

文章编号 1004-924X(2015)09-2570-08

加权整体最小二乘在激光跟踪仪转站中的应用

李丽娟^{1*}, 赵延辉¹, 林雪竹^{1,2}

(1. 长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 长春理工大学 机电工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要: 由于利用经典最小二乘原则对激光跟踪仪进行坐标转换时, 系数矩阵中携带的随机测量误差会影响转站精度, 故对激光跟踪仪的转站算法进行了研究。提出了基于线性 EIV 模型 (Errors-in-Variables) 和加权整体最小二乘法 (WTLS) 并利用间接平差形式迭代求解转站参数的方法; 利用 Matlab 进行仿真分析并用 API 公司生产的激光跟踪仪进行实验。仿真结果显示 WTLS 法的单位权中误差的平均值和标准差分别为经典加权最小二乘法 (WLS) 的 4/5 和 1/5; 实验结果显示 WTLS 和 WLS 两种方法的单位权中误差分别为 2.003 5 mm 和 2.225 3 mm; 这些数据证明采用 WTLS 法的转站结果比 WLS 的精度更高且更稳定。该方法可为组建激光跟踪仪测量网络, 优化网络布局奠定基础。

关键词: 激光跟踪仪; 加权整体最小二乘; Error-in-Variable (EIV) 模型; 转站精度; 迭代算法

中图分类号: TH744.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152309.2570

Application of WTLS in coordinate transformation of laser tracker

LI Li-juan^{1*}, ZHAO Yan-hui¹, LIN Xue-zhu^{1,2}

(1. College of Opto-electronic Engineering,

Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. College of Mechanical and Electric Engineering,

Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

* Corresponding author, E-mail: custjuan@126.com

Abstract: The coordinate transformation algorithm of a laser tracker was investigated to solve the problem that random measurement error from the coefficient matrix of classical least square algorithm influences on transformation precision. The linear Errors-in-Variables (EIV) model and Weighted Total Least Square (WTLS) were put forward and the form of indirect adjustment was used to solve the parameters of coordinate transformation in iteration. Simulation experiments using Matlab and practical experiments with API laser tracker were performed. The simulation results indicate that the average value and the standard deviation of mean square error of unit weight of WTLS are 4/5 and 1/5 times of those of traditional Weighted Least Square (WLS) respectively. The results of practical experiments show that mean square errors of unit weight of WTLS and WLS are 2.003 5 mm and 2.225 3 mm, respectively. These results verify that the WTLS achieves higher transformation precision and better stability than those of the WLS. Meanwhile, this method can provide the foundation for establishment of laser tracker measuring networks and optimization of network

收稿日期: 2015-01-20; **修订日期:** 2015-02-27.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2013xx0406)

arrangement.

Key words: laser tracker; Weight Total Least Square (WTLS); Error-in-Variable (EIV) model; transformation precision; iterative algorithm

1 引言

激光跟踪仪是一种新型便携式空间大尺寸三维坐标测量系统,具有测量范围大、精度高、实时快速等优点,在零部件加工制造、大尺寸设备数字化装配和机床及仪器的校准标定等领域得到了广泛应用^[1-4]。利用激光跟踪仪进行空间大尺寸三维坐标测量时,由于受到大尺寸被测件外形的限制,不能在一个站位完成所有测量任务,通常需要多次转站,因此需要对在各个站位下的测量数据进行坐标系转换以统一坐标系^[5]。而在坐标转换过程中由于测量误差、转换模型等因素的影响会产生转换误差,因此坐标转换算法的精度将直接影响着大尺寸空间三维坐标的测量精度,所以研究激光跟踪仪的坐标转换算法和精度是十分必要的。

常用的坐标转换模型及方法有布尔莎(Bursa)七参数、奇异值分解法(SVD)^[6]、四元组法^[7]、罗德里格矩阵(Roderick matrix)法^[8]、经典最小二乘法(LS)、整体最小二乘法(TLS)^[9-10]等。SVD法原理简单,容易实现,缺点是不能保证得到旋转矩阵,特殊性较强;四元组法具有较好的实用性和稳定性,计算过程简单快速;基于罗德里格矩阵的最小二乘迭代法理论精度灵活可靠,便于控制,但最终仍采用最小二乘法求解^[11]。经典最小二乘法的系数矩阵中含有测量数据,因此携带了测量随机误差;而整体最小二乘法采用线性EIV模型(Errors-in-Variables),同时考虑了观测向量和系数矩阵的测量随机误差,相对于经典最小二乘法计算结果更接近于理论值^[12-13]。研究表明,加权算法的精度要高于不加权的^[14],因此本文采用加权整体最小二乘法(WTLS)进行坐标系转换。TLS的解法目前较成熟的是Schaffrin迭代解法,然而在求解加权问题的时候可能受权阵结构的限制,即权阵可能无法实现克罗内克积(Kronecker product)分解^[15],而本文的激光跟踪仪的坐标系转换中权阵的结构不符合克罗内克积的分解要求,因此本文采用间接平差的形式迭代求解转站参数^[16]。

在提高激光跟踪仪的转站精度后,可以着手建立高精度的多站位激光跟踪仪测量网络,并以此为基础优化测量网络。

2 激光跟踪仪转站模型建立

激光跟踪测量系统是一种球坐标测量系统,如图1所示,其基本目标是测量与目标点的距离 d 及水平和垂直方向的偏转角 α 、 β ,其中距离分量由激光干涉仪或相位测距仪测量,角度分量由高精度角度编码器测量^[17]。目标点空间坐标 P 可由公式 $P_{(x,y,z)} = f(d, \alpha, \beta)$ 表示,各分量可表示为:

$$\begin{cases} x = d \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ y = d \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha \\ z = d \cdot \cos \beta \end{cases} \quad (1)$$

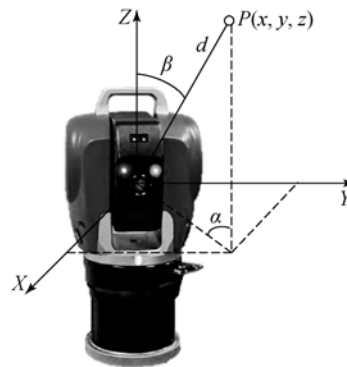


图1 球坐标与空间直角坐标系的关系

Fig. 1 Relationship between spherical coordinate system and spatial rectangular coordinate system

设转站前后的点坐标为 $P(x, y, z)$ 、 $P'(x', y', z')$,对于 N 组转站点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 和 $P'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$,其中 $i=1 \sim N$ (见图2),设平移向量 \mathbf{T} ,由布尔莎7参数法中转站公式 $P' = \mathbf{sR}P + \mathbf{T}$ 可得,对每一个站位有:

$$P'_i = \mathbf{sR}P_i + \mathbf{T} = \mathbf{S}P_i + \mathbf{T}, \quad (2)$$

其中: s 、 \mathbf{R} 、 \mathbf{T} 分别表示比例因子、旋转矩阵和平移向量,表达式分别为 $\mathbf{T} = (t_1, t_2, t_3)^T$, $\mathbf{R} =$

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \mathbf{sR} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}.$$

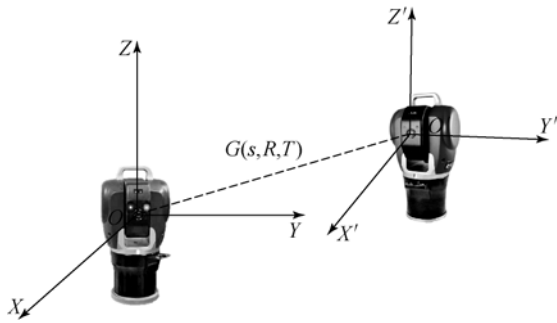


图 2 激光跟踪仪转站

Fig. 2 Station transformation of laser tracker

为了便于求解,转换表达形式,将 x, y, z 作为系数矩阵中的元素, r_i (其中 $i=1\sim 9$) 作为待估计值,即:

$$L_i = A_i \xi, \tag{3}$$

其中:观测向量 $L_i = P_i' = (x_i', y_i', z_i')^T$,

系数矩阵:

$$A_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & z_i & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

待求参数向量:

$$\xi = [r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4 \ r_5 \ r_6 \ r_7 \ r_8 \ r_9 \ t_1 \ t_2 \ t_3].$$

3 加权整体最小二乘法(WTLS)数学模型及其求解

经典最小二乘法采用仅考虑观测值误差的高斯-马尔科夫模型(G-M 模型),认为系数矩阵 A 是理论准确的。而实际测量中激光跟踪仪转站时所做的坐标转换的系数矩阵 A 中含有坐标测量数据,见公式(3),因此携带了激光跟踪仪的测量随机误差,使待估计值的求解结果偏离实际。而整体最小二乘法采用线性 EIV 模型(Errors-in-Variables),同时考虑了观测向量 L 和系数矩阵 A 中含有的随机误差,使待估计值的解算结果更加贴近真实值。

线性 EIV 模型(Errors-in-Variables)可表示为:

$$L + e_L = (A + E_A) \xi, \tag{4}$$

式中: L 和 A 分别表示观测向量和系数矩阵的真值, ξ 表示转站参数向量, E_A 表示系数矩阵 A 的误差矩阵, e_L 表示观测向量 L 的误差向量,有 $e_L \sim N(0, \sigma_L^2 Q_L)$ 和 $e_A = \text{vec}(E_A) \sim N(0, \sigma_A^2 Q_A)$, $\text{vec}(E_A)$ 表示按列拉伸后的向量, vec 表示拉直算子, Q_L, Q_A 分别表示 L 和 A 的协方差矩阵。

如果把 e_L 看作是 关于 ξ 和 e_A 的非线性函数,则式(4)展开并忽略二次及以上的极小项后转化为:

$$e_L (\xi^0 + \delta\xi, e_A^0 + \delta e_A) = (A + E_A^0) \xi^0 + (A + E_A^0) \delta\xi + (\xi^{0T} \otimes I_N) \delta e_A - L. \tag{5}$$

其中: \otimes 表示克罗内克积, ξ_0, e_A^0 表示初始值, $\delta\xi, \delta e_A$ 表示改正值, $\xi = \xi_0 + \delta\xi, e_A = e_A^0 + \delta e_A$ 。总体最小二乘问题就转化为间接平差问题。

对于线性 EIV 模型应采用总体最小二乘估计,式(4)的目标函数可以表示为:

$$\varphi = e_L^T P_L e_L + e_A^T P_A e_A = \min. \tag{6}$$

根据加权整体最小二乘的极值条件可以构建拉格朗日极值条件式:

$$\begin{aligned} \varphi(e_L, e_A, \lambda, \mu, \delta\xi, \delta e_A) = & e_L^T P_L e_L + e_A^T P_A e_A + 2\mu^T (e_A - e_A^0 - \delta e_A) + \\ & 2\lambda^T (e_L + L - (A + E_A^0) \xi^0 - \\ & (A + E_A^0) \delta\xi - (\xi^{0T} \otimes I_N) \delta e_A). \end{aligned} \tag{7}$$

假设公式(7)中的函数连续,对其各分量求导并令其等于零,经过一系列求解化简,有:

$$\zeta = (B^T P B)^{-1} B^T \tilde{P} \tilde{L}. \tag{8}$$

其中:

$$B = \begin{bmatrix} A + E_A^0 & \xi^{0T} \otimes I_N \\ 0 & I_{12N} \end{bmatrix}, \zeta = \begin{bmatrix} \delta\xi \\ \delta e_A \end{bmatrix},$$

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} L - (A + E_A^0) \xi^0 \\ -e_A^0 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} P_L & 0 \\ 0 & P_A \end{bmatrix}.$$

加权整体最小二乘法间接平差形式迭代求解流程设计如图 3 所示。

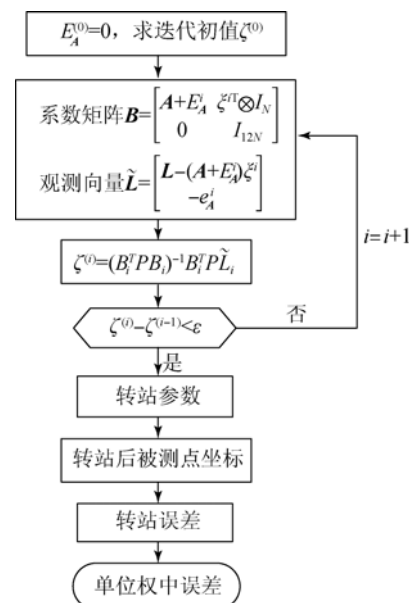


图 3 加权整体最小二乘法迭代求解流程

Fig. 3 Flow chart of iterative solution to WTLS

单位权中误差:

$$\sigma = \sqrt{\frac{e_L^T P_L e_L + e_A^T P_A e_A}{n-m}}, \quad (9)$$

其中: n 为观测数, m 为未知量个数。

4 仿真实验

通过 MATLAB 仿真分析该方法的精度和稳定性。在 10 m^3 的空间内随意生成 6 个被测点,设为站位 A,设置比例因子 s 、旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移向量 \mathbf{T}_0 ,求出转站后测量的 6 个对应点,设为站位 B。在这 6 组点上施加服从正态分布的均值为 0,标准差为 0.1 mm 的随机测量误差,做 10 次测量,然后求出这 10 次测量的最佳估计值作为测量

值,迭代求解所测量的 6 组空间点的坐标转换参数,即比例因子与旋转矩阵的乘积 S 和平移向量 \mathbf{T} ,直至两次转换参数的差值的范数小于阈值 ϵ ,并求出转站误差。做 20 次仿真实验,表 1~4 为其中一次实验的数据。分别用 WTLS 和 WLS 方法求解,比较两种方法的转站精度。

比例因子 $s=1$;

旋转矩阵:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.716882 & -0.697192 & 0.001681 \\ 0.697191 & 0.716871 & -0.004548 \\ 0.001966 & 0.004432 & 0.999988 \end{bmatrix};$$

平移向量:

$$\mathbf{T}_0 = [-1707.886513 \quad 2624.108865 \quad 17.755234]^T.$$

表 1 站位 A、B 中被测点的坐标

Tab. 1 Coordinates of measuring points at station A and B

(mm)

序号	站位 A 被测点坐标			序号	站位 B 被测点坐标		
	X	Y	Z		X'	Y'	Z'
P ₁	-835.609 6	-4 201.305 8	1 448.409 0	P' ₁	4 040.404 6	-6 225.070 0	1 410.373 4
P ₂	7.888 2	-4 188.491 0	3 184.878 7	P' ₂	4 639.077 6	-5 635.701 8	3 148.537 3
P ₃	334.834 6	-4 123.669 8	-405.864 1	P' ₃	4 822.230 8	-5 344.958 6	-441.232 3
P ₄	-3 695.454 8	2 071.247 5	-2 410.793 6	P' ₄	-2 389.428 3	-3 704.765 1	-2 426.605 4
P ₅	-1 793.151 3	-877.594 8	-1 839.021 8	P' ₅	1 031.169 3	-4 495.036 2	-1 864.169 8
P ₆	-2 697.080 3	-4 147.599 0	-4 234.622 3	P' ₆	2 658.952 7	-7 458.523 4	-4 276.011 4

表 2 施加噪声后,站位 A、B 中被测点的坐标平均值

Tab. 2 Average of coordinates of measuring points with noise at station A and B

(mm)

序号	施加噪声后站位 A 被测点坐标平均值			序号	施加噪声后站位 B 被测点坐标平均值		
	nX	nY	nZ		nX'	nY'	nZ'
P ₁	-835.485 0	-4 201.584 6	1 448.586 6	P' ₁	4 040.174 2	-6 224.998 5	1 410.472 9
P ₂	8.376 9	-4 188.638 1	3 185.136 9	P' ₂	4 639.618 9	-5 635.558 2	3 149.300 5
P ₃	334.892 3	-4 123.447 5	-405.858 0	P' ₃	4 822.612 6	-5 345.106 9	-441.200 7
P ₄	-3 695.733 2	2 071.411 2	-2 410.921 7	P' ₄	-2 389.185 4	-3 704.245 0	-2 425.932 7
P ₅	-1 792.684 0	-877.272 2	-1 839.443 1	P' ₅	1 031.257 2	-4 495.588 1	-1 863.811 6
P ₆	-2 697.219 1	-4 147.869 2	-4 235.036 1	P' ₆	2 658.505 1	-7 459.004 1	-4 275.345 8

表 3 WTLS 和 WLS 两种方法的解算结果

Tab. 3 Results of WTLS and WLS

(mm)

方法	序号	站点 A 被测点转站后坐标值			序号	站点 A 转站误差		
		nX'	nY'	nZ'		$\delta nXX'$	$\delta nYY'$	$\delta nZZ'$
WTLS	P'_1	4 040.437 9	-6 225.046 2	1 410.895 0	PP'_1	0.263 7	-0.047 7	0.422 0
	P'_2	4 639.443 2	-5 635.316 5	3 148.917 2	PP'_2	-0.175 7	0.241 7	-0.383 3
	P'_3	4 822.403 5	-5 345.661 2	-4 41.036 2	PP'_3	-0.209 1	-0.554 3	0.164 6
	P'_4	-2 389.633 5	-3 704.475 4	-2 425.840 1	PP'_4	-0.448 1	-0.230 3	0.092 6
	P'_5	1 031.493 7	-4 494.802 2	-1 864.013 9	PP'_5	0.236 5	0.785 9	-0.202 3
	P'_6	2 658.575 0	-7 459.166 6	-4 275.522 3	PP'_6	0.069 9	-0.162 5	-0.176 5
WLS	P'_1	4 040.343 7	-6 224.886 0	1 410.923 7	PP'_1	0.169 6	0.112 5	0.450 8
	P'_2	4 639.361 5	-5 635.159 7	3 148.939 9	PP'_2	-0.257 4	0.398 5	-0.360 6
	P'_3	4 822.311 4	-5 345.614 1	-440.987 5	PP'_3	-0.301 2	-0.507 2	0.213 2
	P'_4	-2 389.620 1	-3 704.369 1	-2 425.871 4	PP'_4	-0.434 7	-0.124 1	0.061 4
	P'_5	1 031.455 3	-4 494.732 8	-1 864.004 6	PP'_5	0.198 1	0.855 3	-0.193 0
	P'_6	2 658.448 0	-7 459.047 2	-4 275.468 5	PP'_6	-0.057 1	-0.043 1	-0.122 7

表 4 WTLS 和 WLS 两种方法求出的转站参数

Tab. 4 Parameters of coordinate transformation solved by WTLS and WLS

	WTLS			WLS		
	S	0.717 218	-0.697 025	0.001 610	0.717 224	-0.697 003
	0.696 698	0.716 835	-0.004 300	0.696 642	0.716 817	-0.004 275
	0.001 776	0.004 410	0.999 952	0.001 783	0.004 400	0.999 945
T	1 708.720 229	-2 624.893 784	-17.606 492	1 708.720 229	-2 624.893 784	-17.606 492

20 次仿真实验中,WTLS 和 WLS 两种方法单位权中误差统计如图 4 所示。

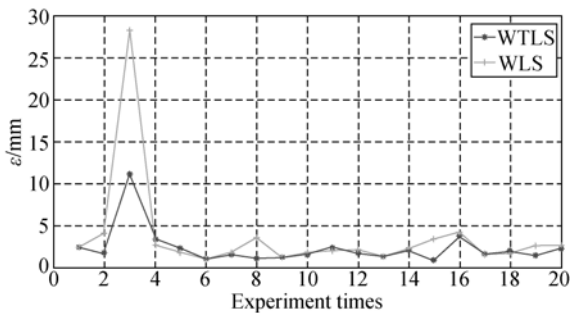


图 4 WTLS 和 WLS 两种方法单位权中误差统计

Fig. 4 Statistical results of mean square error of unit weight in WTLS and WLS

表 5 WTLS 和 WLS 两种方法的单位权中误差的平均值和标准差

Tab. 5 Average value and standard deviation of mean square error of unit weight in WTLS and WLS

(mm)

单位权中误差	WTLS	WLS
平均值	1.994 6	2.573 9
标准差	0.695 9	-4.264 2

由图 4 和表 5 可以看出,WTLS 法的单位权中误差的平均值和标准差分别约为 WLS 的 4/5 和 1/5,因此 WTLS 法的转站精度要高于 WLS 法,且结果更稳定。在第三次实验中,两种方法同时出现峰值,可能是由于实验施加噪声较大,但 WTLS 法峰值远小于 WLS 法,证明 WTLS 法抗

干扰性强,稳定性高。

5 实 验

对 5 m³ 的空间内中的 2 个站位 A 和 B 分别测量 6 组被测点(见表 6),每个点测量 10 次,然后求出这 10 次测量的最佳估计值作为测量值,迭

代求解所测量的 6 组空间点的坐标转换参数比例因子与旋转矩阵的乘积 **S** 和平移向量 **T**(见表 7),直至前后两次转换参数的差值的范数小于阈值 $\epsilon < 2 \times 10^{-16}$,此时,转站误差小于 0.01 mm,满足激光跟踪仪的测量精度要求,并求出转站误差。分别用 WTLS 和 WLS 两种方法求解(见表 8),并比较两种方法的转站精度。

表 6 站位 A、B 两组被测点坐标的最佳估计值

Tab. 6 Optimum estimated value of coordinates of measuring points at station A and B (mm)

序号	站位 A 被测点坐标			序号	站位 B 被测点坐标		
	X	Y	Z		X'	Y'	Z'
P' ₁	538.028 4	584.885 8	-1 172.901 4	P' ₁	-2 067.908 1	2 167.163 5	-1 153.318 2
P' ₂	-1 122.619 9	2 041.834 8	-302.271 8	P' ₂	-4 256.060 4	1 881.749 3	-276.415 2
P' ₃	-2 558.044 6	598.091 4	-305.877 7	P' ₃	-4 120.360 0	-149.625 0	-282.904 1
P' ₄	-1 312.232 9	193.724 8	-1 170.075 6	P' ₄	-2 996.453 7	519.645 0	-1 149.710 6
P' ₅	-206.225 2	-503.660 9	-1 174.272 7	P' ₅	-1 742.305 9	889.346 2	-1 157.228 4
P' ₆	-1 519.741 6	-1 097.189 5	-1 178.199 7	P' ₆	-2 164.374 6	-488.859 0	-1 161.551 7

表 7 WTLS 和 WLS 两种方法求出的转站参数

Tab. 7 Parameters of coordinate transformation solved by WTLS and WLS

	WTLS			WLS		
	S	T		S	T	
	0.660 567	-0.75 0762	0.003 032	0.660 568	-0.750 761	0.003 032
	0.750 772	0.660 565	-0.001 224	0.750 770	0.660 564	-0.001 225
	-0.001 073	0.003 060	1.000 038	-0.001 075	0.003 059	1.000 038
	-1 980.645 926	1 375.437 303	18.413 751	-1 980.645 926	1 375.437 303	18.413 751

表 8 WTLS 和 WLS 两种方法的解算结果

Tab. 8 Results of WTLS and WLS

(mm)

方法	序号	站位 A 被测点转站后坐标值			序号	站位 A 转站误差		
		nX'	nY'	nZ'		$\delta nXX'$	$\delta nYY'$	$\delta nZZ'$
WTLS	P' ₁	-2 067.908 1	2 167.164 9	-1 153.319 4	PP' ₁	0.000 0	0.001 4	-0.001 1
	P' ₂	-4 256.060 8	1 881.740 2	-276.417 6	PP' ₂	-0.000 4	-0.009 0	-0.002 4
	P' ₃	-4 120.358 8	-149.617 7	-282.901 7	PP' ₃	0.001 3	0.007 4	0.002 4
	P' ₄	-2 996.453 0	519.650 4	-1 149.705 8	PP' ₄	0.000 6	0.005 4	0.004 8
	P' ₅	-1 742.302 4	889.346 5	-1 157.223 2	PP' ₅	0.003 5	0.000 3	0.005 2
	P' ₆	-2 164.381 6	-488.863 8	-1 161.557 7	PP' ₆	-0.007 1	-0.004 8	-0.006 0
WLS	P' ₁	-2 067.907 6	2 167.164 4	-1 153.321 0	PP' ₁	0.000 5	0.000 9	-0.002 8
	P' ₂	-4 256.059 8	1 881.740 4	-276.418 0	PP' ₂	0.000 5	-0.008 8	-0.002 8
	P' ₃	-4 120.360 6	-149.614 5	-282.897 5	PP' ₃	-0.000 6	0.010 5	0.006 6
	P' ₄	-2 996.454 6	519.652 6	-1 149.703 4	PP' ₄	-0.001 0	0.007 6	0.007 2
	P' ₅	-1 742.303 7	889.347 6	-1 157.222 0	PP' ₅	0.002 2	0.001 5	0.006 4
	P' ₆	-2 164.384 7	-488.860 5	-1 161.553 2	PP' ₆	-0.010 2	-0.001 4	-0.001 5

WTLS 和 WLS 两种方法得出的单位权中误差分别为: $\sigma_{\text{WTLS}}=2.0035$ 和 $\sigma_{\text{WLS}}=2.2253$ 。实验证明了 WTLS 法的转站精度高于 WLS 法。

6 结 论

本文采用加权整体最小二乘法(WTLS)迭代求解坐标转换参数,通过 20 次 Matlab 仿真实验对比了 WTLS 和 WLS 两种方法的转站求解精度。仿真结果显示 WTLS 法的转站精度要高于 WLS 法,且结果更稳定,使用 API 生产的激光跟踪仪进行实物实验,结果显示 WTLS 和 WLS 两种方法得出的单位权中误差分别为 2.0035 和

2.2253,证明 WTLS 法的转站精度确实要高于 WLS 法,提高了激光跟踪仪的转站精度。同时,此种方法还可为组建激光跟踪仪测量网络优化网络布局奠定基础。

7 致 谢

衷心感谢我的导师李丽娟教授,本文是在她的悉心指导下完成的,她严谨治学的态度给我留下了深刻的印象,并对我产生了深远的影响。

感谢林雪竹师姐,她给了我很多建议以及帮助,使本文能顺利完成。感谢实验室所有给予我帮助的老师、同学。

参考文献:

- [1] 陈洪芳,闫昊,石照耀. 面向特大型齿轮的激光跟踪多站定位[J]. 光学精密工程,2014,22(9):2375-2380.
CHEN H F, YAN H, SHI ZH Y. Laser tracking multi-station positioning method for Mega-gear [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(9): 2375-2380. (in Chinese)
- [2] 黄鹏,王青,俞慈君,等. 飞机航炮的数字化校准分析[J]. 光学精密工程,2013,21(12):3102-3110.
HUANG P, WANG Q, YU J, et al.. Accuracy analysis for digital boresighting of aircraft gun [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(12): 3102-3110. (in Chinese)
- [3] 李锐钢. 基于激光跟踪仪标定五轴数控加工中心主轴[J]. 光学精密工程,2012,20(3):477-483.
LI R G. Calibration of tool spindle for 5-axis CNC machine using laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(3): 477-483. (in Chinese)
- [4] 欧阳健飞,刘万里,闫勇刚,等. 激光跟踪仪坐标测量精度的研究[J]. 红外与激光工程,2008(S1):15-18.
OUYANG J F, LIU W L, YAN Y G, et al.. Coordinate measuring accuracy of laser tracker [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008 (S1): 15-18. (in Chinese)
- [5] 林嘉睿. 大型复杂物体组合测量方法研究[D]. 天津:天津大学,2012.
LIN J R. *Research on the Combined Measurement Method of Large Complex Objects* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- [6] 林嘉睿,郝继贵,郭寅,等. 现场大空间测量中精密三维坐标控制网的建立[J]. 机械工程学报,2012(4):6-11.
LIN J R, ZHU J G, GUO Y, et al.. Establishment of Precise Three-dimensional coordinate control network in field large-space measurement [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012(4): 6-11. (in Chinese)
- [7] 杨化超,卢晓攀,王永波,等. 摄影测量共线方程的单位四元数描述[J]. 中国图象图形学报,2012(3):301-308.
YANG H CH, LU X P, WANG Y B, et al.. Unit quaternion based description of collinearity equations [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2012 (3): 301-308. (in Chinese)
- [8] 姚吉利,韩保民,杨元喜. 罗德里格矩阵在三维坐标转换严密解算中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2006,12:1094-1096,1119.
YAO J L, HAN B M, YANG Y X. Applications of lodrigues matrix in 3D coordinate transformation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2006, 12: 1094-1096, 1119. (in Chinese)
- [9] 葛旭明,伍吉仓. 三维基准转换的约束加权混合整体最小二乘的迭代解法[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2012(2):178-182.
GE M X, WU J C. Iterative solution to CWLS-TLS of 3D coordinate transformation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012 (2): 178-182. (in Chinese)
- [10] 官云兰,刘绍堂,周世健,等. 基于整体最小二乘的稳健点云数据平面拟合[J]. 大地测量与地球动力学,2011(5):80-83.
GUAN Y L, LIU SH T, ZHOU SH J, et al.. Robust plane fitting of point clouds based on TLS [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2011

- (5):80-83. (in Chinese)
- [11] 杨凡,李广云,王力. 三维坐标转换方法研究[J]. 测绘通报,2010(6):5-7,15.
YANG F, LI G Y, WANG L. Research on the methods of calculating 3D coordinate transformation parameters [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2010(6):5-7,15. (in Chinese)
- [12] 杨仕平,范东明,龙玉春. 基于整体最小二乘法的任意旋转角度三维坐标转换[J]. 大地测量与地球动力学,2013(2):114-119.
YANG SH P, FAN D M, LONG Y CH. Three-dimensional coordination transformation adapted to arbitrary rotation angle based on total least squares method [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2013(2):114-119. (in Chinese)
- [13] 许起铃,姚宜斌,张豹,等. 基于整体最小二乘的参数估计新方法及其精度评定[J]. 测绘通报,2011(10):1-4.
XU CH Q, YAO Y B, ZHANG B, et al. . New method of parameters estimation and accuracy evaluation based on TLS [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2011(10):1-4. (in Chinese)
- [14] 周拥军,邓才华. 加权和不加权 TLS 方法及其在不等精度坐标变换中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2012(8):976-979,1007.
ZHOU Y J, DENG C H. Weighted and unweighted total least square methods and applications to heteroscedastic 3D coordinate transformation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012(8):976-979,1007. (in Chinese)
- [15] 刘经南,曾文宪,徐培亮. 整体最小二乘估计的研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2013(5) 505-512.
LIU J N, ZENG W X, XU P L. Overview of total least squares methods [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013(5): 505-512. (in Chinese)
- [16] 胡川,陈义. 解加权总体最小二乘平差问题的一种新方法[J]. 大地测量与地球动力学,2012(6): 106-110.
HU CH, CHEN Y. An Innovated algorithm for solution of weighted total least squares adjustments [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2012(6):106-110. (in Chinese)
- [17] 周维虎,费业泰,李百源,等. 激光跟踪仪几何误差修正[J]. 仪器仪表学报,2002(1):56-59,63.
ZHOU W H, FEI Y T, LI B Y, et al. . The correction of geometric error for laser tracker [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2002(1): 56-59,63. (in Chinese)

作者简介:



李丽娟(1972—),女,河南南阳人,教授,博士生导师,1995年于长春光学精密机械学院获得学士学位,1998年于沈阳理工大学获得硕士学位,2005年于长春理工大学获得博士学位,现为光电测控技术研究所所长。主要研究方向为现代精密测试计量技术与数字化制造装配等。E-mail: custjuan@126.com



赵延辉(1990—),男,河南宝丰人,硕士研究生,2013年于长春理工大学获得学士学位,研究方向为现代测试计量技术与质量控制。E-mail: zyh_918@126.com

(版权所有 未经许可 不得转载)