

文章编号 1004-924X(2015)11-3114-07

MEMS 谐振器刚度非线性特性及其表征

王玉朝^{1,2*}, 余才佳¹, 田蕊¹, 滕霖¹

- (1. 中国航空工业集团公司 西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710065;
2. 西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 为了准确表征微电子机械系统(MEMS)谐振器在大振幅运动时的行为特性,建立了刚度非线性 MEMS 谐振器集总参数模型,并创建了一整套 MEMS 谐振器非线性特性的表征方法和测试系统。搭建了基于锁相环和自动增益控制的 MEMS 谐振器闭环工作电路,分析了不同驱动振幅下, MEMS 谐振器的工作状态。推导建立了工作振幅、工作频率与 MEMS 谐振器刚度非线性之间的数量关系。最后,基于衰减模式和稳定振荡模式两种工作形态,实际测量了 MEMS 谐振器的无阻尼自然谐振频率和刚度非线性。结果显示:无阻尼自然谐振频率和刚度非线性系数的测量重复性分别为 18.6×10^{-6} 和 1.50%。针对实测的 MEMS 谐振器无激励振幅自衰减曲线,分别用理想二阶系统谐振器模型和刚度非线性谐振器模型进行残差分析。结果显示后者的残差要比前者的残差小 9.5%,表明刚度非线性 MEMS 谐振器模型更接近真实情况,也验证了该刚度非线性特性表征方法的准确性。基于该方法,测量了 MEMS 谐振器刚度非线性系数和无阻尼自然谐振频率的温度特性,得到的无阻尼自然谐振频率的温度系数为 $-0.487 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$,线性拟合度达 99.964%。

关键词: 微机电系统(MEMS); MEMS 谐振器; 刚度非线性; 自然谐振频率; 锁相环; 自动增益控制

中图分类号: V241.5; TN752 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152311.3114

Characterization and verification of MEMS resonator nonlinearity

WANG Yu-zhao^{1,2*}, YU Cai-jia¹, TIAN Rui¹, TENG Lin¹

- (1. Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Xi'an 710065, China;
 2. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)
- * Corresponding author, E-mail: tinghx@163.com

Abstract: To describe the behavior characterization of a MEMS (Micro-electro-mechanical System) resonator with a large amplitude accurately, a lumped parameter model of the nonlinear stiffness MEMS resonator was established and an innovative method to measure and characterize the nonlinear coefficient of the resonator was presented. A closed loop control circuit was designed and manufactured based on a Phase Locked Loop (PLL) and an Automatic Gain Controller (AGC) and the quantity relationship between the vibration amplitude, vibration frequency, and the nonlinearity coefficient was given. Finally, according to the the given relationship, the natural resonant frequency and the stiffness nonlinear coefficient were measured by curve fitting in both of decaying mode and stable mode. The results indicate that the repeatabilities of the two measured results are 18.6×10^{-6} and 1.5%, respectively. With the measured amplitude self-decaying curve, the residuals were

收稿日期: 2015-02-12; 修订日期: 2015-03-20

基金项目: 总装预研基金资助项目(No. 51309030301); 国家国际科技合作专项资助项目(No. 2011DFA72370)

measured by an ideal second-order system resonator model and a stiffness nonlinear resonator model, and the results show that residuals from the latter is less 9.5% than that of the former. The results demonstrate that the stiffness nonlinear resonator model is more close to the actual situation and verify the validity of the measured nonlinearity characteristics by the proposed method. Moreover, the temperature characteristics of nonlinear coefficient and natural resonating frequency were also investigated. The temperature coefficient of the natural resonant frequency is $-0.487 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$, and the goodness of linear fitting is up to 99.964%.

Key words: Micro-electro-mechanical System (MEMS); MEMS resonator; stiffness nonlinearity; natural resonant frequency; Phase Locked Loop (PLL); Automatic Gain Controller (AGC)

1 引言

振动式微机械陀螺、硅微谐振式加速度计、谐振式压力传感器、MEMS 时基谐振器和 MEMS 滤波器等 MEMS 谐振类器件被广泛应用于惯性导航、姿态控制、大气数据计算机、计时和射频等领域,已经成为当前的研究热点^[1-5]。该类器件的共同点是为了扩展工作范围,减小结构加工误差对器件性能影响,一般工作在闭环谐振状态。通常 MEMS 谐振器可以等效为二阶质量-阻尼-刚度线性系统,但 MEMS 谐振器存在严重的非线性因素影响,特别是在大振幅运动条件下尤为明显。根据文献[6-7],MEMS 谐振器的非线性影响因素主要有两方面:一方面为机械非线性,即刚度非线性,尤其是刚度硬化效果^[8];另一方面为电容非线性,即检测电容为变间隙设计时,在谐振器的电容检测环节有非线性因素,该类非线性是刚度软化效果^[9]。针对电容非线性,可以通过梳齿式变面积设计来消除电容非线性的影响;而对机械非线性可以通过折叠梁设计减小其影响,但是随着机械结构振幅的增大,MEMS 谐振器的刚度仍然受非线性因素影响。刚度非线性特性会影响设计参数的准确性,比如硅微陀螺驱动模态谐振频率与检测模态谐振频率的匹配或频率间隙设计就得考虑这方面的影响;刚度非线性特性还会影响闭环谐振电路的稳定性,如果控制电路参数设置处理不好,会出现混沌、分叉等振荡不稳定现象^[10-12]。目前,针对 MEMS 谐振器的非线性研究定性分析较多,而定量分析较少。

对 MEMS 谐振器刚度非线性系数的定量分

析,可以通过有限元仿真获得数值^[13],但是,由于存在加工工艺误差,软件仿真的结果只具有参考价值。真实的刚度非线性系数可以通过测量手段获得,准确的谐振器刚度非线性系数的测量和获取对于闭环电路设计和避免非线性系统出现混沌等不可控现象具有重要意义。

本文针对 MEMS 谐振器刚度非线性的特性、测试和表征进行了研究,建立了刚度非线性系数的测试方法,并通过数值仿真结果进行了对比分析。最后,基于该方法对 MEMS 谐振器的非线性系数和无阻尼自然谐振频率的温度特性进行了研究。

2 刚度非线性原理

根据文献[8,14-15],考虑刚度非线性的影响,微机械谐振器非线性振荡的集总参数模型可表示为:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial x}{\partial t} + k_0 x + k_1 x^2 + k_2 x^3 = F \cos(2\pi ft), \quad (1)$$

式中: x 为谐振器的振动位移, m 为谐振器的质量, γ 为阻尼系数, k_0 为线性刚度, k_1 为一阶非线性刚度, k_2 为二阶非线性刚度, $F \cos(2\pi ft)$ 为交流静电驱动力。谐振器的两种振荡特性可以证明刚度非线性的存在。一种为扫频曲线的迟滞特性,即从低频到高频上行扫频曲线和从高频到低频下行扫频曲线不一致,这属于定性分析的范畴,如图 1 所示;其二,为微机械谐振器的谐振频率会随着机械振荡幅值的变化而变化,这可以定量分析确定微机械谐振器的刚度非线性特性。

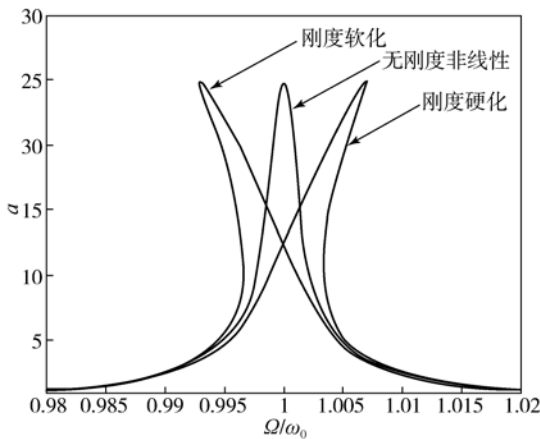


图 1 刚度非线性和理想二阶 MEMS 谐振器幅频响应曲线对比示意图

Fig. 1 Frequency response comparison between nonlinear resonator and ideal resonator

根据文献 [14], 与振荡幅值相关的非线性 MEMS 谐振器的工作谐振频率可以近似表示为:

$$f' = f_0 + \Delta f = f_0 + \kappa X_{0,f_0}^2, \quad (2)$$

其中: X_{0,f_0} 为工作在频率点 f_0 的振荡幅值, f_0 为本征无阻尼自然谐振频率:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0}{m}}. \quad (3)$$

κ 为非线性刚度对谐振频率影响的运算系数, 在此简称为非线性刚度系数, 可用来表征 MEMS 谐振器的非线性特性:

$$\kappa = \frac{3k_2}{8k_0} f_0 - \frac{5k_1^2}{12k_0^2} f_0. \quad (4)$$

一般地, MEMS 谐振器都设计为对称结构, 因此二阶非线性刚度 k_1 相对较小, 可以忽略, 从

而 $k_1 = 0^{[15]}$, 有:

$$\kappa = \frac{3k_2}{8k_0} f_0. \quad (5)$$

可以根据式 (2), 利用工作谐振频率与驱动幅值之间的关系进行曲线拟合, 获得 MEMS 谐振器的无阻尼自然谐振频率 f_0 和对应的非线性刚度系数 κ , 实现对 MEMS 谐振器刚度非线性的表征。

3 实验对比分析

对一个典型梳齿结构的 MEMS 谐振器进行了刚度非线性系数的测量。该 MEMS 谐振器为硅微陀螺的驱动模式, 其驱动梳齿和驱动检测梳齿都是变面积设计, 从而最大程度消除了电容非线性因素影响。针对该 MEMS 谐振器^[16], 搭建了基于锁相环 (Phase Locked Loop, PLL) 和自动增益控制环路 (Automatic Gain Controller, AGC) 的闭环控制电路, 如图 2 所示。该谐振器的振荡位移 X 可以通过参考电压 V_0 进行更改和设定, 两参数间关系为:

$$X = \frac{\sqrt{2}V_0}{K_{x/v}}. \quad (6)$$

闭环控制电路在 PLL 模块设置了使能端, 可以控制 PLL 开通和关断。借助于现场可编程门阵列 (Field Programmable Gate Array, FPGA) 的并行运算功能, 可以同时获得微机械谐振器振荡的频率信号和振荡幅值信号。根据式 (2), 对上述 2 个信号进行曲线拟合, 可以获得刚度非线性系数 κ , 进而计算得到二阶刚度非线性系数 k_2 。

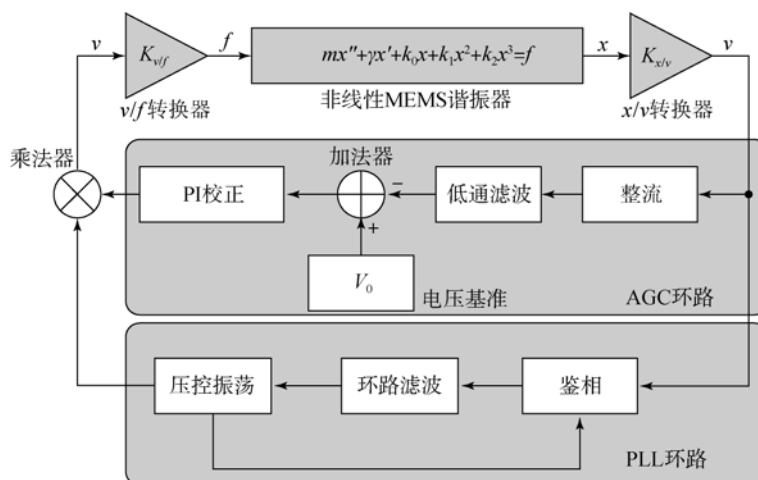


图 2 非线性 MEMS 谐振器闭环控制电路结构

Fig. 2 Closed control loop for nonlinear MEMS resonator

3.1 刚度非线性系数测定

具体的实验过程为,分别选取 9 个机械振荡的目标振幅 X_0 ,控制 MEMS 谐振器稳定振荡一段时间,然后通过控制锁相环的使能端,关闭驱动信号,在阻尼力的作用下, MEMS 谐振器的振荡幅值会逐渐衰减,因为刚度非线性因素影响, MEMS 谐振器的衰减振荡频率也会随之改变。整个过程中,利用 FPGA 实时采集机械振荡幅值和工作频率,如图 3 所示。

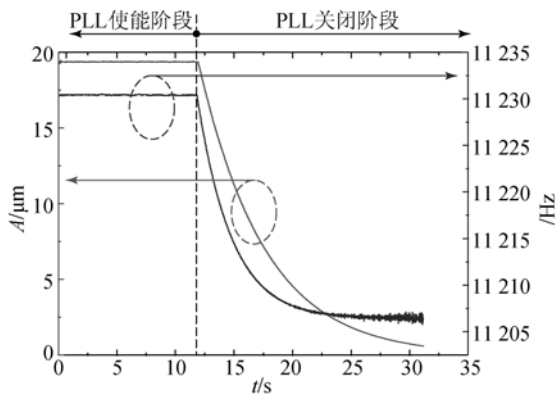


图 3 实测 MEMS 谐振器工作频率与工作幅值随时间变化关系

Fig. 3 Oscillating frequency and amplitude of MEMS resonator vs time

从图中可以看到,随着机械振荡幅值的衰减,工作谐振频率也随之减小,证明该 MEMS 谐振器存在刚度非线性因素,并且刚度非线性系数 κ (或者二阶非线性刚度 k_2) 为正。

针对刚度非线性系数 κ 的测试和计算,设计了两种工作模式,分别定义为“衰减模式”和“稳定振荡模式”。衰减模式是测试衰减振荡的幅值和频率,利用幅值衰减数据和频率衰减数据进行拟合处理,计算获得刚度非线性系数 κ 和无阻尼自然谐振频率 f_0 ,典型的衰减振幅与谐振频率的实

测与拟合曲线如图 4(a)所示。稳定振荡模式是驱动 MEMS 谐振器工作在不同的稳态幅值上,然后测试该稳态幅值对应的稳态工作谐振频率,取 9 个离散的稳态工作点(振荡幅值,谐振频率)数据,进行曲线拟合,获得 κ 和 f_0 ,实测数据与拟合曲线如图 4(b)所示。最终计算结果如表 1 所示。

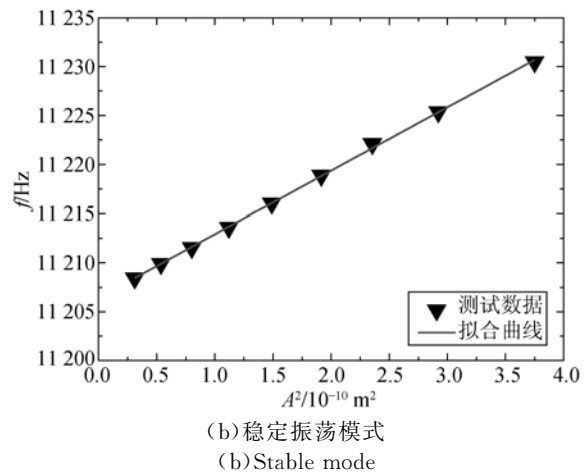
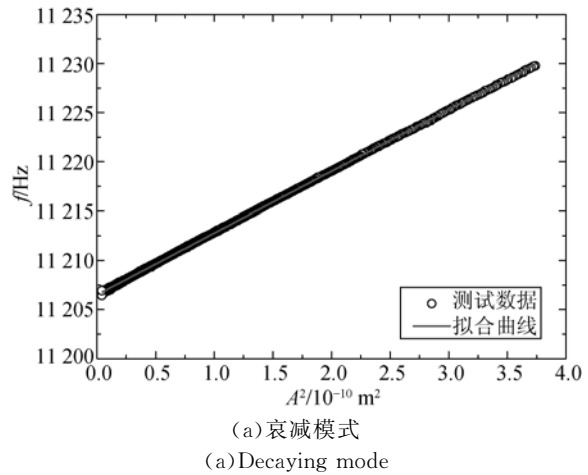


图 4 计算刚度非线性系数的拟合曲线

Fig. 4 Comparison between measured data and fitting curve

表 1 刚度非线性系数 κ 和无阻尼自然谐振频率 f_0 拟合结果对比

Tab. 1 Nonlinear coefficient (κ) and natural resonating frequency(f_0) results based on curve fitting

工作模式	初始振幅/ μm	f_0/Hz	$\kappa/(10^{10} \text{ Hz} \cdot \text{m}^{-2})$	拟合度(R^2)/%
衰减模式	19.4	11 206.498 0	6.270 8	99.987
衰减模式	17.1	11 206.566 0	6.425 8	99.973
衰减模式	15.3	11 206.993 6	6.346 6	99.978
衰减模式	13.8	11 206.401 8	6.355 9	99.955
衰减模式	12.2	11 206.385 5	6.422 1	99.964
衰减模式	10.6	11 206.323 8	6.515 3	99.923
衰减模式	8.96	11 206.329 3	6.291 8	99.793
衰减模式	7.33	11 206.302 6	6.218 7	99.560
衰减模式	5.58	11 206.312 5	6.293 4	98.591
稳定振荡模式	—	11 206.426 3	6.472 0	99.935

根据文献[17]所述,如果用被测量的标准差除以均值表征测试的重复性。则无阻尼自然谐振频率 f_0 和刚度非线性系数 κ 的测量重复性分别为 18.6 ppm 和 1.50%,从重复性的角度,这两个参数的测量具有较高的准确性。

3.2 测试结果验证

根据文献[17],利用时域衰减方法测试品质因数,实测振幅衰减曲线与理想的指数函数的吻合程度不是十分理想。在振幅较大时,两者差值表现为明显的单方向性,且绝对值较大。文献[17]对该现象进行的初步分析确定为刚度非线性因素影响。为了验证上述测试的无阻尼自然谐振频率 f_0 和刚度非线性系数 κ 的准确性,建立刚度非线性微机械谐振器数学模型,利用数值仿真计算刚度非线性谐振器的无激励自衰减幅值与实测数据的残差。数值仿真采用 4 阶-5 阶 Runge-Kutta 算法(ode45),最大步长 2×10^{-6} s,相对误差限为 1×10^{-7} 。指数拟合衰减曲线与实测振幅衰减曲线的残差对比如图 5 所示。前者的残差平方和为 $0.2437 \mu\text{m}^2$,利用计算的 f_0 和 κ 建立的非线性模型计算的残差平方和为 $0.2189 \mu\text{m}^2$,提高了 9.5%,具有更高的与实测曲线的接近程度。残差结果对比表明,利用该方法可有效测量微机械谐振器的无阻尼自然谐振频率 f_0 和刚度非线性系数 κ 。

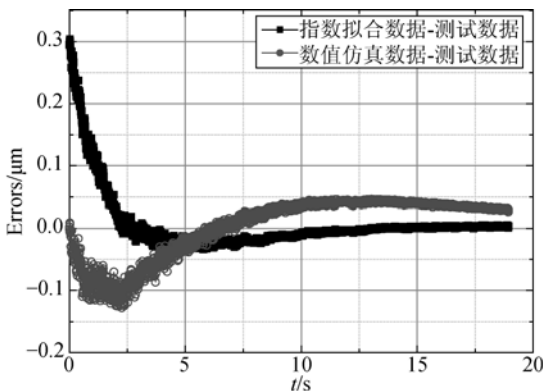


图 5 残差曲线对比图

Fig. 5 Comparison between of residual errors

4 误差分析

刚度非线性系数的测量误差主要来源于模型误差、噪声和干扰、量测误差。

模型误差主要是因为实际加工工艺误差的存

在, MEMS 谐振器并非完全对称,式(4)中的简化处理 $k_1 = 0$ 并非完全成立。考虑到该项跟 k_2 项一样,也是 f_0 的比例系数,因此利用该方法不能消除该误差项的存在。

噪声和干扰主要是考虑测试系统中 MEMS 谐振器的机械热噪声和前端电路噪声。其中机械布朗噪声的功率谱密度为^[18]:

$$S_b = 4 \frac{K_B T c}{m}, \quad (7)$$

式中: K_B 为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度, c 为等效黏性阻尼系数, $c = \omega_0 / Q = \gamma / m$, Q 为 MEMS 谐振器的机械品质因数, m 为中心质量块质量。机械布朗噪声是施加到 MEMS 谐振器上的等效加速度噪声,其单位是 $\text{N}^2 / (\text{kg}^2 \text{Hz})$ 。

利用电荷放大器实现 x/V 转换器的位移检测前端电路输出噪声为^[19]:

$$S_c = \left(\frac{2C}{C_F} \right)^2 \times \hat{V}_n^2 + \left(\frac{1}{j\omega C_F} \right)^2 \times \left(\hat{i}_n^2 + \frac{4K_B T}{R_F} \right), \quad (8)$$

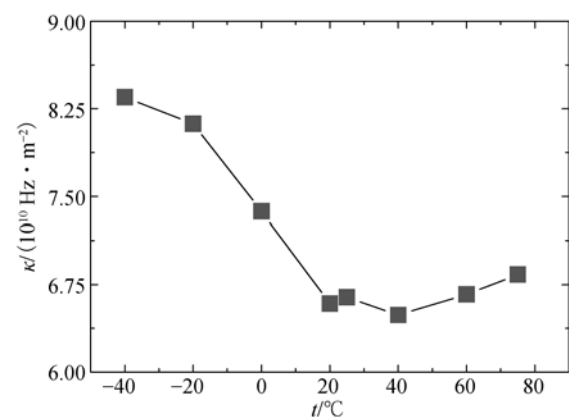
式中: C 为检测的基础电容, C_F 为电荷放大器反馈电容, R_F 为电荷放大器反馈电阻, \hat{V}_n^2 和 \hat{i}_n^2 分别为电荷放大器电路输入参考电压噪声和电流噪声。位移检测前端电路噪声的单位为 V^2 / Hz 。

量测误差主要包括对 MEMS 谐振器振荡幅值和振荡频率的度量误差。振荡幅值的量测除了电容检测前端电路噪声外,还包括中间放大器的噪声、16 位 ADC 数字量化误差。振荡频率是通过 100 MHz 高频信号进行计数实现,也存在量化误差^[17]。

上述误差中除模型误差外,都满足随机分布,可以增大采集样本量,通过曲线拟合消除误差影响。模型误差是原理性误差,必须寻找新的测试理论和方法,实现 MEMS 谐振器更为精确的建模和计量表征。

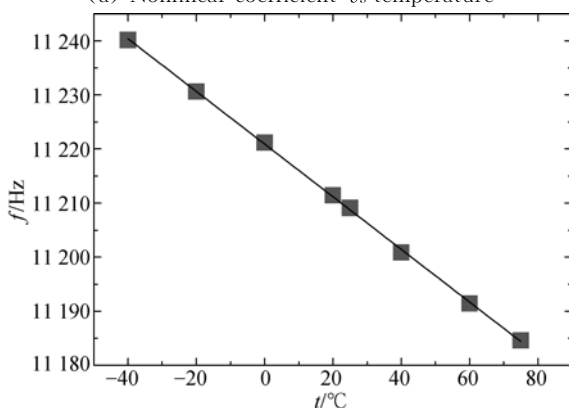
5 温度特性

基于该方法,对该 MEMS 谐振器刚度非线性温度特性进行测试表征。选定 $-40 \sim 75^\circ\text{C}$ 8 个温度点进行测试。测试结果如图 6 所示。在低于 20°C 时,刚度非线性为负温度系数,在高于 $+40^\circ\text{C}$ 时刚度非线性为正温度系数。刚度非线性全温变化 $1.86 \times 10^{10} \text{ Hz/m}^2$,较常温变化 28.2%。无阻尼自然谐振频率的温度系数为 $-0.487 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$,线性拟合度高达 99.964%。



(a) 刚度非线性系数温度特性

(a) Nonlinear coefficient vs temperature



(b) 无阻尼自然谐振频率温度特性

(b) Natural resonant frequency vs temperature

图 6 刚度非线性系数和无阻尼自然谐振频率温度特性曲线

Fig. 6 Temperature characteristic curve of nonlinear coefficient and natural resonant frequency

参考文献:

- [1] 姜劲栋, 苏岩, 施芹, 等. 双质量振动式硅微陀螺理论和实验模态分析 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(2):467-476.
JIANG SH D, SU Y, SHI Q, *et al.*. Theory and experimental modal analysis of dual-mass vibrating silicon micro-gyroscope [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(2):467-476. (in Chinese)
- [2] 王岩, 张玲, 邢朝洋. 硅微谐振加速度计高精度相位闭环控制系统设计与实现 [J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(5): 688-692.
WANG Y, ZHANG L, XING CH Y. Design and implement of high precision phase closed-loop control system for silicon resonant accelerometer [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*. 2014, 22

6 结 论

本文提出了一种微机械谐振器刚度非线性特性的测试和表征方法,并以硅微陀螺的驱动模态为例,应用该方法对其进行了具体研究。以该方法测试的刚度非线性系数为基础的非线性 MEMS 谐振器模型,其数值仿真的振幅自衰减曲线与实测曲线的残差为 $0.2189 \mu\text{m}^2$, 相较理想二阶系统,具有更好的逼近效果。基于该方法,对该 MEMS 谐振器刚度非线性的温度特性进行了研究,其无阻尼自然谐振频率温度系数为 $-0.487 \text{ Hz}/^\circ\text{C}$ 。

利用该方法计算的刚度非线性系数和无阻尼自然谐振频率,一方面可以指导 MEMS 器件设计,比如通过计算微机械谐振器闭环控制的临界目标振幅,确定闭环控制系统的参数设计;通过陀螺驱动模态刚度非线性系数的准确测量,准确计算陀螺频率间隙,即工作带宽。另一方面,可以利用该方法实现对 MEMS 谐振器进行相关专项技术研究,比如 MEMS 加工工艺误差等非理想特性、MEMS 谐振器的温度、应力和结构设计等因素对刚度非线性的影响及其消除技术。

(5): 688-692. (in Chinese)

- [3] 陈德勇, 曹明威, 王军波, 等. 谐振式 MEMS 压力传感器的制作及圆片级真空封装 [J]. 光学精密工程, 2014, 22(5):1235-1242.
CHENG D Y, CAO M W, WANG J B, *et al.*. Fabrication and wafer-level vacuum packaging of MEMS resonant pressure sensor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5):1235-1242. (in Chinese)
- [4] ZHONG Z Y, ZHANG W M, MENG G, *et al.*. Inclination effects on the frequency tuning of comb-driven resonators [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2013, 22(4): 865-875.
- [5] NGUYEN C T C. Micromechanical resonators for oscillators and filters [C]. *Proceedings of the 1995 IEEE International Ultrasonics Symposium*, Seattle, WA, 1995: 489-499.

- [6] VILLE K, TOMI M, AARNE O, *et al.*. Nonlinear limits for single-crystal silicon microresonators [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2004, 13(5): 715-724.
- [7] MOORTHI P, LYNN K. Nonlinear behavior of SOI free-free micromechanical beam resonator [J]. *Sensors and Actuators A*, 2008, 142: 203-210.
- [8] SHIN Q, QIU A, SU Y, *et al.*. Nonlinear oscillation characteristics of MEMS resonator [C]. *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Xi'an*, 2010 (8): 1250-1253.
- [9] SAID E A, KANBER M S, TAYFUN A. A low-cost rate-grade nickel microgyroscope [J]. *Sensors and Actuators A*, 2006, 132: 171-181.
- [10] SIEWE M, USAMA H H. Homoclinic bifurcation and chaos control in MEMS resonators [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35: 5533-5552.
- [11] NAN C T, CHUNG Y S. Stability and resonance of micro-machined gyroscope under nonlinearity effects [J]. *Nonlinear Dyn.*, 2009, 56: 369-379.
- [12] EHSAN M M, HOSSEIN N P, AGHIL Y K, *et al.*. Chaos prediction in MEMS-NEMS resonators [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2014, 82: 74-83.
- [13] ZHANG W H, BASKARAN R, KIMBERLY L T. Effect of cubic nonlinearity on auto-parametrically amplified resonant MEMS mass sensor [J]. *Sensors and Actuators A*, 2002, 102: 139-150.
- [14] SHAO L C, NIU T, PALANIAPAN M. Nonlinearities in a high-Q SOI Lam'e-mode bulk resonator [J]. *J. Micromech. Microeng.*, 2009, 19(075002): 715-724.
- [15] SHAO L C, PALANIAPAN M, TAN W W, *et al.*. Nonlinearity in micromechanical free-free beam resonators: modeling and experimental verification [J]. *J. Micromech. Microeng.*, 2008, 18(025017).
- [16] SUNGSU P, TAN C W, HAEDONG K, *et al.*. Oscillation control algorithms for resonant sensors with applications to vibratory gyroscopes [J]. *Sensors*, 2009, 9: 5952-5967.
- [17] 王玉朝, 滕霖, 孙香政, 等. 真空封装硅微陀螺螺品质因数的标定 [J]. *光学精密工程*, 2014, 22(10): 2708-2714.
- WANG Y ZH, TENG L, SUN X ZH, *et al.*. High precision measurement of quality factor for vacuum-packaged microgyroscope [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(10): 2708-2714. (in Chinese)
- [18] THOMAS B G. Mechanical-thermal noise in micromachined acoustic and vibration sensors [J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 1993, 40(5): 903-909.
- [19] DONG Y F. *Control Systems for Capacitive Micromachined Inertial Sensors with High-Order Sigma-Delta Modulators* [D]. University of Southampton, 2006: 31-33.

作者简介:



王玉朝(1985—),男,山东潍坊人,工程师,博士研究生,2011年于西北工业大学获得硕士学位,主要从事MEMS惯性传感器研发工作。E-mail: tinghx@163.com

导师简介:



滕霖(1960—),男,博士,研究员,博士生导师,国防科技工业“511人才工程”学术技术带头人,主要从事航空宇航制造工程、超精密加工方面的研究。E-mail: TL2253@facri.com

(版权所有 未经许可 不得转载)