

文章编号 1004-924X(2015)11-3238-08

二阶 Wedgelet 快速分解及其 在工业 CT 图像线特征提取中的应用

李宗剑*, 邹晓兵

(重庆第二师范学院 数学与信息工程系, 重庆 400067)

摘要: 为了对工业 CT(ICT) 图像中的线特征进行有效提取, 提出一种基于二阶 Wedgelet 快速分解的特征提取方法。首先, 介绍了二阶 Wedgelet 分解的定义, 根据二阶 Wedgelet 基函数的构成将其划分为 3 种(同边型、邻边型、对边型)不同类型。根据不同类型基函数间的空间关系设计出二阶 Wedgelet 快速分解算法。在此基础上, 在不同的单尺度上分别提取了各自的候选线特征。最后, 结合多尺度二叉树结构, 融合不同单尺度的候选线特征得到最终提取结果。对实际 ICT 图像进行了线特征提取实验, 对比试验结果验证了提出方法的有效性和先进性, 表明基于二阶 Wedgelet 快速分解的 ICT 图像线特征提取方法能有效地提取 ICT 图像感兴趣的线特征, 对其它类型图像的线特征提取也具有一定的参考价值。

关键词: 二阶 Wedgelet 分解; 线特征提取; 多尺度几何分析; 工业 CT 图像

中图分类号: TG115. 281; TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10. 3788/OPE. 20152311. 3238

Second order Wedgelet rapid decomposition and its application in line feature extraction of industrial CT image

LI Zong-jian*, ZOU Xiao-bing

(Department of Mathematics and Information Engineering,
Chongqing University of Education, Chongqing 400067, China)

* Corresponding author, E-mail: joylil1@sohu.com

Abstract: To effectively extract the line features of an industrial CT(ICT) image, a feature extraction method based on second order Wedgelet decomposition was presented. Firstly, the definition of the Wedgelet decomposition was introduced. According to the different constitutions of second-order Wedgelet basis functions, they were divided into three kinds(same side type, neighbouring type and apart type). Depending on the spatial relationships of different kinds of second order Wedgelet basis functions, the second order Wedgelet rapid decomposition algorithm was designed. Then, based on the proposed algorithm, candidate line features at different mono-scales were extracted respectively. Finally, considering the multiscale quadtree structure, the line features were fused to get the final extraction result. The actual ICT images were used to an experiment, comparative test results show the feasibility and advance of the line features extraction method based on second order Wedgelet rapid

收稿日期: 2015-08-21; 修订日期: 2015-09-29.

基金项目: 重庆市教委科学技术研究项目(No. KJ131505); 重庆市基础与前沿研究计划资助项目(No. cstc2014jcyjA40040)

decomposition. For applying to the ICT images, the method not only extracts effectively interest line features, but also lays a solid foundation for the feature description of the other types images.

Key words: second order Wedgelet decomposition; line feature extraction; multiscale geometric analysis; industrial CT image

1 引 言

工业计算机断层成像技术 (Industrial Computed Tomography, ICT) 是一种利用射线穿过物体发生衰减, 然后对其进行重建的技术。它能无损地获得被检测物体内部高分辨率灰度图像, 可清晰、准确、直观地反映被检测物体的内部结构、材质、缺陷、密度分布等情况, 已在设计、加工、制造等领域获得较为广泛的应用。

ICT 图像包含丰富的信息量, 但人们感兴趣的信息常常以一些低维几何特征的形式出现 (如点、线、面等), 若能对这些低维几何特征进行准确描述, 就相当于对 ICT 图像本身进行了准确的理解。例如, 在分析工件制造误差时, 利用 ICT 图像中提取到的特征与计算机辅助设计模型进行比对, 就可判断出工件是否符合制造标准^[1]。

图像中的低维几何特征以线特征最为常见, 代表性的线特征提取技术如 Radon 变换^[2]、Hough 变换^[3]、多尺度几何分析^[4-9] (Multiscale Geometric Analysis, MGA) 方法等, 这些方法在不同的应用领域中均有一定的效果。近十多年来, 线特征提取呈现出多尺度、多方法融合、多元的发展趋势。MGA 方法符合上述发展趋势, 其发展的目的正是通过对某类高维数据几何结构进行高效的逼近, 从而更好地检测、表示、处理该类高维数据。

ICT 图像中的线特征常表现为不同灰度区域的交界线形式, 其对应的数学模型可建模为水平图像模型。作为 MGA 方法中的一员, Wedgelet^[10] 在 Beamlet^[11] 分割二进图像块的基础上, 以区域块的方式分析图像, 对以不同灰度区域的交界线形式存在的线特征具有较强的描述能力。虽然 Wedgelet 对含有边界函数为 $f \in C^\alpha$, $1 < \alpha < 2$ 的水平图像模型具有 $O(N^{-\alpha})$, $1 < \alpha < 2$ 的逼近率, 对直线特征的描述非常有效, 但对于曲线特征的描述却是通过对直线特征的逼近获得的。作为 Wedgelet 的改进形式, 二阶

Wedgelet^[12] 对含有边界函数为 $f \in C^\alpha$, $2 < \alpha < 3$ 的水平图像模型具有 $O(N^{-\alpha})$, $2 < \alpha < 3$ 的逼近率, 这对于曲线特征的描述就变得更加高效。因此, 本文选择二阶 Wedgelet 作为研究对象。

本文旨在研究二阶 Wedgelet 的快速分解及其在 ICT 图像线特征提取中的应用。首先, 分别介绍了 Wedgelet 分解和二阶 Wedgelet 分解的定义; 接着, 详细分析了不同二阶 Wedgelet 基函数间的空间关系并设计出二阶 Wedgelet 快速分解算法; 然后将二阶 Wedgelet 快速分解应用于 ICT 图像的线特征提取, 设计出相应的提取方法; 最后, 通过实际 ICT 图像的对比试验验证了本文方法的有效性、先进性。

2 二阶 Wedgelet 分解数学设计

2.1 Wedgelet 分解

对一幅图像 $S = [0, 1] \times [0, 1]$ 进行二进递归划分, 并标注每一图像小块的边界点, 则每对标注点的连线被称为一条 Beamlet^[11]。每条 Beamlet 和图像 S 的边界所构成的两个楔形区域, 被称为互补的 Wedgelets^[10]。图 1 描述了一条 Beamlet, 以及由这条 Beamlet 和图像 S 构成的一对互补 Wedgelets。

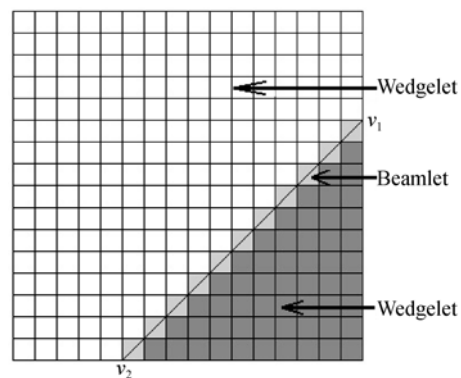


图 1 Wedgelet 示例

Fig. 1 An example of Wedgelet

令 $S_{j,k} = [k_1/2^j, (k_1+1)/2^j] \times [k_2/2^j, (k_2+1)/2^j]$ 表示尺度为 j 、位置为 $k = \{k_1, k_2\}$ 的

图像块, $0 \leq k_1, k_2 < 2^j, j \geq 0, j, k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ 。记 $S_{j,k}$ 的边界点集为 V , 任取 $(v_1, v_2) \in V$, 则 $\overline{v_1 v_2}$ 将 $S_{j,k}$ 划分成区域 R_a 和 R_b 。记 m_a 和 m_b 分别为区域 R_a 和 R_b 的像素值均值, 则图像块 $S_{j,k}$ 的 Wedgelet 分解集记为:

$$W[S_{j,k}] = \{w(S_{j,k}; v_1, v_2, m_a, m_b) : (v_1, v_2) \in V\}. \quad (1)$$

2.2 二阶 Wedgelet 分解

将图 1 中的 Beamlet 用一段二次曲线(圆、椭圆、双曲线、抛物线等)代替, 则该段二次曲线和图像 S 的边界所构成的两个区域, 被称为互补的二阶 Wedgelets^[12]。图 2 描述了一段二次曲线以及由这段二次曲线和图像 S 构成的一对互补二阶 Wedgelets。

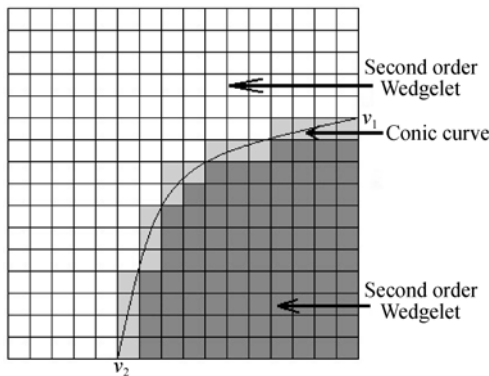


图 2 二阶 Wedgelet 示例

Fig. 2 An example of second order Wedgelet

类似于 Wedgelet 的分解集式 (1), 图像块 $S_{j,k}$ 的二阶 Wedgelet 分解集可记为:

$$SOW[S_{j,k}] = \{sow(S_{j,k}; v_1, v_2, \widehat{v_1 v_2}, m_a, m_b) : (v_1, v_2) \in V\}. \quad (2)$$

2.3 二阶 Wedgelet 基函数空间关系分析

设一幅图像 $S = [0, 1] \times [0, 1]$ 包含 $M \times M$ ($M = 2^J, J \in \mathbb{N}$) 个像素, 在二进递归最大分解尺度时(即 1 个像素为 1 个区域, 每个区域的大小为 $1/M \times 1/M$), 其边界点集的个数为 $4M$, 因此共有 C_{4M}^2 种选取标注点对 (v_1, v_2) 的方法。根据每对标注点对的相对位置关系, 可以将标注点对分类为同边型标注点对(4 大类情形, 如图 3 所示)、邻边型标注点对(4 大类情形: 上边 & 右边、右边 & 下边、下边 & 左边、左边 & 上边)和对边型标注点对(2 大类情形: 上边 & 下边、左边 & 右边)。

再结合标注点对连接直线的斜率进行考虑, 邻边型标注点对可进一步细分为 8 小类情形(如图 4 所示); 结合标注点对连接直线的斜率和二次曲线开口方向进行考虑, 对边型标注点对可进一步细分为 8 小类情形(如图 5 所示)。

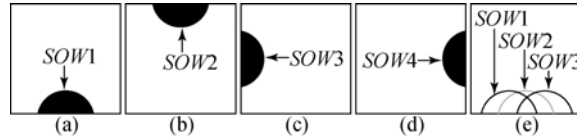


图 3 同边型标注点对

Fig. 3 Same-side type of label point pairs

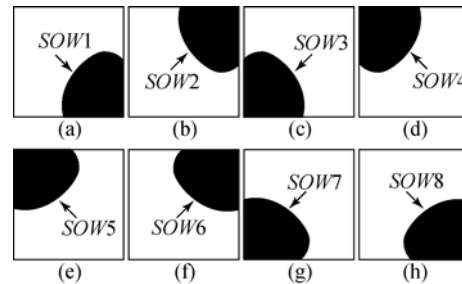


图 4 邻边型标注点对

Fig. 4 Neighbouring type of label point pairs

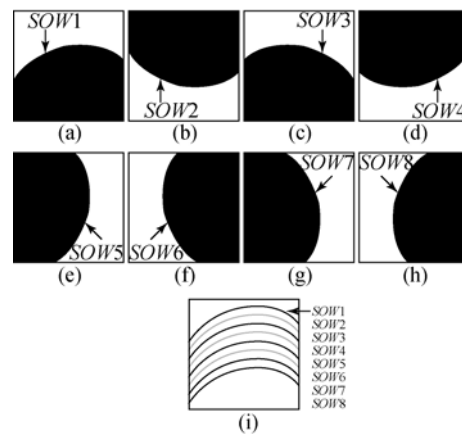


图 5 对边型标注点对

Fig. 5 Apart type of label point pairs

从图 3、图 4、图 5 可以分别看到, 不同的同边型、邻边型、对边型标注点对构造得到的二阶 Wedgelets 间, 可能具有相同的形状、只是位置和方向不同。因此, 在实际计算二阶 Wedgelet 分解时, 利用好二阶 Wedgelets 间的空间关系, 则不需计算每个二阶 Wedgelet 所覆盖的图像区域, 从而达到减少计算量、实现二阶 Wedgelet 快速分解的

目的。

接下来分析二阶 Wedgelets 间具体的空间关系,建立如图 6 所示的图像坐标系。

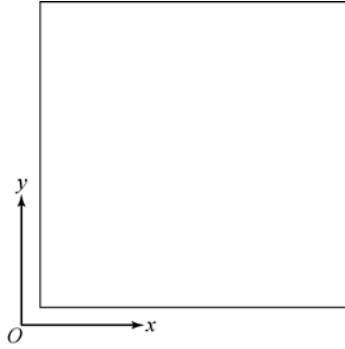


图 6 图像坐标系

Fig. 6 Image coordinate

2.3.1 同边型标注点对

假设已知图 3(a)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域。则图 3(b)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可在 3(a)的基础上,通过 y 方向的图像矩阵翻转得到;图 3(c)和 3(d)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可分别在 3(a)和 3(b)的基础上,通过 $y=x$ 方向的图像矩阵转置得到。即若 $(x, y) \in \text{SOW1}$, 则:

$$\begin{cases} (x, M-1-y) \in \text{SOW2} \\ (y, x) \in \text{SOW3} \\ (M-1-y, x) \in \text{SOW4} \end{cases} \quad (3)$$

另外,从图 3(e)可以看到,同边型标注点对构造得到的二阶 Wedgelets 间,具有空间的平移性,即若 $(x, y) \in \text{SOW1}$, 则:

$$\begin{cases} (x+d, y) \in \text{SOW2} \\ (x+2d, y) \in \text{SOW3} \end{cases} \quad (4)$$

其中 d 为平移量。

2.3.2 邻边型标注点对

假设已知图 4(a)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域,则图 4(b)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可在 4(a)的基础上,通过 y 方向的图像矩阵翻转得到;图 4(c)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可在 4(a)的基础上,通过 x 方向的图像矩阵翻转得到;图 4(d)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可在 4(b)的基础上,通过 x 方向的图像矩阵翻转得到;图 4(e)~(h)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可分别在 4(a)~(d)的基础上,通

过 $y=x$ 方向的图像矩阵转置得到。即若 $(x, y) \in \text{SOW1}$, 则:

$$\begin{cases} (x, M-1-y) \in \text{SOW2} \\ (M-1-x, y) \in \text{SOW3} \\ (M-1-x, M-1-y) \in \text{SOW4} \\ (y, x) \in \text{SOW5} \\ (M-1-y, x) \in \text{SOW6} \\ (y, M-1-x) \in \text{SOW7} \\ (M-1-y, M-1-x) \in \text{SOW8} \end{cases} \quad (5)$$

2.3.3 对边型标注点对

假设已知图 5(a)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域,则图 5(b)~(h)中二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域可分别通过式(5)的空间坐标变换关系得到。

另外,从图 5(i)中可以看到,对边型标注点对构造得到的二阶 Wedgelets 间,也具有空间的平移性,因此,可通过空间的平移变换来进一步减少计算量。

2.4 二阶 Wedgelet 快速分解数字算法描述

记一对标注点对分别为 $v_1(x_1, y_1)$ 和 $v_2(x_2, y_2)$, 图像 S 包含 $M \text{ pixel} \times M \text{ pixel}$ 。

2.4.1 同边型标注点对

```

 $y_1=0, y_2=0, x_1=0;$ 
for  $x_2=1: M-1$ 
    decomposition1();
end

```

其中,decomposition1()包括:

第 1 步,以标注点对 v_1, v_2 和二次曲线具体类型求解二次曲线,以此构造出互补二阶 Wedgelets,分别标记各二阶 Wedgelet 覆盖的图像区域,计算并存储区域内所有像素的均值;

第 2 步,通过式(3)的空间变换得到具有相同形状、不同位置和方向的二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域,计算并存储各自二阶 Wedgelet 区域内所有像素的均值;

第 3 步,以不同的平移量 d 分别向 x 正方向平移第 1 步标记的各二阶 Wedgelet 覆盖的图像区域,(其中, $d \leq M-x_2, d \in N$) 计算并存储区域内所有像素的均值,同时重复第 2 步的计算。

2.4.2 邻边型标注点对

```

 $y_1=0, x_2=M;$ 
for  $x_1=1: M-1$ 
    for  $y_2=1: M-x_1$ 

```

```

    decomposition2( );
end
end

```

其中,decomposition2()包括:

第 1 步,同 decomposition1()第 1 步;

第 2 步,通过式(5)的空间变换得到相同形状、不同位置和方向的二阶 Wedgelets 覆盖的图像区域,计算并存储各自二阶 Wedgelet 区域内所有像素的均值。

2.4.3 对边型标注点对

```

x1=0, x2=M, y1=0;
for y2=0:M
    decomposition3( );
end

```

其中,decomposition3()包括:

第 1 步,同 decomposition1()第 1 步;

第 2 步,同 decomposition2()第 2 步;

第 3 步,以不同的平移量 d 分别向 y 正方向平移第 1 步标记的各二阶 Wedgelet 覆盖的图像区域,(其中, $d \leq M - y_2, d \in N$),计算并存储区域内所有像素的均值,同时重复第 2 步的计算。

3 基于二阶 Wedgelet 快速分解的 ICT 图像线特征提取

ICT 图像中感兴趣的线特征,常以不同灰度区域的交界线形式体现。二阶 Wedgelet 以区域块的方式对图像进行描述,非常适合上述形式的线特征提取。

3.1 单尺度线特征的提取

假设一幅 ICT 图像 S 包含 $M \text{ pixel} \times M \text{ pixel}$ ($M=2^J, J \in N$),在某种尺度 j ($0 \leq j \leq J, j \in N$) 时,分别找出该尺度每一图像区域 $S_{j,k}$ ($0 \leq k \leq 4^{J-j}, k \in N$) 内,满足式(6)的二阶 Wedgelet 分解集 $\text{SOW}[S_{j,k}]$ 。

$$m_{j,k} = \max |m_a - m_b|, \quad (6)$$

其中 m_a 和 m_b 为互补二阶 Wedgelets 图像区域内像素的均值。

当 $m_{j,k} > T$ (T 为一阈值)时,则认为图像区域 $S_{j,k}$ 内有候选线特征存在,并存储二阶 Wedgelet 分解集 $\text{SOW}[S_{j,k}]$ 。

若只在某种单尺度上提取线特征,则可能出现下述问题:区域尺寸偏大时,会遗漏短的线特

征;区域尺寸偏小时,会将长的线特征分解成多条短的线特征,从而降低线特征描述的整体性。为了有效避免上述单尺度存在的问题,接下来考虑多尺度上的综合分析。

3.2 多尺度线特征的取舍

多尺度二阶 Wedgelet 分解集的数据构成成为一种四叉树结构(如图 7 所示)。记相邻尺度中,大尺寸图像区域为 s ,4 个小尺寸图像区域分别为 s_1, s_2, s_3 和 s_4 ,一对互补二阶 Wedgelets 图像区域内像素的均值分别为 m_a 和 m_b 。对多尺度二阶 Wedgelet 分解集四叉树结构进行从“根”到“叶”的“分枝”,“分枝”的规则如式(7)和式(8)所示:

$$\max_{m_a, m_b \in s} |m_a - m_b| \leq \max(\max_{m_a, m_b \in s_i} |m_a - m_b|, i=1,2,3,4), \quad (7)$$

$$\max_{m_a, m_b \in s} |m_a - m_b| \leq \sum_i \max_{m_a, m_b \in s_i} |m_a - m_b| / n. \quad (8)$$

其中: n 表示大尺寸图像区域中互补二阶 Wedgelets 的交界线穿过相邻 4 个小尺寸图像区域的个数,因此,其取值可能是 1、2、3 或 4。

当式(7)和式(8)均成立时,将大尺寸区域划分成 4 个小尺寸区域,然后,根据式(7)和式(8)继续判断每个小尺寸区域是否划分成更小尺寸的图像区域,依此类推;否则,保留大尺寸区域内的候选线特征,该图像区域停止向“叶”的方向进行划分。

式(7)的设置是为了找出相邻尺度间更明显的线特征,式(8)的设置是为了保证线特征描述的整体性。

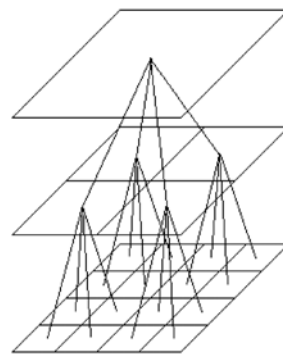


图 7 多尺度二阶 Wedgelet 分解集四叉树结构

Fig. 7 Quadtree structure of multiscale second order Wedgelet decomposition set

3.3 线特征的完善

由于多尺度二阶 Wedgelet 分解集二叉树结构采用了二进递归划分,因此,某些特殊位置区域的图像数据无论在什么样的尺度,均只会与其左上方、右上方、左下方、右下方 4 个区域中的一个产生联系,这可能会影响到这些特殊位置区域线特征提取的连续性。

为了克服上述问题,在进行二阶 Wedgelet 分解前,对原图像分别作一个水平方向、垂直方向平移的预处理,平移距离视最小分解尺寸而定。记原图像、水平方向平移图像、垂直方向平移图像分别为 S 、 S_h 、 S_v ,对这 3 幅图像分别进行线特征提取,最后进行融合,就可得到完善的线特征。

4 试验结果及分析

试验展示以 Internet 上公布的 ICT 体数据 engine (<http://www.volren.org>, 尺寸为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel} \times 108 \text{ pixel}$) 为例,其三维显示如图 8 所示。

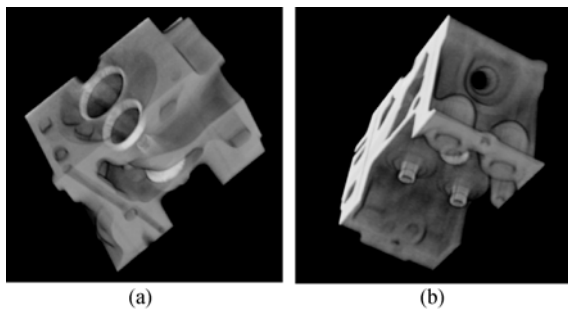


图 8 试验体数据
Fig. 8 Test volume data

4.1 与 Wedgelet 的比较

图 9(a)是 engine 体数据按 z 方向切片划分得到的 1 张图像,图 9(b)是采取的多尺度二叉树“分枝”结构,图 9(c)是基于二阶 Wedgelet 分解的提取结果,图 9(d)是基于 Wedgelet 分解的提取结果。

可以看到,在相同的二叉树“分枝”结构时,二阶 Wedgelet 采用二次曲线(圆、椭圆、双曲线、抛物线等)划分区域的方式,能有效提取以不同灰度区域交界线形式存在的线(直线或曲线均可)特征。Wedgelet 采用直线划分区域的方式,能有效

提取直线特征,而在提取曲线特征时实质上是通过直线特征逼近曲线特征的方式得到,对应的提取结果表现出不准确、不光滑的情况,如图 9(d) 的 1、2、3 等位置。

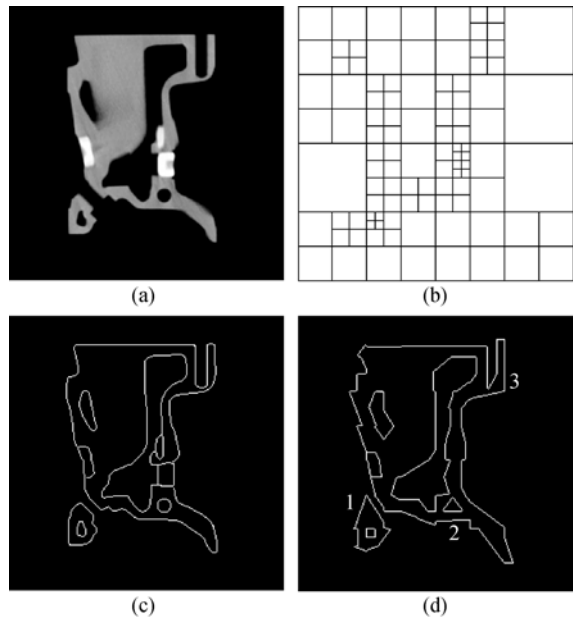


图 9 试验结果 1
Fig. 9 Test results 1

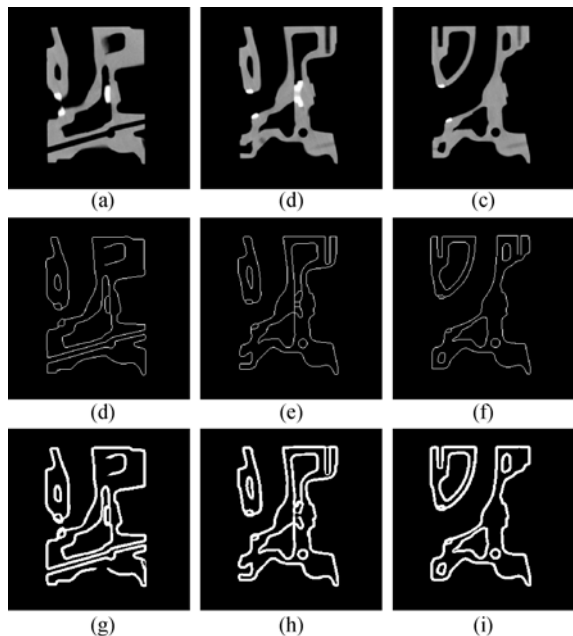


图 10 试验结果 2
Fig. 10 Test results 2

4.2 与 Wavelet 的比较

图 10(a)、(b)、(c)是 engine 体数据按 z 方向

切片划分得到的 3 张图像,图 10(d)、(e)、(f)是基于二阶 Wedgelet 分解的提取结果,图 10(g)、(h)、(i)是基于 Wavelet 的提取结果。

可以看到,基于二阶 Wedgelet 分解的提取结果较“细”,基于 Wavelet 的提取结果较“粗”。Wavelet 擅长处理“点”奇异性,而在处理“线”奇异性时效果不如二阶 Wedgelet 理想。

4.3 计算耗时比较

理论上讲,一对标注点对只能生成 1 条直线段,但能生成无数多条二次曲线段,因此,在相同尺寸的图像区域中,与 Wedgelet 分解相比,二阶 Wedgelet 分解的计算耗时偏大是一个较明显的问题。实际应用时,通过令每对标注耗时点对均选取尽可能少的二次曲线段参加分解,可合理控制计算耗时。以 IntelG630+4G+win7+vs2010,图像区域尺寸为 64 pixel×64 pixel,每对标注点对选取 8 条二次曲线段为例耗时,二阶 Wedgelet 分解的时

间在 5 s 左右,约为 Wedgelet 分解时间的 6 倍。

5 结 论

本文结合多尺度二叉树结构设计出基于二阶 Wedgelet 快速分解的 ICT 图像线特征提取方法,通过实际 ICT 体数据 engine 分析了算法性能,并将其与 Wedgelet 和 Wavelet 进行对比。结果显示,二阶 Wedgelet 的提取结果比 Wedgelet 的准确,边缘更清晰,较 Wavelet 的提取结果更细;而且二阶 Wedgelet 的计算用时仅为 5 s 左右,为 Wedgelet 方法的 1/6。对比试验验证了本文方法的有效性和先进性。

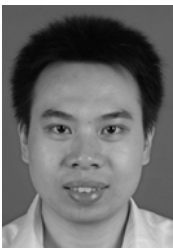
本文方法除了适用于 ICT 图像的线特征提取外,对其它类型图像的线特征提取也具有一定的参考价值。下一步的研究重点是将本文的方法推广到 ICT 体数据的面特征提取。

参考文献:

- [1] 曾理,何洪举,张志波. 基于神经网络边缘提取的工业 CT 图像与 CAD 模型的比对检测[J]. 光学精密工程,2011,19(10):2533-2540.
ZENG L, HE H J, ZHANG ZH B. Comparison inspection between ICT images & CAD model based on edge extracting by neural networks [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011,19(10):2533-2540. (in Chinese)
- [2] 黄杰贤,杨冬涛,龚昌来. 基于 Radon 方向场检测指纹奇异点[J]. 光学精密工程,2012,20(9):2041-2050.
HUANG J X, YANG D T, GONG CH L. Inspection for fingerprint singular points based on Radon directional field characteristics[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012,20(9):2041-2050. (in Chinese)
- [3] 王宏健,王晶,曲丽萍,等. 基于模糊自适应 Hough 变换的海洋环境特征提取[J]. 仪器仪表学报,2013,34(1):32-37.
WANG H J, WANG J, QU L P, et al.. Sea environment feature extraction based on fuzzy adaptive Hough transform[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2013,34(1):32-37. (in Chinese)
- [4] 杨扬,戴明,周笋鱼. 基于均匀离散曲波变换的多聚焦图像融合[J]. 红外与激光工程,2013,42(9):2547-2552.
YANG Y, DAI M, ZHOU L Y. Uniform discrete curvelet transform for multi-focus image fusion[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(9): 2547-2552. (in Chinese)
- [5] 杨扬,戴明,周笋鱼. 基于 NSUDCT 的红外与可见光图像融合[J]. 红外与激光工程,2014,43(3):961-966.
YANG Y, DAI M, ZHOU L Y. Fusion of infrared and visible images based on NSUDCT[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014,43(3):961-966. (in Chinese)
- [6] 王元龙,郭平. 基于小光线束光子映射的单次散射绘制算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2013,25(12):1894-1902.
WANG Y L, GUO P. Parallel rendering algorithm for single scattering based on photon map of virtual beamlet lights[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2013, 25(12): 1894-1902. (in Chinese)
- [7] 龚俊亮,何昕,魏仲慧,等. 基于贝叶斯估计的剪切波域局部自适应图像去噪[J]. 液晶与显示,2013,28(5):799-804.
GONG J L, HE X, WEI ZH H, et al.. Local adaptive image denoising based on Bayesian estimation in shearlet domain[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2013, 28(5): 799-804. (in Chinese)
- [8] 钱方,孙涛,郭劲,等. 基于小波变换的多尺度 SSIM 算法[J]. 液晶与显示,2015,30(2):317-325.

- QIAN F, SUN T, GUO J, *et al.*. Multi-scale SSIM algorithm based on wavelet transforms[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015,30(2):317-325. (in Chinese)
- [9] 李宗剑, 邹晓兵. 快速 Arclet 变换及其在工业 CT 图像圆测量中的应用[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(8):2400-2406.
- LI Z J, ZOU X B. Fast arclet transform and its application in circle measurement of industrial CT images[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(8):2400-2406. (in Chinese)
- [10] DONOHO D L. Wedgelet; nearly-minimax estimation of edges [J]. *Annals of Statistics*, 1999, 27(3): 859-897.
- [11] DONOHO D L, HUO X M. *Beamlets and Multi-scale Image Analysis* [M]. Berlin: Springer Press, 2001, 20: 149-196.
- [12] LISOWSKA A. Second order wedgelets in image coding[C]. *The International Conference on Computer as a Tool*, Warsaw. September, 2007.

作者简介:



李宗剑(1981—),男,重庆人,博士,副教授,2004年、2007年、2010年于重庆大学分别获得理学学士、理学硕士、工学博士学位,主要从事多尺度几何分析、CT体数据处理的研究。E-mail: joyli11@sohu.com



邹晓兵(1974—),男,四川大竹人,博士,副教授,1997年于重庆师范大学获得理学学士学位,2007年、2010年于重庆大学分别获得理学硕士、工学博士学位,主要从事CT扫描方式、成像算法的研究。E-mail: xiaobingzou@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)