟, 雷凡, 周必方, 等. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的几种算法[J]. *光学 精密工程*, 1999, 7(5): 119-128.
YAN J ZH, LEI F, ZHOU B F, *et al.* Several algorithms for wavefront fitting using Zernike polynomials[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1999, 7(5): 119-128. (in Chinese)

作者简介:



赵 星(1980—),男,北京人,博士,副教授,2007年于南开大学获得博士学位,主要从事光学信息处理以及光学系统设计等方面的研究。E-mail: zhaoxingtjnk@nankai.edu.cn



郑 义(1993—),男,浙江温州人,硕士研究生,2012年于南开大学获得学士学位,主要从事光学设计以及光学自由曲面表征模型方面的研究。E-mail: justice@mail.nankai.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)