

文章编号 1004-924X(2015)增-0000-08

基于光强传输方程的相位恢复条件

刘贝贝, 于瀛洁*, 伍小燕, 周文静
(上海大学精密机械工程系, 上海 20002)

摘要: 由于基于光强传输方程的相位恢复技术对照明方式、记录系统和样本有一定的选择性, 本文通过理论分析和数值模拟分析了光强传输方程相位恢复的适用条件, 并通过实验验证了适用条件的有效性。分析认为相位恢复技术需满足照明光的广义相位为常数; 记录系统为远心光路结构; 样本为光通过时强度变化较小的物体。利用 $4f$ 记录系统和无限远校正光学显微镜系统对微刻玻璃样本进行了验证实验。结果显示: $4f$ 系统恢复的微刻玻璃样本的平均深度为 $1.41 \mu\text{m}$, 与激光共聚焦显微镜的测量结果 $1.59 \mu\text{m}$ 偏差较大; 显微镜系统恢复的微刻玻璃样本的平均深度为 $1.56 \mu\text{m}$, 与激光共聚焦显微镜的测量结果 $1.59 \mu\text{m}$ 比较吻合。实验证明, $4f$ 记录系统和无限远校正光学显微镜系统可以有效恢复出物体的相位, 且显微镜系统恢复的相位质量更高。

关键词: 显微测量; 相位恢复; 光强传输方程; $4f$ 系统; 显微镜系统

中图分类号: O436.1; TH742 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152313.0000

Applicable conditions of phase retrieval based on transport of intensity equation

LIU Bei-bei, YU Ying-jie*, WU Xiao-yan, ZHOU Wen-jing

(Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

* Corresponding author, E-mail: yingjieyu@staff.shu.edu.cn

Abstract: As phase retrieval based on the Transport of Intensity Equation (TIE) is selective about lighting, recording systems and samples. this paper analyzes the applicable conditions of phase retrieval based on the TIE through theoretical analysis and numerical simulation, and verifies the effectiveness of the applicable conditions. It points out that the phase retrieval is suitable for objects with little intensity variation especially. The generalized phase of the lighting need to be a constant. and the recording systems are of infinity optical structure. Two experiments are conducted in a $4f$ system and an infinity optical microscope system for a micro-engraved glass sample. The results show that recovered average depth of the $4f$ recording system is $1.41 \mu\text{m}$ and that of the infinity optical microscope system is $1.56 \mu\text{m}$. The result of the infinity optical microscope system is very close to that of the laser scanning confocal microscope. It concludes that the phase of the object can be effectively recovered by the $4f$ recording system and the infinity optical microscope system, and the phase retrieval accuracy of the microscope system is higher.

Key words: microscopic measurement; phase retrieval; Transport of Intensity Equation (TIE); $4f$ system;

收稿日期: 2015-05-11; 修订日期: 2015-05-31.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51175318, No. 61235002)

microscopic system

1 引言

干涉检测法是经典的定量相位测量方法。该类方法要求物光和参考光有较高的相干性,所以实验装置比较复杂并且对实验环境要求很高^[1]。此外,该方法还需对获得的相位进行解包裹,而解包裹算法通常很复杂且需要进行误差补偿^[2-3]。相位恢复技术可直接从测量的强度信息中恢复出相位信息,因此得到了人们越来越多的关注。由强度来恢复相位的相位恢复技术主要分为迭代法^[4-6]和光强传输(Transport of Intensity Equation, TIE)法^[7-8]。相比于迭代不确定性以及收敛可能陷入停滞等缺点,1983年 Teague^[7]提出的基于 TIE 的相位恢复是一种非迭代的定量相位恢复法。TIE 是描述相位和轴向光强导数的一个二次偏微分方程。目前,求解 TIE 的经典方法主要有格林函数法^[7]、多重网格法^[9]、快速傅里叶变换法^[10]和 Zernike 多项式法^[11]。其中,快速傅里叶变换法可以快速、简单、有效地恢复出相位,所以本文采用快速傅里叶变换法进行模拟和实验。

研究发现,基于 TIE 的相位恢复技术并不适用于任意的照明方式和样本,它对照明方式、记录系统和样本有一定的选择性。基于 TIE 的相位恢复技术求解的相位实际是物体像平面的相位,并不是物体的真实相位,所以要获得物体的真实相位,必须对照明光进行控制^[12]。本文通过理论分析说明基于 TIE 的相位恢复法需满足照明光的广义相位为常数,对常见的相干光平面波照明、对称柯勒照明或部分相干高斯-谢尔模型腰部光束成像进行了实验,结果表明相干光平面波照明和对称柯勒照明可以恢复出物体的相位。本文分析了采用实际搭建的系统进行实验及直接使用显微镜进行实验二者之间的关系,并通过实验验证了基于 TIE 的相位恢复法适用于远心光路结构。文献[13-15]分别以马克杯、苹果、微透镜阵列、活体巨噬细胞为样本进行了相位恢复实验,从实验结果来看,基于 TIE 的相位恢复对样本也有一定的选择性。本文通过数值模拟分析了不同强度对相位恢复的影响,结果表明基于 TIE 的相位恢复方法适用于光通过时强度变化较小的物体。

2 光强传输方程

2.1 完全相干光照明下的光强传输方程

当一束单色光波沿着 Z 轴传播时,复振幅可以表示为:

$$u(x, y, z) = \sqrt{I(x, y, z)} \cdot e^{i\varphi(x, y, z)}, \quad (1)$$

其中: $I(x, y, z)$ 为光强, $\varphi(x, y, z)$ 为光波的相位。在近轴的情况下,光强和相位应满足^[7]:

$$\nabla(I \nabla \varphi) = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\partial I}{\partial z}, \quad (2)$$

其中: $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$, 为拉普拉斯算子; $k = 2\pi/\lambda$, 表示波数; $\partial I/\partial z$ 表示光波沿 Z 轴的变化量。TIE 将光波的相位 φ 与轴向强度导数 $\partial I/\partial z$ 联系在一起,可以通过求解 $\partial I/\partial z$ 来求解相位,最基本的 $\partial I/\partial z$ 可以由两幅离焦强度图像的有限差分近似得到,即有:

$$\frac{\partial I(x, y, z_0)}{\partial z} \approx \frac{I(x, y, z_0 + \Delta z) - I(x, y, z_0 - \Delta z)}{2\Delta z}, \quad (3)$$

其中: Δz 为离焦距离, $I(x, y, z_0 + \Delta z)$ 和 $I(x, y, z_0 - \Delta z)$ 为正、负离焦图像的强度。

以上推导皆以单色相干光为基础,即以具有单一波长的光为基础。然而单色光是一种理想光源,现实中并不存在。激光是一种单色性很好的光源,可以近似看作单色光,因此这里采用激光作为光源。

2.2 空间部分相干光照明下的光强传输方程

近轴准单色部分相干光(波长在时间上近似完全相干)的随机场可用维格纳函数表示^[16]:

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \int \Gamma(\mathbf{x} + \mathbf{x}'/2, \mathbf{x} - \mathbf{x}'/2) \exp(-i2\pi \mathbf{u} \mathbf{x}') d\mathbf{x}', \quad (4)$$

其中: \mathbf{x} 和 \mathbf{u} 分别为二维空间和空间频率矢量, Γ 为互相干函数。近轴情况下, WDF 应满足^[17]:

$$\frac{\partial I(\mathbf{x})}{\partial z} = -\lambda \nabla_{\mathbf{x}} \cdot \int \mathbf{u} W(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}, \quad (5)$$

其中 $\nabla_{\mathbf{x}}$ 为在 \mathbf{x} 上的二维梯度函数。式(5)即为空间部分相干光下的广义 TIE。

当准单色光在空间上也是相干时,该光场被认为是单一分量信号,可以近似用二维复振幅表示,且其维格纳函数的一阶条件空间频率矩与相位的横向梯度的关系为^[18]:

$$\frac{\int \mathbf{u} W(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}}{\int W(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}} = \frac{1}{2\pi} \nabla_{\mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}). \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)中,可以得到:

$$\frac{\partial I(\mathbf{x})}{\partial z} = -\frac{1}{k} \nabla_{\mathbf{x}} \cdot [I(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x})]. \quad (7)$$

可以看出式(7)和式(2)的形式是一样的,即满足 Teague 提出的 TIE 方程。加了窄带滤波片的科勒照明和 LED 单色光源都可以近似看作是准单色光源。

3 适用条件分析

3.1 照明方式

由上一节可知,这里求解的相位实际是物体像平面的相位,并不是物体的真实相位。物体像平面的相位包括照明光的相位和物体的相位。所以要获得物体的相位,必须对照明光进行控制,使照明光的相位为常数。即:

$$\nabla_{\text{illuminant}} \varphi(\mathbf{x}) = 2\pi \frac{\int \mathbf{u} W_{\text{illuminant}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}}{\int W_{\text{illuminant}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\mathbf{u}} = 0. \quad (8)$$

符合式(8)的常见情况有:相干光平面波照明、对称柯勒照明或部分相干高斯-谢尔模型腰部光束成像^[12]。

3.2 记录系统

由式(2)可知,TIE 法求解物体相位需要测量不同成像平面的光强信息,为了保证采集的强度图像都是等倍率放大的,本文采用 4f 系统来获得不同离焦面的强度。如图 1 所示,光路结构由光源、准直透镜和 2 个傅里叶变换透镜 L₁, L₂ 组成。样本放在第一个傅里叶变换透镜的前焦点处,2 个傅里叶变换透镜之间的距离为二者焦距之和。光源经过准直透镜变成平行光后照射到物体上,然后光束经过两个傅里叶变换透镜成像于 CCD 上。通过移动 CCD 或者物体来记录聚焦面和不同离焦面的光强信息。

4f 系统实际上是一个远心光路结构,和显微

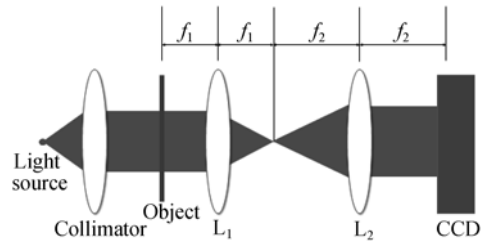


图 1 4f 成像系统
Fig. 1 4f imaging system

镜中的无限远校正光学系统是一样的。如图 2 所示,无限远校正光学系统中,照射物体的光线通过物镜后变成平行光束进入管透镜,由管透镜形成中间像,中间像再由目镜放大后映入观察者的眼中。这里的物镜相当于 4f 系统中的透镜 L₁,成像透镜相当于 4f 系统中的透镜 L₂。所以可以直接使用显微镜来进行相位恢复。

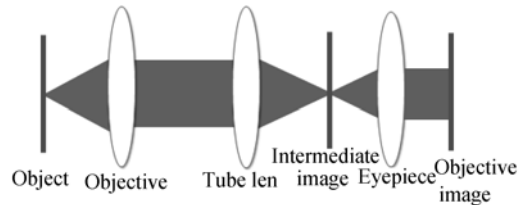


图 2 无限远校正光学系统
Fig. 2 Infinity corrected optical system

3.3 样本

当一束光经过物体时,振幅和相位都会发生变化。这里通过模拟讨论强度(振幅的平方)对 TIE 法相位恢复精度的影响,从而选择适用的样本。

3.3.1 均匀强度下的相位恢复

首先,使用函数 $\varphi(x, y) = -\cos(2\pi x/M)$ 模拟聚焦平面的相位, M 为沿 x 方向的像素点数,图像大小为 128 pixel × 128 pixel,相位值在 [0, 1],如图 3(a)、(b)所示。聚焦平面的强度 I 分布均匀,值为 1。通过菲涅尔衍射可以计算得到离焦面 $I(z_0 + \Delta z)$ 和 $I(z_0 - \Delta z)$ 的强度分布, $\Delta z = \pm 1 \mu\text{m}$,波长为 632.8 nm。图 3(c)、(d)为相位恢复结果,图 3(e)为对应于(a)、(c)上画线位置截面的相位分布。从图中可以看出,这两条线几乎重合,说明在理想情况下相位恢复精度很高。

相位恢复精度可以由恢复相位和原始相位的

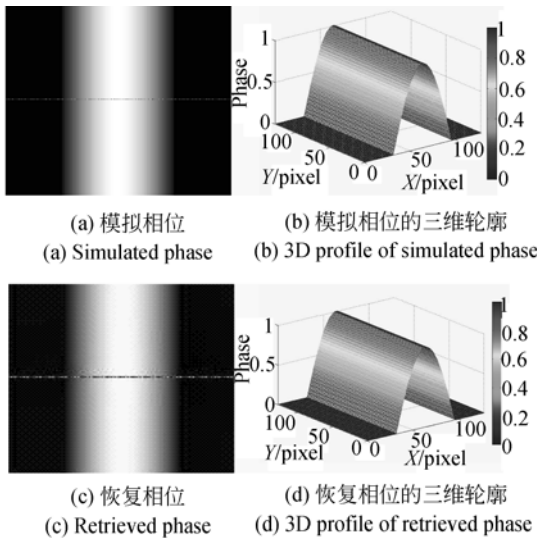


图 3 均匀强度下的相位恢复结果

Fig. 3 Results of phase retrieval with uniform intensity

相对均方根误差 (RMSE) 来衡量^[19]:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} |\varphi_{ij}^{retrieved} - \varphi_{ij}^{original}|^2}{\sum_{i,j} |\varphi_{ij}^{original}|^2}} \quad (9)$$

RMSE 值越大,精度越低。当强度均匀为 1 时, RMSE 值为 6.8×10^{-4} 。

3.3.2 强度不均匀下的相位恢复

仍然使用函数 $\varphi(x, y) = -\cos(2\pi x/M)$ 模拟聚焦平面的相位, 相位值在 $[0, 1]$, 分别使用来自 <http://sipi.usc.edu/database/database.php> 的两幅图片 Ruler 和 Mandril 作为强度, 如图 4 所示。

图 5(a)、(b) 为以 Ruler 作为强度的相位恢复结果, 图 5(c) 为对应于图 3(a)、图 5(a) 上画线位置截面的相位分布。图 6(a)、(b) 为以 Mandril 作为强度的相位恢复结果, 图 6(c) 为对应于图 3

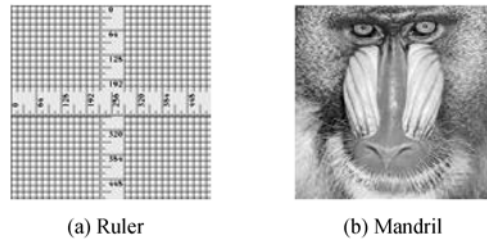
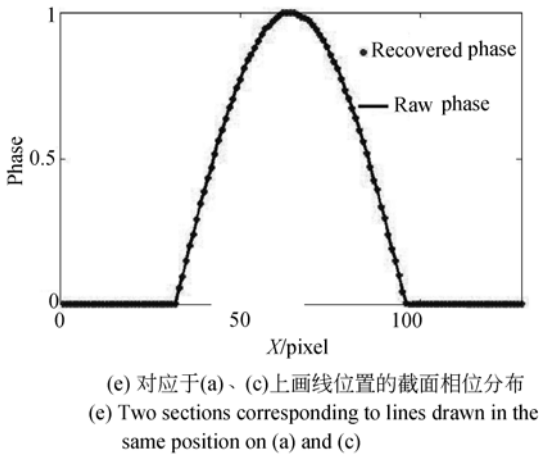


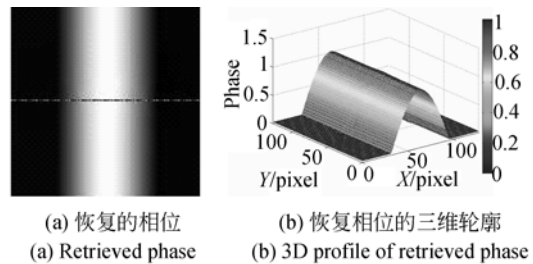
图 4 模拟强度

Fig. 4 Simulated intensities

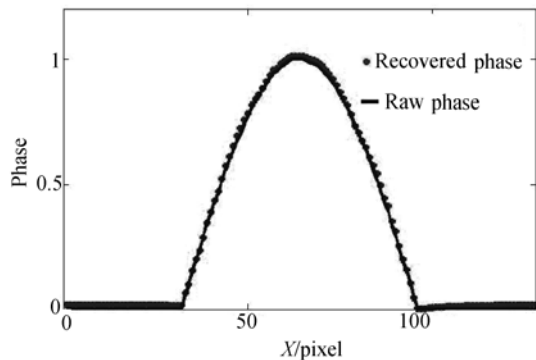
(a)、图 6(a) 上画线位置截面的相位分布。从恢复结果中可以看到, 以 Mandril 作为强度的相位恢复精度比 Ruler 作为强度的相位恢复精度低, 而且二者都比强度均匀情况下的相位恢复精度低, 表 1 给出了不同强度下相位恢复的 RMSE 值。从表 1 可以看出, 强度越复杂, 相位恢复精度越低。实验结果表明, 基于 TIE 的相位恢复方法适用于光通过时强度变化较小的物体, 例如光纤, 微刻玻璃样本, GRIN 透镜, 细胞等纯相位物体。



(e) 对应于(a)、(c)上画线位置的截面相位分布
(e) Two sections corresponding to lines drawn in the same position on (a) and (c)



(a) 恢复的相位 (a) Retrieved phase (b) 恢复相位的三维轮廓 (b) 3D profile of retrieved phase



(c) 对应于图3(a)、图5(a)上画线位置的截面相位分布
(c) Two sections corresponding to lines drawn in same position on Fig.3(a) and Fig.5(a)

图 5 Ruler 为强度情况下的相位恢复结果

Fig. 5 Results of phase retrieval in case of Ruler

表 1 强度分布对相位恢复的影响

Tab. 1 Effect of intensity on phase retrieval

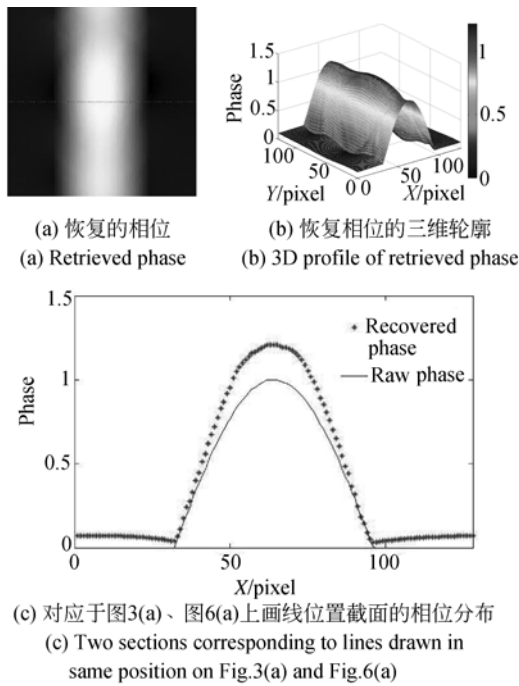


图 6 Mandril 为强度情况下的相位恢复结果
Fig. 6 Results of phase retrieval in case of Mandril

Intensity	1	Ruler	Mandril
RMSE	6.8×10^{-4}	3×10^{-2}	1.2×10^{-1}

傅里叶变换法求解 TIE 的第一步为根据式(3)求解 $\partial_z I$ 。不存在噪声时,离焦距离 Δz 越小,轴向强度导数近似精度越高,即 $\partial_z I$ 精度越高;存在噪声时,并不是 Δz 越小, $\partial_z I$ 精度越高。 Δz 太小会减少轴向强度导数近似的信噪比,恢复的相位会被噪声污染;而 Δz 太大,式(3)的轴向强度导数近似就不再成立,非线性误差会模糊恢复的相位。所以,离焦距离需要根据噪声的水平以及被测物体本身的特性来确定^[20]。当聚焦平

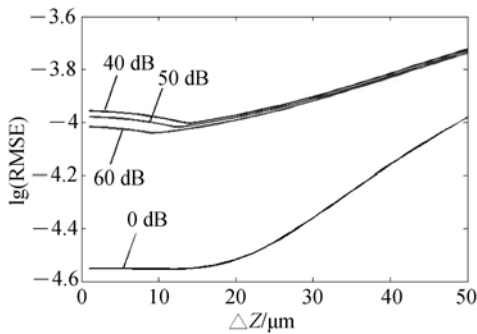


图 7 不同噪声水平下的 RMSE 曲线
Fig. 7 RMSE curves under different noise levels

面的强度 I 分布均匀,值为 1 时,分别对强度图像添加信噪比为 0, 40, 50, 60 dB 的高斯白噪声,恢复相位与原始相位的相对均方根误差 (RMSE) 的对数曲线如图 7 所示。从图中可以看到,不存在噪声时,相位恢复精度随着离焦距离的增大而降低;存在噪声时,则存在一个最佳的离焦距离,且随着噪声的增加而增大。

4 实验分析

根据前面的讨论,本文分别采用 $4f$ 系统和显微镜系统对微刻玻璃样本进行了实验。

4.1 $4f$ 系统实验

如图 8 所示, $4f$ 系统实验装置由波长为 632.8 nm 的激光器、空间滤波器、孔径光阑、准直透镜、焦距为 75 mm 的傅里叶透镜 L_1 、 L_2 和 CCD 组成。被测样本为在 2 mm 厚的石英玻璃上刻画的 $25 \mu\text{m}$ 宽的微刻图案,移动 CCD 获得不同离焦距离的强度图像,离焦距离为 1 mm。利用刻线深度与恢复相位的关系 $d = \varphi(\Delta n)\lambda/2\pi$ 可以恢复出刻线的深度。为了方便观看,将刻线深度用凸出来的高度表示。如图 9(a) 所示,从左往右依次为聚焦强度图像,正离焦强度图像和负离焦强度图像,图 9(b)、(c) 分别表示恢复相位和微刻玻璃样本的深度分布。由实验结果可知,玻璃样本微刻的深度基本得到了恢复。实验表明,基于 $4f$ 系统的相干光平面波照明可以恢复出物体的相位。

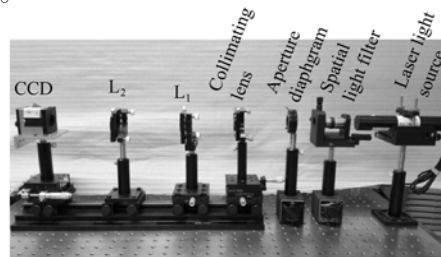


图 8 $4f$ 系统实验装置
Fig. 8 Experimental devices of $4f$ system

4.2 显微镜系统实验

本文采用具有无限远校正光学系统的 Leica DM2500 采集强度图像,如图 10 所示。实验过程中采用放大倍数为 20, NA 为 0.40 的物镜和中心波长为 530 nm 的绿色滤波片。显微镜与步进电机相连接控制载物台移动,以获得不同离焦距离

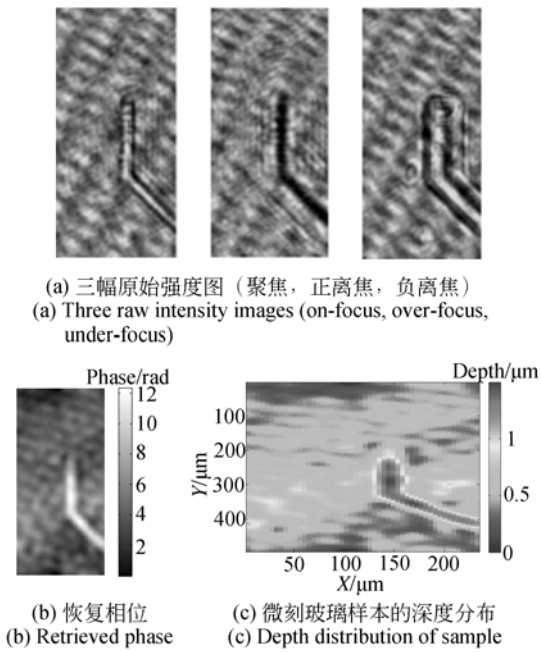


图 9 4f 系统的微刻玻璃样本实验结果

Fig. 9 Experimental results of micro-engraved glass sample with 4f system

的强度图像,离焦距离为 2.5 μm 。如图 11(a)所示,从左往右依次为聚焦强度图像,正离焦强度图像和负离焦强度图像,图 11(b) ~ (d) 分别表示恢复相位、微刻玻璃样本的深度分布和三维分布。由实验结果可知,玻璃样本微刻的深度得到了恢复。实验表明,具有无限远校正光学系统的显微镜可以恢复出物体的相位。

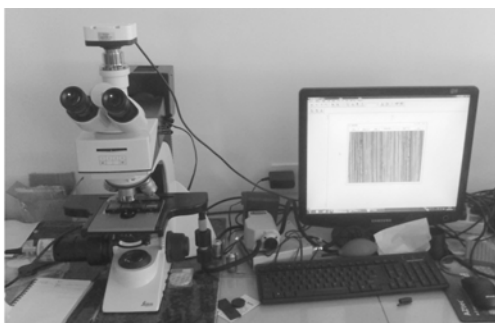


图 10 Leica DM2500
Fig. 10 Leica DM2500

由图 9 和图 11 的实验结果,并与激光共聚焦显微镜 FV1000 的测得结果进行比较可知:(1) 4f 系统和具有无限远光学校正系统的显微镜都可以恢复出物体的相位;(2) 4f 系统恢复的微刻玻璃样本的平均深度为 1.41 μm ,与激光共聚焦显微

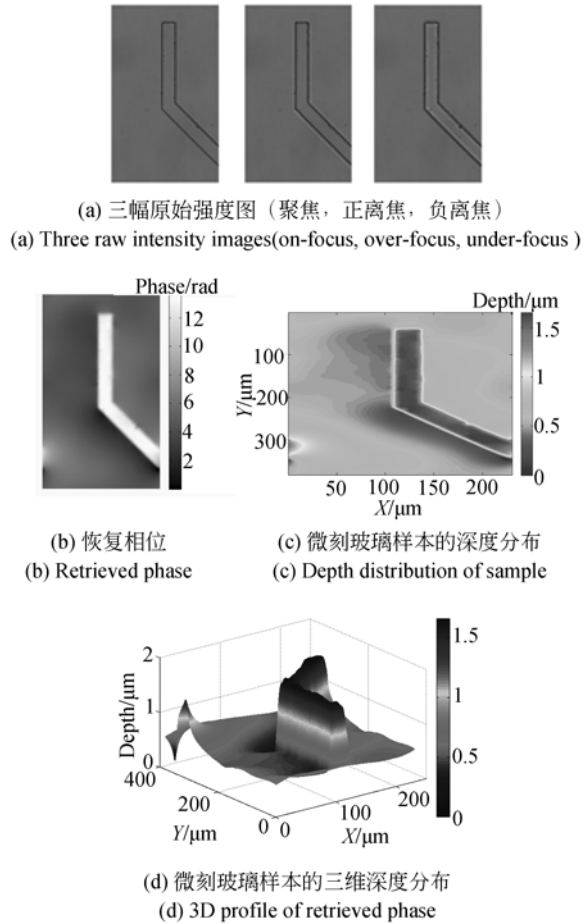


图 11 显微镜系统的微刻玻璃样本实验结果

Fig. 11 Experimental results of micro-engraved glass sample with microscope system

镜 FV1000 的测量结果 1.59 μm 的偏差较大;显微镜系统恢复的微刻玻璃样本的平均深度为 1.56 μm ,与激光共聚焦显微镜 FV1000 的测量结果比较吻合。其主要原因有:(1)4f 系统采用了激光照明,激光具有非常高的相干性,从而产生了较强的光斑噪声。而显微镜系统采用的是准单色光照明,有效降低了光源噪声的影响;(2)相比于 4f 系统,显微镜系统可以避免由光路中的尘埃、指纹、擦痕、元件缺陷和气泡等引起的寄生干涉噪声。因此具有无限远光学校正系统的显微镜恢复的相位质量更高。

5 结 论

本文使用快速傅里叶变换法,通过理论分析和数值模拟分析了光强传输方程相位恢复的适用条件,并通过实验进行了验证。

首先通过数值模拟分析了不同强度对相位恢复精度的影响。强度越复杂,相位恢复精度越低,说明基于 TIE 的相位恢复方法适用于光通过时,强度变化较小的物体,例如微刻玻璃样本,光纤,GRIN 透镜,细胞等纯相位物体。

然后建立了一个 $4f$ 系统,并使用具有无限远校正光学系统的显微镜分别对微刻玻璃样本进行了实验。微刻玻璃样本的深度均得到了恢复,说明基于 TIE 的相位恢复方法适用于远心光路结

构。 $4f$ 系统采用了激光平面波照明,显微镜采用了准单色对称科勒照明,说明基于 TIE 的相位恢复方法适用于相干光平面波照明和部分相干光对称的科勒照明。实验结果表明, $4f$ 系统和显微镜系统恢复的微刻玻璃样本的平均深度分别为 $1.41, 1.56 \mu\text{m}$,与激光共聚焦显微镜 FV1000 的测量结果 $1.59 \mu\text{m}$ 相比,显微镜系统的恢复质量更高。显微镜系统的测量偏差主要源于轴向强度导数的不准确,下一步将对测量误差进行深入分析。

参考文献:

- [1] 张敏,隋永新,杨怀江.用于子孔径拼接干涉系统的机械误差补偿算法[J].光学精密工程,2015,23(4):934-940.
ZHANG M, SUI Y X, YANG H J. Mechanical error compensation algorithm for subaperture stitching interferometry[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(4): 934-940. (in Chinese)
- [2] 周文静.数字全息相位再现误差分析及抑制技术[J].光学精密工程,2008,16(5):899-906.
ZHOU W J. Aberration and its reduction of phase reconstructed via digital holography[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(5): 899-906. (in Chinese)
- [3] 李国栋,韦春龙,于瀛洁,等.圆形域干涉图中的相位解包裹[J].光学精密工程,2000,8(5):473-477.
LI G D, WEI CH L, YU Y J, *et al.*. Phase-unwrapping for interferograms with circle field[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2000, 8(5): 473-477. (in Chinese)
- [4] GERCHBERG R W. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35: 237.
- [5] FIENUP J R. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [6] YANG G, DONG B, GU B, *et al.*. Gerchberg-Saxton and Yang-Gu algorithms for phase retrieval in a non-unitary transform system: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1994, 33(2): 209-218.
- [7] REED T M. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution [J]. *JOSA*, 1983, 73(11): 1434-1441.
- [8] STREIBL N. Phase imaging by the transport equation of intensity [J]. *Optics Communications*, 1984, 49(1): 6-10.
- [9] XUE B, ZHENG S. Phase retrieval using the transport of intensity equation solved by the FMG-CG method [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2011, 122(23): 2101-2106.
- [10] ICHIKAWA K, LOHMANN A W, TAKEDA M. Phase retrieval based on the irradiance transport equation and the Fourier transform method: experiments [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(16): 3433-3436.
- [11] GUREYEV T E, ROBERTS A, NUGENT K A. Phase retrieval with the transport-of-intensity equation: matrix solution with use of Zernike polynomials [J]. *JOSA A*, 1995, 12(9): 1932-1942.
- [12] PETRUCCELLI J C, TIAN L, BARBASTATHIS G. The transport of intensity equation for optical path length recovery using partially coherent illumination [J]. *Optics Express*, 2013, 21(12): 14430-14441.
- [13] 程鸿.基于强度测量的确定性相位检索[D].安徽:安徽大学,2012.
CHENG H. *Study on Deterministic Phase Retrieval Based on the Intensity Measurement* [D]. Anhui: Anhui University, 2012. (in Chinese)
- [14] 陶少杰.基于强度传输方程的相位恢复算法研究[D].安徽:安徽大学,2013.
TAO SH J. *On Phase Retrieval Algorithm Based on Transport of Intensity Equation* [D]. Anhui: Anhui University, 2013. (in Chinese)
- [15] ZUO C, CHEN Q, QU W, *et al.*. Noninterferometric single-shot quantitative phase microscopy [J]. *Optics Letters*, 2013, 38(18): 3538-3541.
- [16] BASTIAANS M J. Application of the Wigner distribution function to partially coherent light [J]. *JOSA A*, 1986, 3(8): 1227-1238.
- [17] SEMICHAEVSKY A, TESTORF M. Phase-space interpretation of deterministic phase retrieval [J]. *JOSA*

- A, 2004, 21(11): 2173-2179.
- [18] ZUO C, CHEN Q, HUANG L, *et al.*. Phase discrepancy analysis and compensation for fast Fourier transform based solution of the transport of intensity equation [J]. *Optics Express*, 2014, 22(14): 17172-17186.
- [19] DORRER C, ZUEGEL J D. Optical testing using the transport-of-intensity equation [J]. *Optics Express*, 2007, 15(12): 7165-7175.
- [20] MARTINEZ-CARRANZA J, FALAGGIS K, KOZACKI T. Optimum measurement criteria for the axial derivative intensity used in transport of intensity-equation-based solvers[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(2): 182-185.

作者简介:



刘贝贝(1992-),女,安徽亳州人,硕士,2013年于上海大学获得学士学位,主要从事基于光强传输方程的相位恢复的研究。E-mail: 15201933318@163.com

导师简介:



于赢洁(1969-),女,辽宁丹东人,研究员,博士生导师,1991年于哈尔滨科技大学(现哈尔滨理工大学)获得学士学位,1996年,1998年于哈尔滨工业大学分别获得硕士、博士学位,主要从事光学精密测量技术与仪器等方面的研究。E-mail: yingjieyu@staff.shu.edu.cn