

文章编号 1004-924X(2015)11-3147-14

新型四足步行机器人串并混联腿的运动学分析

高建设*, 李明祥, 侯伯杰, 王保糖

(郑州大学 机械工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要:针对串联四足机器人行走惯量大,自重/载重比大的问题,提出一种新型串并混联四足步行机器人,并对该机器人的串并混联腿进行运动学分析。该机器人由一个运载平台和四条结构相同的串并混联腿组成,每条腿均由髋关节、大腿、小腿顺次连接构成,其中髋关节为 3-RRR 并联机构。以能耗最小姿态为最优姿态,基于矢量法求解了该串并混联腿的运动学正解和反解,利用 MATLAB 和 ADAMS 软件验证了正解和反解的正确性;基于矢量法和微分变换法求出了该混联腿的速度雅可比矩阵和加速度矩阵,分析了其奇异性,并利用 MATLAB 软件绘制出该腿的工作空间。结果表明:该腿在髋关节连杆直径 $d=22$ mm,大腿杆件直径 $D=50$ mm,膝关节转角 $\theta_i \in [105^\circ, 155^\circ]$ 时,工作空间呈球冠形,最大内接圆半径 $R=400$ mm,高度为 $H \in [500$ mm, 900 mm]。本研究对该新型串并混联四足步行机器人的刚度分析、动态性能、机构优化设计和系统控制等的进一步研究具有重要意义。

关键词:串并混联机器人;四足步行机器人;运动学正解;运动学反解;奇异性分析;工作空间

中图分类号:TP242.6 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152311.3147

Kinematics analysis on the serial-parallel leg of a novel quadruped walking robot

GAO Jian-she*, LI Ming-xiang, HOU Bo-jie, WANG Bao-tang

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

* Corresponding author, E-mail: gao_jianshe@163.com

Abstract: As the robot based on a directly serial leg mechanism has great walking inertia and a larger weight/load ratio, a novel series-parallel hybrid quadruped walking robot is presented. The robot consists of a load platform and four serial-parallel legs. The kinematics characters of serial-parallel legs for the robot are analyzed. Each leg is connected by a hip, a thigh, a calf sequentially and the hip joint is a 3-RRR parallel mechanism. By considering the least energy-consuming posture as the optimal posture, the forward kinematics and inverse kinematics are derived based on vector method and they are verified by ADAMS and MATLAB softwares. The velocity Jacobian matrix and acceleration matrix of the serial-parallel hybrid leg are obtained based on vector method and differential transform method and their singularity is analyzed, then the workspace of the hybrid leg is figured out by MATLAB software. Calculations show that when the linkage diameters of the hip and thigh are 22 mm and 50 mm and the angle of knee θ_i is within $[105^\circ, 155^\circ]$, the workspace of the hybrid leg is part of a sphere, whose radius of the inscribed circle R is 400 mm and altitude H is within $[500$ mm, 900 mm].

收稿日期:2015-02-10;修订日期:2015-03-12.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. U1304510);郑州大学优秀青年教师发展基金资助项目(No. 1421321076)

mm]. This research has great significance to a series of further studies on stiffness analysis, dynamic properties, mechanism optimal design and system control of the novel series-parallel quadruped walking robots.

Key words: series-parallel robot; quadruped walking robot; forward kinematics; inverse kinematics; singularity analysis; workspace

1 引言

足式机器人由于落足点分散,故能在足尖点可达域内灵活调整行走姿态,并合理选择支撑点,因而具有更高的避障和越障能力^[1]。在足式机器人中,四足步行机器人运动灵活,稳定性好,既有超于两足机器人的平稳性,又避免了六足机器人机构的冗余和复杂性,因此在整个步行机器人中占有很大的比重,在抢险救灾、排雷、地理探险等方面具有良好的应用前景,是目前机器人研究领域的热点之一^[2-4]。

现有的四足机器人的腿部机械结构大多数由串联机构组成,如美国波士顿动力学公司研制的 BigDog^[5-6]、LittleDog^[7] 和猎豹 Cheetah,山东大学开发的液压驱动四足仿生机器人^[8-9],意大利理工大学研制的 HyQ^[10-11] 机器人,日本千叶工大米田完教授研制的 Hyperion4^[12] 机器人等。这种串联式腿结构简单,控制建模容易,但自重/载重比大、承载能力低^[13-14]。并联腿式机构以其自重/载重比小、承载能力高、稳定性优于串联机构等优点,成为步行机器人优于串联腿机构的选择^[15]。如日本早稻田大学的 WL 系列步行椅的设计^[16],日本东京工业大学的 Para-Walker 的设计^[17],国内燕山大学王洪波等^[18]提出的四足/两足可重组步行器的构想,张成军等^[19]提出的基于 3-RPC 并联机构的新型步行机器人,荣誉,金振林等^[20-21]提出的基于(U+UPR)P+UPS 机构的并联机械腿。但机构本身工作空间较小,较难完成高速度的行走越障作业。

随着四足机器人在非机构化特种地形中应用的深入和拓展,人们对四足机器人的速度、机动性、适应性等提出了越来越高的要求,高速、高承载、低能耗、自带动力源的机器人设计成为了四足机器人的研究重点^[22],而机器人腿作为重要的基础运动部件,对四足机器人的运动学和动力学特征具有重要的决定作用^[23],因而四足机器人腿的

设计成为了四足机器人高速高机动性运动的重要因素。为了克服串联式腿结构和并联式腿结构各自的局限性,国内外学者将研究目标转向串并混联式腿结构。周玉林等^[24]将混联机构引入仿人机器人的研究,构造了人形机器人的整体构型;Ye Ruihua 等^[25]提出了新型的串并混联机器人,可用于辅助股骨骨折复位;Pisla Doina^[26]提出了用于腹腔镜手术的 5-DOF 混联机器人。在四足步行机器人机械结构设计方面,混联腿结构兼具并联机构^[27]和串联机构的优点,可在提高机器人载重/自重比的同时,满足快速稳定响应的需求,从而实现高速、低能耗、高承载的运动,田兴华,高峰等^[28]总结了现有四足机器人的腿构型的优缺点,提出了 3 种不同的混联腿构型,并对其进行了分析。

为提高了整机的刚度和自重/载重比,本文提出了一种新型四足步行机器人,对该机器人的串并混联腿进行了运动学分析并进行了 Matlab 和 Adams 仿真。

2 腿部机构描述

新型 4 足步行机器人由 4 条结构完全相同的串并混联腿和运载平台组成,如图 1 所示,每条腿都是由髋关节、大腿和小腿组成,如图 2 所示,其中髋关节是 3-RRR 并联机构,如图 3 所示,具有 3 个转动自由度,髋关节的 3 个分支的 9 个转动副轴线都交于动平台的中心点。髋关节的 3 个驱动电机固定在定平台上,并与机器人背部相连,减轻了行走时的抬腿惯量,提高了机器人行走的快速性和稳定性。膝关节采用直线电缸驱动,电缸体通过铰链与大腿和小腿链接,提高了膝关节重心位置,减小了整个腿部对于髋关节的转动惯量,从而提高了腿部的灵活性。该串并混联腿的髋关节部分可以等效为一个球副,膝关节具有 1 个转动自由度,因此整条腿具有 4 个自由度。该新型串并混联 4 足步行机器人的每条腿都采用串并混

联结构,兼有并联机器人整体刚度大、运动惯量小、运动精度高和串联机器人工作空间大等优点。

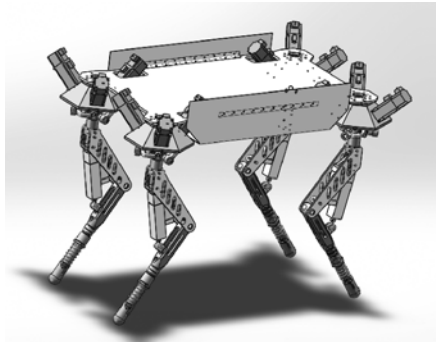


图 1 新型四足步行机器人
Fig. 1 A novel quadruped walking robot

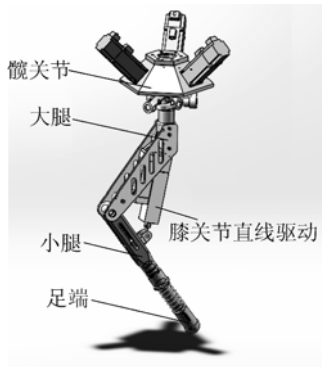


图 2 腿部机构
Fig. 2 Leg mechanism

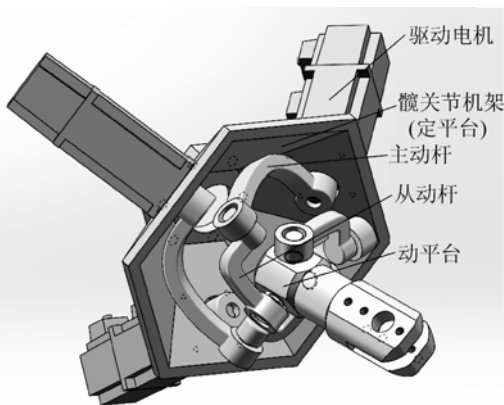


图 3 髋关节机构
Fig. 3 Hip joint mechanism

3 运动学反解分析

该单条腿为串并混联机构,若想求解该单条

腿的运动学反解,可以先求该单条腿的髋关节的运动学反解,再将髋关节和该单条腿的大腿、小腿看作串联结构,求解该串联结构的运动学反解,进而求出该整条串并混联机器人腿的运动学反解。

对髋关节建立全局坐标系,定平台坐标系为 $\{A\}$,定平台坐标系的 Z_A 轴恒垂直于定平台平面向下, X_A 垂直纸面向外,动平台坐标系为 $\{B\}$,初始位置时,两坐标系重合。由于 3 个组合分支结构完全相同,均匀分布,各分支之间相差 120° ,可基于 D-H 方法对髋关节第 $i(i=1,2,3)$ 个分支建立坐标系,如图 4 所示。第 $i(i=1,2,3)$ 个分支坐标系的髋关节定平台和动平台的坐标系分别为 $\{A_i\}$ 和 $\{B_i\}$,对该分支的 3 个转动副建立坐标系分别为 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 和 $\{3\}$,图中所示的 $\{A_i\}$ 、 $\{B_i\}$ 、 $\{1\}$ 、 $\{2\}$ 和 $\{3\}$ 的坐标原点都重合于动平台的中心 O_B 点。为了表达方便,将各个坐标系分别平移画在各坐标系的中心点处,但实际上各坐标系的原点都在 O_B 点。第一分支的定平台坐标系 $\{A_1\}$ 、动平台坐标系 $\{B_1\}$ 分别与全局坐标系 $\{A\}$ 、 $\{B\}$ 重合。图中的 δ 表示的是 Z_1 (Z_0) 轴与竖直方向的夹角, $\delta=45^\circ$ 。

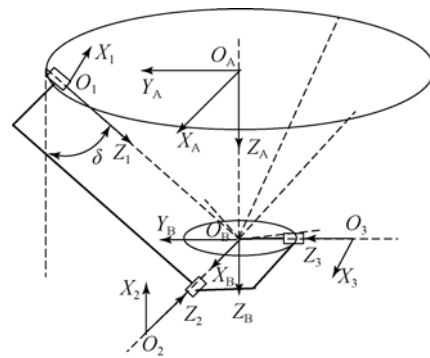


图 4 髋关节坐标系
Fig. 4 Coordinate systems of hip joint

在全局坐标系下,按 X-Y-Z 顺序的 RPY 角描述动平台相对于定平台的旋转矩阵 ${}^A_B \mathbf{T}$,可表示为:

$${}^A_B \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & 0 \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma & 0 \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

为了表达方便,将 ${}^A_B \mathbf{T}$ 表示为:

$${}^A_B \mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & 0 \\ n_y & o_y & a_y & 0 \\ n_z & o_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

髌关节第 $i(i=1,2,3)$ 个分支的驱动轴轴线矢量、主动杆和从动杆之间转动副的轴线矢量、从动杆和动平台之间转动副的轴线矢量分别用 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{S}_3$ 表示。

当 $i=1,2,3$ 时,髌关节 3 个驱动轴轴线矢量 $\mathbf{S}_{11}, \mathbf{S}_{21}, \mathbf{S}_{31}$ 分别为:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{11} = 0\mathbf{i} + s_\delta \mathbf{j} + c_\delta \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} s_\delta \mathbf{i} - \frac{1}{2} s_\delta \mathbf{j} + c_\delta \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{31} = -\frac{\sqrt{3}}{2} s_\delta \mathbf{i} - \frac{1}{2} s_\delta \mathbf{j} + c_\delta \mathbf{k} \end{cases}. \quad (3)$$

主动杆和从动杆之间转动副轴线矢量 $\mathbf{S}_{12}, \mathbf{S}_{22}, \mathbf{S}_{32}$ 分别为:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{12} = -c_1 \mathbf{i} - c_\delta s_1 \mathbf{j} + s_\delta s_1 \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{22} = \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} n_x + \frac{1}{2} o_x \right] \mathbf{i} + \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} n_y + \frac{1}{2} o_y \right] \mathbf{j} + \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} n_z + \frac{1}{2} o_z \right] \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{32} = \left[\frac{\sqrt{3}}{2} n_x + \frac{1}{2} o_x \right] \mathbf{i} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} n_y + \frac{1}{2} o_y \right] \mathbf{j} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} n_z + \frac{1}{2} o_z \right] \mathbf{k} \end{cases}. \quad (6)$$

根据髌关节机械结构的特点,可得:

$$\mathbf{S}_{i2} \cdot \mathbf{S}_{i3} = 0 \quad (i=1,2,3). \quad (7)$$

$$\begin{cases} \tan \theta_1 = \frac{o_x}{s_\delta o_z - c_\delta o_y} \\ \tan \theta_2 = \frac{(\sqrt{3} n_x - o_x) + \sqrt{3}(\sqrt{3} n_y - o_y)}{\sqrt{3} c_\delta (\sqrt{3} n_x - o_x) + c_\delta (o_y - \sqrt{3} n_y) + 2 s_\delta (o_z - \sqrt{3} n_z)} \\ \tan \theta_3 = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} n_y + o_y) - (\sqrt{3} n_x + o_x)}{\sqrt{3} c_\delta (\sqrt{3} n_x + o_x) + c_\delta (\sqrt{3} n_y + o_y) + 2 s_\delta (\sqrt{3} n_z + o_z)} \end{cases}. \quad (8)$$

将髌关节等效为一个球副与膝关节串联组成串联机构,此时该串并混联腿可以等效为一个 SR 机构,对该 SR 机构建立坐标系,定平台坐标系 $\{A\}$ 和动平台坐标系的 $\{B\}$ 与图 5 中意义相同,膝关节坐标系为 $\{C\}$, Z_B 轴始终指向转动关节 C,转动关节 C 处坐标系的 X_C 轴平行于动平台坐标系的 X_B 轴,初始位置时, X_C 垂直纸面向外。 Z_C 轴指向目标点 P,大腿和小腿的长度分别为 L_1 和 L_2 ,如图 4 所示。

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{12} = -c_1 \mathbf{i} - c_\delta s_1 \mathbf{j} + s_\delta s_1 \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{22} = \left[\frac{1}{2} c_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} c_\delta s_2 \right] \mathbf{i} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} c_2 + \frac{1}{2} c_\delta s_2 \right] \mathbf{j} + s_\delta s_2 \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_{32} = \left[\frac{1}{2} c_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} c_\delta s_3 \right] \mathbf{i} + \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} c_3 + \frac{1}{2} c_\delta s_3 \right] \mathbf{j} + s_\delta s_3 \mathbf{k} \end{cases}. \quad (4)$$

从动杆与动平台之间的旋转副的中心轴矢量 $\mathbf{S}_{13}, \mathbf{S}_{23}, \mathbf{S}_{33}$ 分别满足:

$$\mathbf{S}_{i3} = {}^A_B \mathbf{T}_3^B \mathbf{T}_i^B \mathbf{S}_{i3} = {}^A_B \mathbf{T}_B^B \mathbf{T}_3^B \mathbf{T}_i^B \mathbf{S}_{i3}, \quad (5)$$

其中:

$${}^3 \mathbf{S}_{i3} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]^T,$$

$${}^{B_i} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^B_{B_i} \mathbf{T} = Rot(z, -\theta_{i4}),$$

可得:

将式(4)、(6)代入式(7)中可得髌关节的 3 个驱动的转角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 满足:

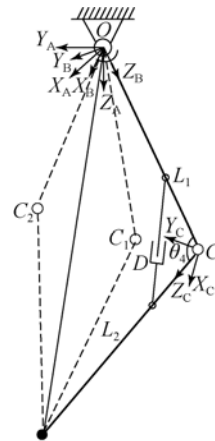


图 5 腿部机构坐标系
Fig. 5 Coordinate systems of leg

由于图 5 中表示的为串联机器人结构,运动学反解不唯一。以该整条腿运动时整条腿的能耗最小为目标考虑腿的最优位置。当膝关节 C 位于最低处时,驱动整条腿运动所需的能耗最低,如图 5 所示,此时膝关节处的转动轴线 \mathbf{X}_C 必垂直于向量 $\mathbf{m}=(0,0,1)$,同时膝关节轴线 \mathbf{X}_C 始终垂直于 \mathbf{OP} ,设足端点坐标为 (p_x, p_y, p_z) ,可得:

$$\mathbf{X}_C = \mathbf{OP} \times \mathbf{m} = (p_y, -p_x, 0). \quad (9)$$

同时轴线矢量 \mathbf{X}_C 满足:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_C \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A_B \mathbf{T}_C^B \mathbf{T} [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (10)$$

将 $\mathbf{X}_C = (p_y, -p_x, 0)$ 单位化,然后使其和等式(10)可以联立方程组,可解得 α 和 β 满足:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan(-p_x/p_y) \\ \beta = 0 \end{cases}. \quad (11)$$

由 OP、OC 和 PC 构成一个三角形,根据三角形余弦定理可得:

$$\cos\theta_4 = (L_1^2 + L_2^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)) / (2L_1 L_2). \quad (12)$$

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan \frac{o_x}{s_\delta o_z - c_\delta o_y} \\ \theta_2 = \arctan \left[\frac{(\sqrt{3}n_x - o_x) + \sqrt{3}(\sqrt{3}n_y - o_y)}{\sqrt{3}c_\delta(\sqrt{3}n_x - o_x) + c_\delta(o_y - \sqrt{3}n_y) + 2s_\delta(o_z - \sqrt{3}n_z)} \right] \\ \theta_3 = \arctan \left[\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}n_y + o_y) - (\sqrt{3}n_x + o_x)}{\sqrt{3}c_\delta(\sqrt{3}n_x + o_x) + c_\delta(\sqrt{3}n_y + o_y) + 2s_\delta(\sqrt{3}n_z + o_z)} \right] \\ L = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - \frac{l_1 l_2 (L_1^2 + L_2^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2))}{L_1 L_2}} \end{cases}, \quad (17)$$

其中:

$$\begin{cases} n_x = c_\alpha c_\beta \\ n_y = s_\alpha c_\beta \\ n_z = -s_\beta \\ o_x = c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma \\ o_y = s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma \\ o_z = c_\beta s_\gamma \end{cases}, \quad (18)$$

(α, β, γ) 满足:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan(-p_x/p_y) \\ \beta = 0 \\ \gamma = \arctan \left[\frac{(-a\sqrt{p_x^2 + p_y^2} + bp_z)}{(ap_z + b\sqrt{p_x^2 + p_y^2})} \right] \end{cases},$$

其中:

由于驱动电机 D 行程的限制, $\theta_4 \in [105^\circ, 155^\circ]$, 结合式(12), 可得 D 的行程:

$$L = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos\theta_4}. \quad (13)$$

全局坐标系下,足端点 P 的坐标满足为:

$$\begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A_B \mathbf{T}_C^B \mathbf{T} [0 \ 0 \ L_2 \ 1]^T. \quad (14)$$

计算得:

$$\begin{cases} p_x = L_1 a_x + L_2 (s_4 o_x - c_4 a_x) \\ p_y = L_1 a_y + L_2 (s_4 o_y - c_4 a_y) \\ p_z = L_1 a_z + L_2 (s_4 o_z - c_4 a_z) \end{cases}. \quad (15)$$

将等式(11)、(12)代入式(15)中,可得:

$$\tan\gamma = (-a\sqrt{p_x^2 + p_y^2} + bp_z) / (ap_z + b\sqrt{p_x^2 + p_y^2}). \quad (16)$$

其中:

$$a = L_1^2 - L_2^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2),$$

$$b = \sqrt{4L_1^2 L_2^2 - (L_1^2 + L_2^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2))^2}.$$

综上可得该串并混联机器人腿的运动学反解为:

$$\begin{cases} a = L_1^2 - L_2^2 + (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2), \\ b = \sqrt{4L_1^2 L_2^2 - (L_1^2 + L_2^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2))^2}. \end{cases}$$

4 运动学正解分析

求该串并混联机器人腿的正解时,已知髌关节 3 个驱动的转角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 解出髌关节动平台相对于定平台转动的角度 α, β 和 γ , 将膝关节驱动电机的行程换算到膝关节的转动角度 θ_4 , 进而得出该串并混联机器人腿的运动学正解。

令 $\tan\theta_1 = t_1, \tan\theta_2 = t_2, \tan\theta_3 = t_3$, 对式(8)整理可得:

$$\begin{cases} o_x - t_1 s_{\delta} o_z + t_1 c_{\delta} o_y = 0 \\ (1 - \sqrt{3} c_{\delta} t_2) o_x + (\sqrt{3} + c_{\delta} t_2) o_y + 2 s_{\delta} t_2 o_z - \sqrt{3} (1 - \sqrt{3} c_{\delta} t_2) n_x - \sqrt{3} (\sqrt{3} + c_{\delta} t_2) n_y - 2 \sqrt{3} s_{\delta} t_2 n_z = 0 \\ (1 + \sqrt{3} c_{\delta} t_3) o_x + (-\sqrt{3} + c_{\delta} t_3) o_y + 2 s_{\delta} t_3 o_z + \sqrt{3} (1 + \sqrt{3} c_{\delta} t_3) n_x + \sqrt{3} (-\sqrt{3} + c_{\delta} t_3) n_y + 2 \sqrt{3} s_{\delta} t_3 n_z = 0 \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中有 6 个未知数,但只有 3 个方程式,因此若想求出式(19)中 6 个未知数的解,需要添加 3 个约束方程,根据旋转矩阵的性质,可添加如下 3 个约束方程:

$$\begin{cases} o_x - t_1 s_{\delta} o_z + t_1 c_{\delta} o_y = 0 \\ (1 - \sqrt{3} c_{\delta} t_2) o_x + (\sqrt{3} + c_{\delta} t_2) o_y + 2 s_{\delta} t_2 o_z - \sqrt{3} (1 - \sqrt{3} c_{\delta} t_2) n_x - \sqrt{3} (\sqrt{3} + c_{\delta} t_2) n_y - 2 \sqrt{3} s_{\delta} t_2 n_z = 0 \\ (1 + \sqrt{3} c_{\delta} t_3) o_x + (-\sqrt{3} + c_{\delta} t_3) o_y + 2 s_{\delta} t_3 o_z + \sqrt{3} (1 + \sqrt{3} c_{\delta} t_3) n_x + \sqrt{3} (-\sqrt{3} + c_{\delta} t_3) n_y + 2 \sqrt{3} s_{\delta} t_3 n_z = 0 \\ n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 0 \\ o_x^2 + o_y^2 + o_z^2 = 0 \\ n_x o_x + n_y o_y + n_z o_z = 0 \end{cases} \quad (20)$$

将式(19)和式(20)联立成方程组:

给出 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的值,用 Matlab 软件解上述方程组,可得出 8 组解,其中 4 组为虚数解。由于该机器人对应的正解应为实数,因此舍去 4 组虚数解。根据公式(18)对剩下的 4 组实数解求解 (α, β, γ) 可得:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan(n_y/n_x) \\ \beta = \arctan(-n_z/\sqrt{n_x^2+n_y^2}) \\ \gamma = \arcsin(o_z/\cos\beta) \end{cases} \quad (22)$$

根据“ $\beta=0$ 时,整腿运动时能耗最小”筛选 β 不等于 0 的两组解;由于该机器人髋关节每个 RRR 分支的第二个转动副在 $0 \sim 90^\circ$,即 $\theta_2 \in (0, 90^\circ)$,根据此条件对筛选另外一组不满足该条件的实数解,剩下的一组解即是满足整腿运动时能耗最小的 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 对应的髋关节正解。

得出 α, β, γ 之后,将 α, β, γ 和 θ_1 代入式(17)即可得出该串并混联腿机构的正解。

5 奇异性分析

该机器人腿为串并混联结构,分析其奇异性,应先分析髋关节的奇异性,再分析整腿的奇异性。

5.1 髋关节奇异性分析

对式(7)求导可得:

$$\dot{\mathbf{S}}_2 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_2 \cdot \dot{\mathbf{S}}_3 = 0 (i=1,2,3). \quad (23)$$

由于向量 $\mathbf{S}_{13}, \mathbf{S}_{23}, \mathbf{S}_{33}$ 相交于动平台的中心点 O_B ,因此 $\mathbf{S}_{13}, \mathbf{S}_{23}, \mathbf{S}_{33}$ 的旋转可以看成是绕着同一轴进行,绕该轴的角转速可以用 γ 表示,如图 6 所示。

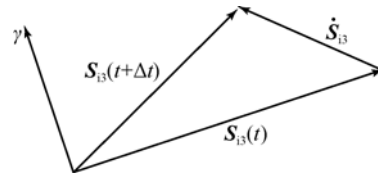


图 6 角速度向量和线速度向量叉乘关系

Fig. 6 Cross-product relationship between angular velocity vector and linear velocity vector

$\mathbf{S}_{13}(t+\Delta t)$ 表示 t 时刻轴向量 $\mathbf{S}_{13}(t)$ 绕着中心轴 γ 旋转并经过时间 Δt 后的位置,根据向量的叉乘关系可得:

$$\dot{\mathbf{S}}_{13} = \gamma \times \mathbf{S}_{13}. \quad (24)$$

对式(4)求导可得:

$$\dot{\mathbf{S}}_2 = \dot{\theta}_i \cdot \mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_{i2}. \quad (25)$$

其中: $\dot{\theta}_i$ 的一阶导数表示的是第 i 个电机上输出轴的角速度,将式(24)、(25)代入式(23)中,整理可得:

$$\dot{\theta}_i \cdot (\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_{i2}) \cdot \mathbf{S}_{i3} = (\mathbf{S}_{i2} \times \mathbf{S}_{i3}) \cdot \gamma. \quad (26)$$

对式(26)进行整理可得该髋关节的运动学逆

问题为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_\omega^{-1} \cdot \boldsymbol{\gamma}. \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3)^T,$$

$$\boldsymbol{\gamma} = (\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma})^T,$$

其中:

$$\mathbf{J}_\omega^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{S}_{12} \times \mathbf{S}_{13})}{(\mathbf{S}_{11} \times \mathbf{S}_{12}) \cdot \mathbf{S}_{13}} & \frac{(\mathbf{S}_{22} \times \mathbf{S}_{23})}{(\mathbf{S}_{21} \times \mathbf{S}_{22}) \cdot \mathbf{S}_{23}} & \frac{(\mathbf{S}_{32} \times \mathbf{S}_{33})}{(\mathbf{S}_{31} \times \mathbf{S}_{32}) \cdot \mathbf{S}_{33}} \end{bmatrix}^T.$$

对式(27)进行整理可得髋关节的运动学正问题为:

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{J}_\omega \dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (28)$$

$$\mathbf{J}_\omega = (\mathbf{J}_\omega^{-1})^{-1}, \quad (29)$$

其中: $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 为髋关节机构 3 条运动支链的输入角速度矢量; $\boldsymbol{\gamma}$ 为 X-Y-Z 型 RPY 角 α, β, γ 的转速矢量; \mathbf{J}_ω 为输入角速度矢量向 X-Y-Z 型 RPY 角转速矢量转化的雅可比矩阵。雅可比矩阵 \mathbf{J}_ω 由 \mathbf{J}_1 和 \mathbf{J}_2 组成,当 $|\mathbf{J}_1| \rightarrow 0$ 和 $|\mathbf{J}_2| \rightarrow 0$ 时髋关节发生奇异。

按矩阵分析理论对 \mathbf{J}_ω 进行奇异性分解,即在正交矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_\omega \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}_\omega \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 使:

$$\mathbf{J}_\omega = \boldsymbol{\Gamma}_\omega \boldsymbol{\Lambda}_\omega \boldsymbol{\Omega}_\omega, \quad (30)$$

其中:

$$\boldsymbol{\Lambda}_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

其中: σ_i 为 \mathbf{J}_ω 的 3 个奇异值,并且 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$,其中 $\sigma_3 = \sigma_{\min}, \sigma_1 = \sigma_{\max}$ 。该髋关节机构的条件数为:

$$k(\mathbf{J}_\omega) = \sigma_1 / \sigma_3. \quad (32)$$

髋关节机构的条件数 $k(\mathbf{J}_\omega)$ 取决于雅可比矩阵 \mathbf{J}_ω ,而雅可比矩阵 \mathbf{J}_ω 是随着运动平台姿态的变化而变化的,所以,髋关节机构处于不同姿态时,条件数 $k(\mathbf{J}_\omega)$ 也有不同,设计时应尽量使最小条件数为 1,此时髋关节的灵巧性最高,各奇异值相等,各向同性度最高。

5.2 整条腿的奇异性分析

由于已知整条腿的反解方程,因此可以对反解方程进行微分得到整条腿的反解微分方程。

用 α, β, γ 表示式(15)中的 $o_x, o_y, o_z, a_x, a_y, a_z$ 并对其进行微分可得:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_x \\ \dot{p}_y \\ \dot{p}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_x}{\partial \beta} & \frac{\partial p_x}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_y}{\partial \beta} & \frac{\partial p_y}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_z}{\partial \beta} & \frac{\partial p_z}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

整条腿的雅可比矩阵即为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_x}{\partial \beta} & \frac{\partial p_x}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_y}{\partial \beta} & \frac{\partial p_y}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \alpha} & \frac{\partial p_z}{\partial \beta} & \frac{\partial p_z}{\partial \gamma} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

其中:

$$\frac{\partial p_x}{\partial \alpha} = (L_1 - L_2 c_4) (-s_\alpha s_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma) +$$

$$L_2 s_4 (-s_\alpha s_\beta s_\gamma - c_\alpha c_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial \beta} = (L_1 - L_2 c_4) c_\alpha c_\beta c_\gamma + L_2 s_4 c_\alpha c_\beta s_\gamma,$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial \gamma} = (L_1 - L_2 c_4) (-c_\alpha s_\beta s_\gamma + s_\alpha c_\gamma) +$$

$$L_2 s_4 (c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} = L_2 c_4 (c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma) + L_2 s_4 (c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial \alpha} = (L_1 - L_2 c_4) (c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma) + L_2 s_4 (c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial \beta} = (L_1 - L_2 c_4) s_\alpha c_\beta c_\gamma + L_2 s_4 s_\alpha c_\beta s_\gamma,$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial \gamma} = (L_1 - L_2 c_4) (-s_\alpha s_\beta s_\gamma - c_\alpha c_\gamma) +$$

$$L_2 s_4 (s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} = L_2 c_4 (s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma) + L_2 s_4 (s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial \alpha} = 0,$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial \beta} = (L_1 - L_2 c_4) (-s_\beta c_\gamma) + L_2 s_4 (-s_\beta s_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial \gamma} = (L_1 - L_2 c_4) (-c_\beta s_\gamma) + L_2 s_4 (c_\beta c_\gamma),$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} = L_2 s_4 c_\beta c_\gamma + L_2 c_4 c_\beta s_\gamma.$$

对整条腿的结构特点分析可知,只有当膝关节转角 $\theta_4 = 0$ 或 $\theta_4 = 180^\circ$ 时,腿部机构会产生奇异。将 $\theta_4 = 0$ 或 $\theta_4 = 180^\circ$ 代入式(34)中,验证可得 $\theta_4 = 0$ 时,雅可比矩阵 \mathbf{J} 的第 4 列和第 3 列大

小相等,符号相反,可得 $\theta_4 = 180^\circ$ 时,雅克比矩阵 \mathbf{J} 的第 4 列和第 3 列相等,由此可证明当 $\theta_4 = 0$ 或 $\theta_4 = 180^\circ$ 时,该腿机构确实处于奇异位形,腿机构会刚化,丢失 1 个自由度。结构设计中在膝关节处设计使转角 $\theta_4 \in [105^\circ, 155^\circ]$,从而使腿机构远离奇异位形。

5.3 髌关节加速度分析

对式(23)进一步对时间求导可得:

$$\ddot{\mathbf{S}}_2 \cdot \mathbf{S}_3 + 2\dot{\mathbf{S}}_2 \cdot \dot{\mathbf{S}}_3 + \mathbf{S}_2 \cdot \ddot{\mathbf{S}}_3 = 0 (i=1, 2, 3). \quad (35)$$

由式(24)求导可得:

$$\dot{\mathbf{S}}_3 = \dot{\boldsymbol{\gamma}} \times \mathbf{S}_3 + \boldsymbol{\gamma} \times \dot{\mathbf{S}}_3. \quad (36)$$

由式(25)求导可得:

$$\dot{\mathbf{S}}_2 = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i \cdot \mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2 + \dot{\boldsymbol{\theta}}_i \cdot \mathbf{S}_{i1} \times \dot{\mathbf{S}}_2. \quad (37)$$

将式(24)、(25)、(26)、(36)、(37)代入到公式(35)中,整理后可得:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_i = \frac{2((\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3) \cdot \boldsymbol{\gamma}) \cdot (\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3) \cdot \boldsymbol{\gamma} + \frac{\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3}{(\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2) \cdot \mathbf{S}_3} \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}}}{((\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2) \cdot \mathbf{S}_3)^2}. \quad (38)$$

第二项其实为雅克比矩阵与 $\boldsymbol{\gamma}$ 的一阶导数的乘积,可以将第一项单独作为一个叠加项系数矩阵,即令:

$$\boldsymbol{\Phi}_i = \frac{2((\mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3) \cdot \boldsymbol{\gamma}) \cdot (\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2 \times \mathbf{S}_3)^T}{((\mathbf{S}_{i1} \times \mathbf{S}_2) \cdot \mathbf{S}_3)^2} \quad (i=1, 2, 3). \quad (39)$$

则式(38)可以写为:

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{J}_\omega^{-1} \cdot \dot{\boldsymbol{\gamma}}, \quad (40)$$

其中:

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\theta}} &= [\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_3]^T, \\ \boldsymbol{\Phi} &= [\boldsymbol{\Phi}_1^T \quad \boldsymbol{\Phi}_2^T \quad \boldsymbol{\Phi}_3^T]^T, \\ \boldsymbol{\gamma} &= (\dot{\alpha} \quad \dot{\beta} \quad \dot{\gamma})^T, \\ \dot{\boldsymbol{\gamma}} &= (\ddot{\alpha} \quad \ddot{\beta} \quad \ddot{\gamma})^T. \end{aligned}$$

若已知 3 个驱动电机的转动角加速度 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ 和髌关节动平台的转动角速度 $\boldsymbol{\gamma}$,则髌关节动平台的转动角加速度可表示为:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{J}_\omega (\ddot{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{\gamma}). \quad (41)$$

5.4 整条腿的加速度分析

由式(33)可知:

$$\begin{cases} \dot{p}_x = \frac{\partial p_x}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial p_x}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial p_x}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial p_x}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 \\ \dot{p}_y = \frac{\partial p_y}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial p_y}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial p_y}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial p_y}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 \\ \dot{p}_z = \frac{\partial p_z}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + \frac{\partial p_z}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial p_z}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial p_z}{\partial \theta_4} \dot{\theta}_4 \end{cases} \quad (42)$$

对公式(42)进一步对时间求导可得:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}^T \mathbf{H} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} + \mathbf{J} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\gamma}} \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= [\ddot{p}_x \quad \ddot{p}_y \quad \ddot{p}_z]^T, \\ \mathbf{H} &= [\mathbf{H}_1 \quad \mathbf{H}_2 \quad \mathbf{H}_3]^T. \end{aligned}$$

\mathbf{H}_1 、 \mathbf{H}_2 、 \mathbf{H}_3 为 4×4 形式的 Hessian 矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 p_x}{\partial \alpha \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \gamma \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \\ \frac{\partial^2 p_x}{\partial \alpha \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \beta \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \gamma \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \theta_4 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 p_x}{\partial \alpha \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \beta \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \gamma \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \theta_4 \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 p_x}{\partial \alpha \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \beta \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \gamma \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_x}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H}_2 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 p_y}{\partial \alpha \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \gamma \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \\ \frac{\partial^2 p_y}{\partial \alpha \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \beta \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \gamma \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \theta_4 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 p_y}{\partial \alpha \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \beta \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \gamma \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \theta_4 \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 p_y}{\partial \alpha \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \beta \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \gamma \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_y}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H}_3 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 p_z}{\partial \alpha \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \gamma \partial \alpha} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \\ \frac{\partial^2 p_z}{\partial \alpha \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \beta \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \gamma \partial \beta} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \theta_4 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 p_z}{\partial \alpha \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \beta \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \gamma \partial \gamma} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \theta_4 \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 p_z}{\partial \alpha \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \beta \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \gamma \partial \theta_4} & \frac{\partial^2 p_z}{\partial \theta_4 \partial \alpha} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

当 3 个驱动电机的转动角加速度 $\ddot{\boldsymbol{\theta}}$ 和髌关节动平台的转动角速度 $\boldsymbol{\gamma}$ 已知时,通过公式(41)可以算出髌关节动平台的转动角加速度 $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$,结合膝关节的转动角速度 $\dot{\theta}_4$ 和角加速度 $\ddot{\theta}_4$,通过式(43)、(44)、(45)就可以得到该串并混联腿的足端的加速度 \mathbf{a} 。至此,可得到驱动角速度和该串并混联机器人腿的足端的角加速度之间的关系。

6 工作空间分析

机构的工作空间是指机构的末端执行器或者参考点所能达到的位置,机构工作空间是衡量机构性能优劣的重要指标。该串并混联腿机构,其工作空间由髋关节的 3 个驱动副和膝关节的 1 个驱动副决定。

取该串并混联腿的足端中心作为足端的参考点,设髋关节连杆直径为 $d=22\text{ mm}$,大腿杆件直径 $D=50\text{ mm}$, $\theta_i \in [105^\circ, 155^\circ]$,考虑内部杆件干涉后,得到该串并混联腿机构的机器人的工作空间如附图 7 所示。工作空间呈球冠形,最大内接圆半径 $R=400\text{ mm}$,高度在 $H \in [500\text{ mm}, 900\text{ mm}]$ 。

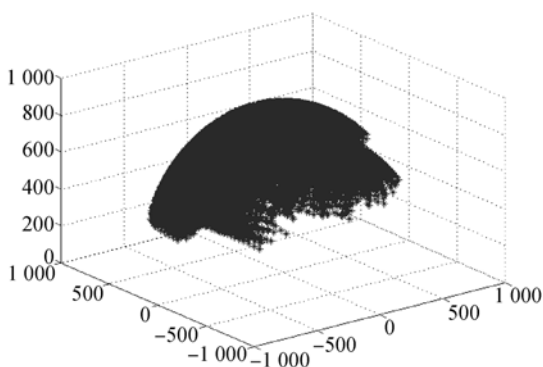


图 7 串并混联腿的工作空间散点图

Fig. 7 Scatter diagram of workspace of serial-parallel hybrid leg

7 正解和反解的验证

7.1 反解验证

将 Solidwork 模型另存为 Parasolid 格式,后导入 Adams 中,添加完整的约束后,运行 Adams 的自动检测功能得到机构的自由度为 4(图 8、9)。对机器人足端规划一个运动轨迹,用 Matlab 算出反解驱动,利用 Akispl 将反解数据添加到对应的驱动中。

对该串并混联机器人规划一个持续时间为 10 s 的向前踢腿动作,足端运动轨迹为:

$$\begin{cases} X=0 \\ Y=345-20t \\ Z=750-20t \end{cases} \quad (44)$$

根据上述推导的该串并混联腿的位置反解、速度求解和加速度求解的数学模型,利用 Matlab 数值计算分别得到该腿的驱动电机转角、驱动电机角速度和驱动电机角加速度随时间的变化曲线,如图 10 所示。利用 Adams 虚拟样机仿真得到该串并混联腿的该腿的驱动电机转角、驱动电机角速度和驱动电机角加速度随时间的变化曲线,如图 11 所示。由于电机 1、电机 2、电机 3 三者和电机 4 的变化范围相差太大,将电机 4 单独出图。由图 10 和图 11 可以得出,数值计算的结果与虚拟样机仿真分析的结果抑制,说明了本文推导的位置反解、速度求解和加速度求解表达式的正确性。



图 8 Adams 模型

Fig. 8 Adams model

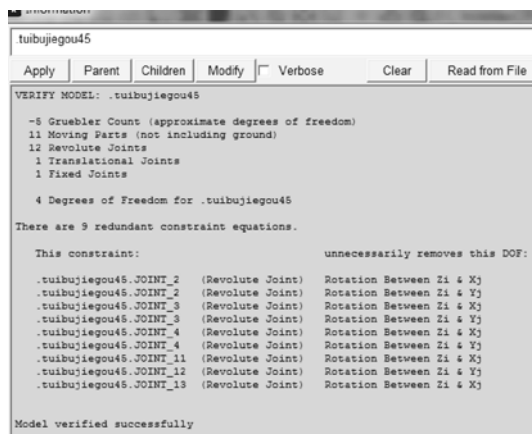
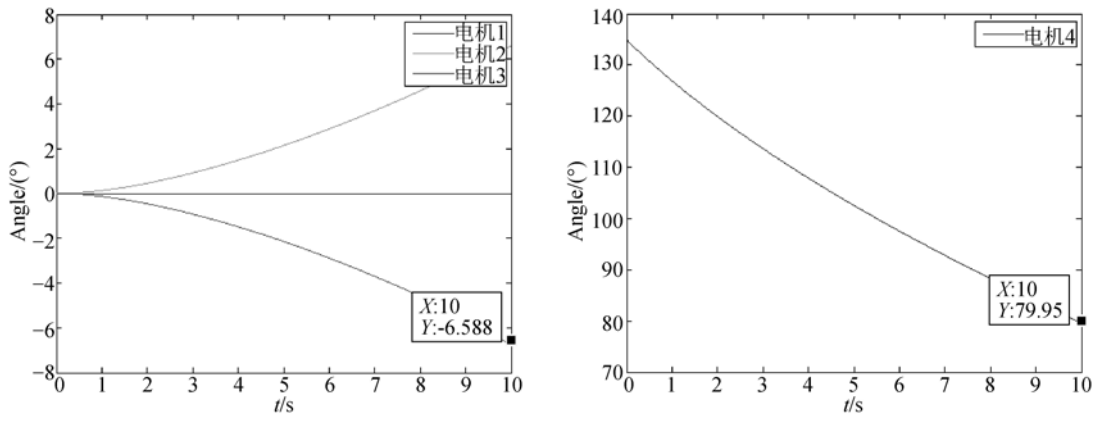


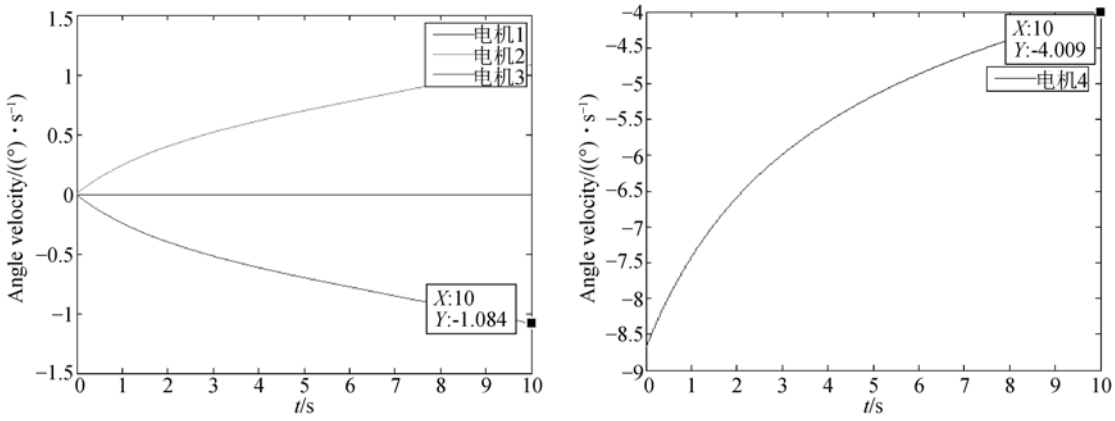
图 9 检测窗口

Fig. 9 Detection window



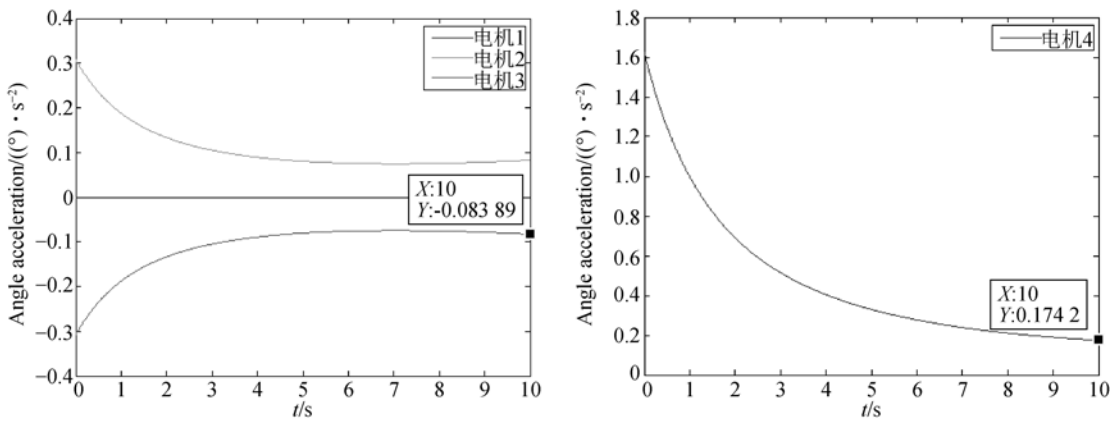
(a)角位移曲线

(a) Angular displacement curves



(b)角速度曲线

(b) Angular velocity curves



(c)角加速度曲线

(c) Angular acceleration curves

图 10 由 Matlab 计算得到的串并联腿的运动分析曲线

Fig. 10 Kinematics analysis of serial-parallel hybrid leg obtained by Mtalab

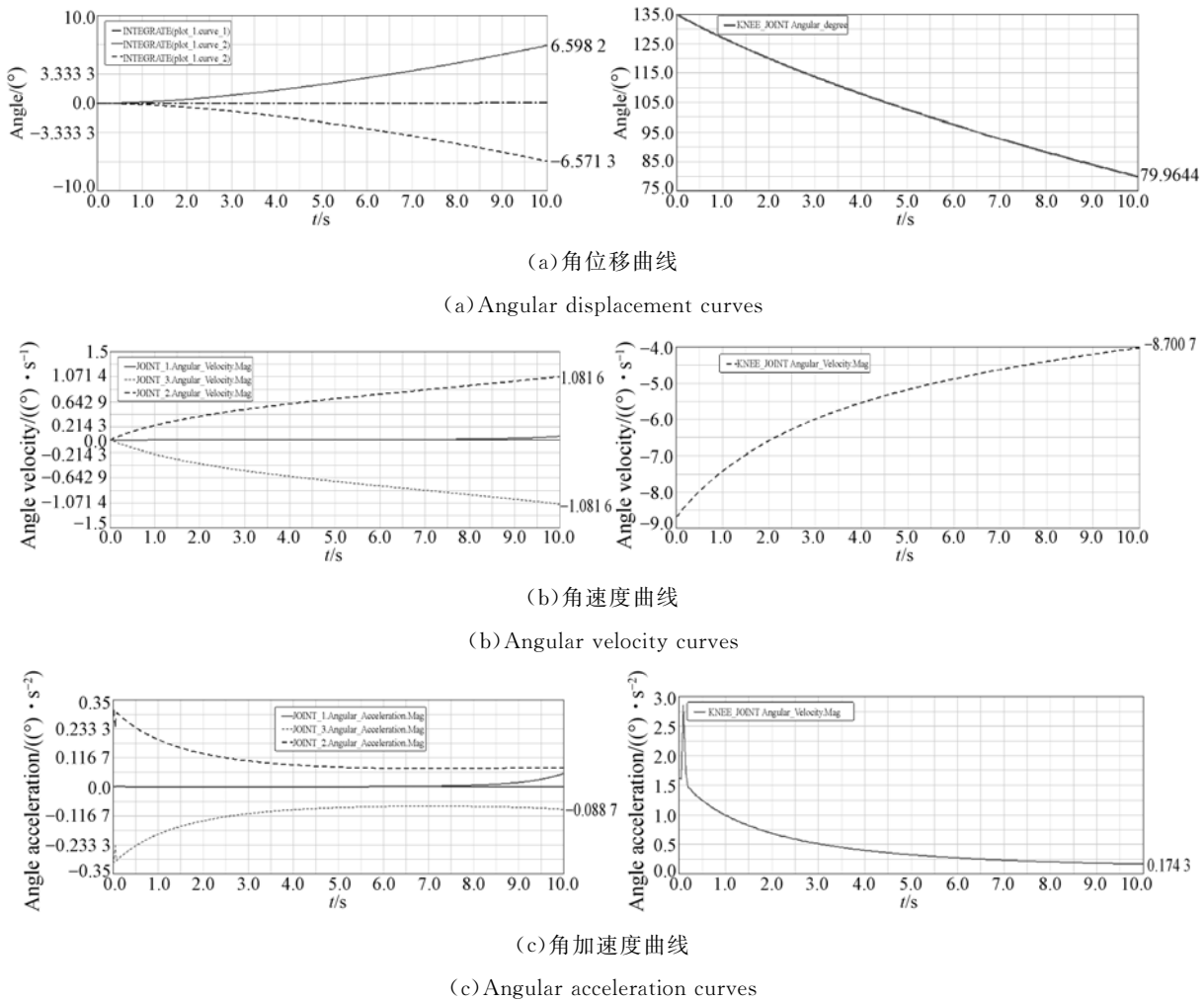


图 11 由 Adams 模拟仿真得到的串并混联腿的运动分析曲线

Fig. 11 Kinematics analysis of serial-parallel hybrid leg obtained by Adams

7.2 正解验证

该串并混联机器人腿的结构参数为 $\delta=45^\circ$, $L_1=426\text{ mm}$, $L_2=448\text{ mm}$, $l_1=300\text{ mm}$, $l_2=100\text{ mm}$ 。由 7.1 节可知反解是正确的。在该串并混联机器人腿的工作空间内,任取一点 $(-6, 57, 843)$ 为 P 点的坐标值,通过式(19)可以得出此时对应的反解 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 和 L , 计算结果为:

$$\begin{cases} \theta_1=13.2885^\circ \\ \theta_2=9.0584^\circ \\ \theta_3=5.3619^\circ \\ L=385.7709 \end{cases} \quad (45)$$

将这一组髋关节驱动 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 代入到式(23)中,用 Matlab 求解,可得该组驱动数据对应的 8 组解,除去 4 组为虚数解,对剩下的 4 组实数

解求解可得 (α, β, γ) 的值如表 1 所示。

表 1 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 对应的 4 组实数解

Tab.1 Four groups of real solution to $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ ($^\circ$)

	第 1 组	第 2 组	第 3 组	第 4 组
α	0.7810	6.0090	0.7810	6.0090
β	-21.6507	0	21.6507	0
γ	35.5590	20.1869	-35.5590	-20.1869

根据“ $\beta=0$ 时,整腿运动时能耗最小”,筛选第 1 组和第 3 组数据,根据第 4 组数据不满足条件 $\theta_2 \in (0, 90^\circ)$ 筛选第 4 组,剩下的第 2 组数据即是整腿运动能耗最小时对应的髋关节正解,此时 (α, β, γ) 为 $(6.0090, 0, 20.1869)$,由式(15)可求得此时 L 对应的 $\theta_4=135^\circ$,将 $(\alpha, \beta, \gamma, \theta_4)$ 代入

式(17)中,可分别得到这两组驱动数据对应的足端中心点 P 的正解为:

$$\begin{cases} p_x = -6.0495 \\ p_y = 57.4708 \\ p_z = 842.7802 \end{cases} \quad (46)$$

式(46)得到的 P 值和给定的 P 值(-6,57,843)非常接近,误差很小,由此可证明该运动学正解正确。

8 结 论

针对串联 4 足机器人行走惯量大,自重/载重比大的问题,提出了一种新型 4 足步行机器人。

对该机器人的串并混联腿进行了运动学分析,主要结论如下:

(1)基于矢量法,以能耗最小姿态为最优姿态分析了整条腿的运动学正解和反解,并通过

Matlab 和 Adams 软件验证了所得正解和反解的正确性。

(2)基于矢量法和微分变换法的混合方法,建立了该混联腿足端速度和驱动关节速度之间的映射关系,推导出了适用于 RPY 转速形式的速度雅克比矩阵,实现了机构关节空间和足端工作空间速度的一一映射。

(3)建立了机构的加速度分析表达式,得到了该混联腿的关节空间和足端工作空间加速度的一一映射关系。

(4)对该混联腿进行了奇异性分析。结果表明:当髋关节雅克比矩阵为零和膝关节转角为 0 或 180°时,该腿结构出现奇异。

(5)当髋关节连杆直径 $d=22$ mm,大腿杆件直径 $D=50$ mm,膝关节转角 $\theta_k \in [105^\circ, 155^\circ]$ 时,该腿的工作空间呈球冠状,最大内接圆半径 $R=400$ mm,高度 $H \in [500$ mm,900 mm]。

参考文献:

- [1] WEIDEMANN H J, PJEIFER F, ELTZE J. The Six-legged TUM Walking Robot [C]. *Proc. of the IEEE (RD). International Conference*, 1994, 1026-1033.
- [2] 郭明成,刘虎,张秀丽,等. 一种粗糙地形下四足仿生机器人的柔顺步态生成方法 [J]. *机器人*, 2014, 36(5): 584-591.
E M CH, LIU H, ZHANG X L, *et al.*. Compliant gait generation for a quadruped bionic robot walking on rough terrains [J]. *Robot*, 2014, 36(5): 584-591. (in Chinese)
- [3] 李满天,蒋振宇,郭伟,等. 四足仿生机器人单腿系统 [J]. *机器人*, 2014, 36(1): 21-28
LI M T, JIANG ZH Y, GUO W, *et al.*. Leg prototype of a bio-inspired quadruped robot [J]. *Robot*, 2014, 36(1): 21-28. (in Chinese)
- [4] 张雪峰,秦现生,冯华山,等. 面向奔跑运动的刚柔复合四足机器人单腿设计与实验研究 [J]. *机器人*, 2013, 35(5): 582-588.
ZHANG X F, QIN X SH, FENG H SH, *et al.*. Design and experiment study on a quadruped robot single leg with composite rigid-flexible configuration for gallop gait [J]. *Robot*, 2013, 35(5): 582-588. (in Chinese)
- [5] RAIBERT M, BLANKESPOOR K, NELSON G, *et al.*. BigDog, the rough-terrain quadruped robot [C]. *Proceedings of the 17th IFAC World Congress. Oxford*, 2008:10822-10825.
- [6] PLAYER R, BUEHLER M, RAIBERT M. Big-Dog [C]. *Unmanned Systems. Technology XIII. Bellingham, USA: SPIE*, 2006: No. 62302O.
- [7] KALAKRISHNAN M, BUCHLI J, PASTOR P, *et al.*. Learning, planning and control for quadruped locomotion over challenging terrain [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2001, 30: 236-258.
- [8] 柴汇,孟健,荣学文,等. 高性能液压驱动四足机器人 SCalf 的设计与实现 [J]. *机器人*, 2014, 36(4): 385-391.
CHAI H, MENG J, RONG X W, *et al.*. Design and implementation of SCalf, an advanced hydraulic quadruped robot [J]. *Robot*, 2014, 36(4): 385-391. (in Chinese)
- [9] 李贻斌,李彬,荣学文,等. 液压驱动四足仿生机器人的结构设计和步态规划 [J]. *山东大学学报*, 2011, 41(5): 32-36.
LI Y B, LI B, RONG X W, *et al.*. Mechanical design and gait planning of a hydraulically actuated

- quadruped bionic robot [J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2011, 41(5): 32-36. (in Chinese)
- [10] SEMINI C, TSAGARAKIS N G, GUGLIELMINO E, *et al.*. Design of HyQ-A hydraulically and electrically actuated quadruped robot [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2011, 255(6): 831-849.
- [11] SEMINI C. *HyQ-Design and development of a hydraulically actuated robot* [D]. Genoa: University of Genoa, 2010.
- [12] YONEDA K. Light weight quadruped with nine actuators [J]. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2007, 19(2): 160-165.
- [13] 任冠佼,陈伟海,陈斌,等. 基于双四杆机构的蟑螂机器人设计与分析 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(11): 14-22.
REN G J, CHEN W H, CHEN B, *et al.*. Mechanism design and analysis of cockroach robot based on double four-bar linkage [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(11): 14-22. (in Chinese)
- [14] 王洪波,徐桂玲,张典范,等. 助老助残四足/两足可重构并联腿步行机器人运动学建模与仿真 [J]. *燕山大学学报*, 2010, 34(6): 508-515.
WANG H B, XU G L, ZHANG D F, *et al.*. Kinematics modeling and simulation of quadruped/biped reconfigurable walking robot with parallel leg mechanism [J]. *Journal of Yanshan University*, 2010, 34(6): 508-515. (in Chinese)
- [15] 王洪波,徐桂玲,胡星,等. 四足并联腿步行机器人动力学 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48(23): 76-82.
WANG H B, XU G L, HU X, *et al.*. Dynamics of quadruped walking robot with parallel leg mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(23): 76-82. (in Chinese)
- [16] WU Y F, HIGUCHI M, TAKEDA Y, *et al.*. Development of a power assist system of a walking chair (proposition of the speed-torque combination power assist system) [J]. *Journal of Robotics and Mechatronics*, 2005 17(2): 189-197.
- [17] YONEDA K, ITO F, OTA Y, *et al.*. Steep slope locomotion and manipulation mechanism with minimum degrees of freedom [C]. 1999 *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Kyongju, IEEE, 1999, 3: 1896-1901.
- [18] 王洪波,齐政彦,胡正伟,等. 并联腿机构在四足/两足可重组步行机器人中的应用 [J]. *机械工程学报*, 2009, 45(8): 24-30.
WANG H B, QI ZH Y, HU ZH W, *et al.*. Application of parallel leg mechanisms in quadruped/biped reconfigurable walking robot [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(8): 24-30. (in Chinese)
- [19] 张成军,李艳文. 一种基于 3-RPC 并联机构的新型步行机器人 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(15): 25-30.
ZHANG CH J, LI Y W. A new walking robot based on 3-RPC parallel mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(15): 25-30. (in Chinese)
- [20] 荣誉,金振林,曲梦可. 六足步行机器人的并联机械腿设计 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(7): 1532-1541.
RONG Y, JIN ZH L, QU M K. Design of parallel mechanical leg of six-legged robot [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(7): 1532-1541. (in Chinese)
- [21] 荣誉,金振林. 五自由度并联机械腿静力学性能评价与优化设计 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(6): 1233-1242.
RONG Y, JIN ZH L. Static performance evaluation and optimal design of 5-DOF parallel mechanical leg [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(6): 1233-1242. (in Chinese)
- [22] LI Y B, LI B, RUAN J H, *et al.*. Research of mammalian bionic quadruped robots: A review [C]. *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. Piscataway, IEEE, 2011: 166-171.
- [23] ANANTHANARAYANAN A, AZADI M, KIM S. Towards a bioinspired leg design for high-speed running [J]. *Bioinspiration & Biomimetics*, 2012, 7(4): 1-12.
- [24] 周玉林,高峰. 仿人机器人构型 [J]. *机械工程学报*, 2006, 42(11): 66-74.
ZHOU Y L, GAO F. Configurations of humanoid robot [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(11): 66-74. (in Chinese)
- [25] YE R, CHEN Y H, YAU W P. A simple and novel hybrid robotic system for robot-assisted femur

- fracture reduction [J]. *Advanced Robotics*, 2012, 26 (1,2): 83-104.
- [26] PISLA D, GHERMAN B, VAIDA C, *et al.*. Kinematic modelling of a 5-Dof hybrid parallel robot for laparoscopic surgery [J]. *Robotica*, 2012, 30 (7): 1095-1107.
- [27] 高峰. 机构学研究现状与发展趋势的思考 [J]. *机械工程学报*, 2005, 41(8): 3-16.
- GAO F. Think of the current research status and development tendency [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(8): 3-16. (in Chinese)
- [28] 田兴华, 高峰, 陈先宝, 等. 四足仿生机器人混联腿构型设计及比较 [J]. *机械工程学报*, 2013, 49 (6): 81-88.
- TIAN X H, GAO F, CHEN X B, *et al.*. Mechanism design and comparison for quadruped robot with parallel-serial leg [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(6): 81-88. (in Chinese)

作者简介:



高建设(1977—),男,河南舞阳人,博士,副教授,1999年于燕山大学获得学士学位,2006年于燕山大学获博士学位,主要从事并联机器人技术及应用和运动控制技术的研究。E-mail: gao_jianshe@163.com



李明祥(1991—),男,河南驻马店人,硕士研究生,2013年于郑州大学获得学士学位,主要从事四足步行机器人的研究。E-mail: li_mxian@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)