

文章编号 1004-924X(2015)11-3176-07

数控机床热误差补偿最佳转速选择

苗恩铭*, 吕玄玄, 苗继超, 党连春

(合肥工业大学 仪器科学与光电工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:为提高数控机床热误差补偿模型在实际工程应用中的补偿精度和稳健性,研究了热误差补偿建模时机床最佳转速状态的选择方法。首先,以 Leaderway V-450 数控加工中心主轴 Z 向为研究对象,控制机床主轴在空转状态下,以图谱和恒定转速两种方式进行了多批次实验。然后,采用模糊聚类结合灰色关联度选择温度敏感点并建立多元线性回归模型。最后,分析不同转速类型下模型的预测效果并对同种转速类型下模型预测效果进行相对评价,从而给出热误差补偿建模时机床最佳转速状态的选择方法。实验结果表明,根据国际标准中不同主轴转速类型建立的热误差补偿模型,对于机床热误差预测效果存在较大差异。根据实际工程应用选择的最佳转速状态建立的补偿模型有较好的预测效果。

关键词:数控机床;热误差;主轴转速;多元回归模型;预测效果

中图分类号: TG659; TH161 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152311.3176

Selection of optimum spindle speed to thermal error compensation of machine tools

MIAO En-ming*, LÜ Xuan-xuan, MIAO Ji-chao, DANG Lian-chun

(School of Instrument Science and Opto-electronics Engineering,
Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

* Corresponding author, E-mail: miaoem@163.com

Abstract: To improve the compensation accuracy and robustness of a thermal error compensation model for Computer Numerical Control(CNC) machine center in practical engineering applications, a selection method for the optimal speed of CNC machine center was presented. For the Z-axis of Leaderway V-450 CNC machining center, several batches of experiments were carried out at a variable speed spectrum and a constant speed by controlling the spindle in an idling condition. Then, fuzzy clustering method combined with the gray correlation was used to select the temperature sensitive point and establish multiple linear regression models. Finally, by analysis of the model predictive effect in different type speeds and comparison of the model predictive effect in the same speed type, a selection method for the optimum spindle speed of CNC center in modeling of thermal error compensation was given. The research results show that thermal error compensation models established by different spindle speed regimes based on the international standard have great differences in the thermal error predictive effect of machine tools. It suggests that the compensation

收稿日期:2015-03-07;修订日期:2015-04-15.

基金项目:国家自然科学基金重大项目(No. 51490660/51490661);国家自然科学基金资助项目(No. 51175142/E051102)

model based on optimum spindle speeds selected by practical engineering application will provide a good prediction effect.

Key words: Computer Numerical Control (CNC) machine; thermal error; spindle speed; multiple regression model; predictive effect

1 引 言

在机械加工中,数控机床的各部件不均衡升温会导致刀具和加工工件的相对正确位置发生变化,造成加工误差,严重影响数控机床的加工精度。大量研究表明,热误差是数控机床最大误差源,占加工误差比重较大^[1-2],尤其是在精密加工中,热误差在所有误差源中所占比例更大,占机床总误差的 40%~70%^[3-4]。热误差软件补偿技术是减少加工误差、提高加工精度的经济有效的方法^[5]。近年来,科研人员对热误差补偿技术研究逐渐增多^[6-7],其基本思路是建立能够准确反映机床热变形和温度敏感点的数学模型,通过数控系统提前给予补偿控制,以提升数控机床的加工精度。

目前,国际科研人员对数控机床热误差的研究,多数是按照国际标准 ISO230-3:2007 IDT^[8]中规定的机床热特性检验方式进行。其规定的主轴转速类型有主轴转速变化图谱形式和与最大转速成某一比例的恒定转速形式两种。捷克科技大学的 Jiri Vyroubal 以机床主轴在转速图谱状态下空转运行的实验为基础,提出了机床部件热误差分开建模求和得到机床整体热误差模型的新方法^[9]。上海交通大学的杨建国等基于机床主轴不同转速图谱运行实验,提出了一种热误差预测的混合模型建模方法^[10]。清华大学的韩建等将 Huber 损失函数作为权重引入机床热误差多元回归建模,并用机床主轴以恒定转速空转运行实验,评估了模型的性能^[11]。但国际标准推荐的机床主轴转速状态的选择方法是针对厂家给用户提供机床热特性设定的,并非针对机床热误差补偿控制技术的使用。故上述测量方法用于数控机床热误差补偿建模时定义较为模糊。根据机床不同转速类型建立的热误差模型,其预测效果存在较大的差异。因此科学的选择机床转速状态,从而对主轴热误差模型进行优化,是数控机床热误差

补偿技术的关键环节之一。

本文在国际标准 ISO230-3:2007 IDT 推荐的两种主轴转速类型基础上,各提供了 3 种转速状态,即 3 种转速图谱、3 种固定转速,共 6 种主轴转速状态对回归模型的预测精度及稳健性进行了分析,给出了热误差补偿建模时机床转速类型的选择方法,为研究人员建模时选择最佳主轴转速状态提供了参考。

2 实验设备及实验方案

以台湾力得卫宇龙科技股份有限公司生产的 Leaderway V-450 型数控加工中心为研究对象。机床采用 FANUC-Oi-MB 系列数控系统,工作台尺寸大小 770 mm×410 mm×925 mm, X/Y/Z 轴有效行程为 650 mm×410 mm×500 mm, 主轴最高转速可达 10 000 r/min。机床实物如图 1 所示。由于国际标准规定选择的主轴转速图谱应为机床实际使用的转速范围,实验中机床主轴运行的最大转速为 6 000 r/min。根据国标进行固定转速选择,分别为最高转速的 25%、50%、75%、100%,即 1 500 r/min、3 000 r/min、4 500 r/min 和 6 000 r/min。



图 1 Leaderway V-450 数控加工中心

Fig. 1 Leaderway V-450 CNC machining center

为保证实验结果的准确性,控制数控机床主轴在转速图谱和恒定转速 2 种空转转速类型运

行,各转速类型又分 3 种,共 6 种转速实验转速状态进行实验分析。

第一类型为机床主轴按照转速图谱进行实验。该类型中的第一种转速实验按照国际标准提供的图谱形式进行,如图 2(a)所示。为检测图谱变化对热误差模型预测功能的影响,分析图 2(a)得知,图谱中分为 3 个部分,中间存在 15 min 的停机状态。以此间隔为区间,将图谱中第一部分和第三部分进行调换,形成转速图谱中的第二种转速实验,如图 2(b)所示。考虑到恒定转速的独特特性,根据图 2(a)图谱形式,将第二部分改为恒定转速 4 000 r/min,形成第三种转速状态实验,如图 2(c)所示。

第二类型实验转速为恒定转速,分别为 2 000 r/min、4 000 r/min 和 6 000 r/min,如图 2(d)所示。测量实验 1~6 各温度测点温度及主轴热误差所得实验数据记为 $K_1 \sim K_6$ 。

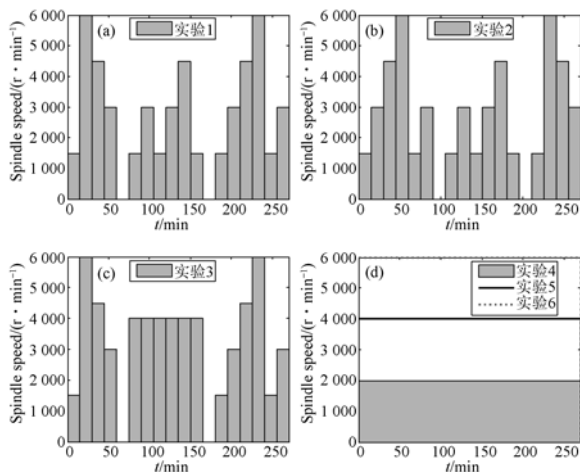


图 2 实验 1~6 主轴转速安排

Fig. 2 Spindle speed arrangement of experiment 1—6

实验采用的数控机床热误差自动测量系统如图 3 所示。系统主要由温度传感器 DS18B20(测量精度 0.2°C)、电涡流式微位移传感器(测量精度 $1\ \mu\text{m}$)、NI 数据采集卡、位移测量箱和计算机构成。整个热误差检测系统数据采集流程如图 4 所示。根据文献[12],温度传感器的布置应遵循温度传感器尽量靠近热源的原则。由于数控机床加工过程中,机床主要热源包括机床主轴与套筒之间的摩擦热、环境温度、电机发热等,故温度传感器 $T_1 \sim T_{10}$ 安放在机床各温度热源附近,用于测量各温度测点温度。电涡流微位移传感器 S

安放在主轴下方,用于测量主轴 Z 向热误差,传感器具体的安放位置及作用如表 1 所示。该系统主要完成数控加工中心热误差和温度的测量、数据采集、数据保存等功能。实验时,数控机床主轴按照实验设置的转速状态进行空转,每 3 min 温度传感器和位移传感器同步采样数据 1 次。实现了热误差实验的自动化、智能化。

表 1 传感器安放位置及作用

Tab. 1 Installation locations and functions of sensors

传感器	安放位置	作用
T_1, T_2, T_3, T_4, T_5	主轴前轴承	测量主轴发热
T_6, T_9	主轴箱	测量主轴发热
T_7, T_8	主轴电机	测量电机发热
T_{10}	机床外壳	测量环境温度
S	主轴下方	测量主轴 Z 向热误差

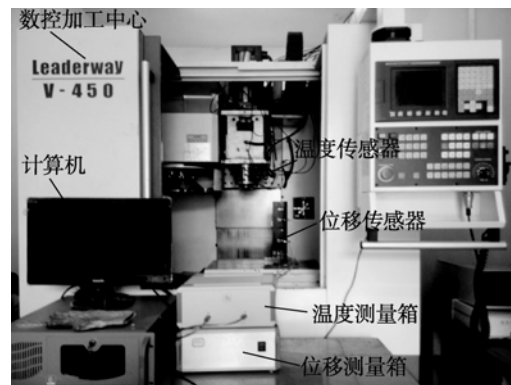


图 3 自动测量系统

Fig. 3 Automatic measuring system



图 4 热误差检测系统结构

Fig. 4 Structure of thermal error detection system

3 温度敏感点选择

数控机床空转时,各部件温度场复杂,且呈现非线性特征。温度传感器属于点位置测量,是机床各部件温度场的子集,故选择出适当的、与数控机床主轴热变形成线性化权重较大的温度测点位置,是保证热误差补偿模型预测精度的关键^[6]。

同时,温度传感器选择过多,传感器之间存在的相
关性及多重共线性干扰会严重影响模型的精度和
鲁棒性。故温度敏感点的选择原则是在保证传感
器选择数的最小化前提下,满足机床预测精度。
本文采用模糊聚类结合灰色关联度的方法选择温
度敏感点^[13-14],由于该法综合了温度传感器之
间的相关性及多重共线性的特征,以该法优选的自
变量进行建模,可以提高模型预测精度及稳健性。
共进行 6 批次实验,即 $K_1 \sim K_6$,由实验 K_1 所得
数据,通过该算法得各传感器可分为两类,根据各
温度测点温度与热误差之间的灰色绝对关联度进
行各类传感器排序如表 2 所示:

表 2 实验 K_1 各类传感器关联度排序

Tab. 2 Correlation order of all kinds of sensors of
experiment K_1

类	I类					II类				
传感器	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
关联度	0.427 5 0	0.418 3 0	0.413 9 0	0.418 2 0	0.425 5 0	0.398 7 0	0.412 8 0	0.388 0 0	0.405 9 0	0.384 3

由上分析知实验 K_1 温度敏感点选择结果为
 T_1 与 T_7 。其中 T_1 测量主轴发热, T_7 测量电机
发热。用该方法选择实验 $K_2 \sim K_6$ 的温度敏感
点,选择结果相同。根据实验 1~6 得到的热误差
数据和敏感点 T_1 、 T_7 的温度数据分别如图 5 子
(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f) 所示。其中每个子图
集包含 2 个子图,分别展示了热误差、温度敏感点
温度随主轴转速变化的趋势。

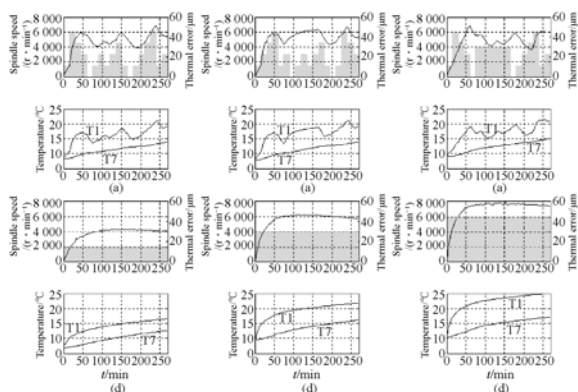


图 5 热误差及温度敏感点数据

Fig. 5 Thermal error and temperature-sensitive data

4 多元线性回归建模

采用多元回归算法^[16],对实验数据 $K_1 \sim K_6$,

以 T_1 和 T_7 作为自变量,分别建立多元回归模
型,得模型 $Y_1 \sim Y_6$ 如式(1)~(6)所示。

$$Y_1 = 6.97 + 4.64\Delta T_1 - 2.10\Delta T_7, \quad (1)$$

$$Y_2 = 5.16 + 4.73\Delta T_2 - 2.11\Delta T_7, \quad (2)$$

.....

$$Y_6 = -1.97 + 6.27\Delta T_1 - 4.51\Delta T_7. \quad (6)$$

ΔT_1 表示温度测点温度 T_1 相对于其初始温
度的变化量, ΔT_7 表示温度测点温度 T_7 相对于
其初始温度的变化量。环境温度测量传感器 T_{10}
未参与建模,原因在于,模糊聚类结合灰色关联度
的温度敏感点选择方法确定 T_{10} 与 T_7 具有较强
的相关性和多重共线性干扰,故 T_7 温度值包含
了 T_{10} 环境温度对机床热误差的影响,故选择 T_7
建模具有更好的预测精度。

5 模型预测效果分析

根据 $K_1 \sim K_6$ 的温度数据用模型 $Y_1 \sim Y_6$ 对
数控机床主轴热误差进行预测,实际测得的热误
差与模型预测值之间的差值即残差。由模型 Y_1
 $\sim Y_6$ 对 $K_1 \sim K_6$ 的预测残差的标准差估计值 σ
作为预报精度^[17]。各模型对于不同批次试验的
预报精度如表 3 所示。

表 3 模型 $Y_1 \sim Y_6$ 对数据 $K_1 \sim K_6$ 的预报精度

Tab. 3 Predictive accuracy of model $Y_1 \sim Y_6$ to data $K_1 \sim K_6$

数据 $\sigma/\mu\text{m}$	模型					
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6
K_1	3.12	3.35	3.32	5.51	5.82	5.69
K_2	3.63	3.45	3.61	4.85	4.85	4.77
K_3	3.46	3.34	3.18	4.84	5.14	5.05
K_4	4.58	3.44	3.60	1.14	1.41	1.55
K_5	2.83	2.41	2.29	1.92	1.35	1.59
K_6	2.44	2.62	2.03	3.43	1.97	1.42

注: $Y_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 为根据数据 K_i 建立的多元回归
模型。

将表 3 中数据以二维直方图形式表示,如图
6 所示。其中,横坐标上的 $Y_1 \sim Y_6$ 为数据 K_i 建
立的多元回归模型,纵坐标为各模型对 $K_1 \sim K_6$
数据的预报精度。

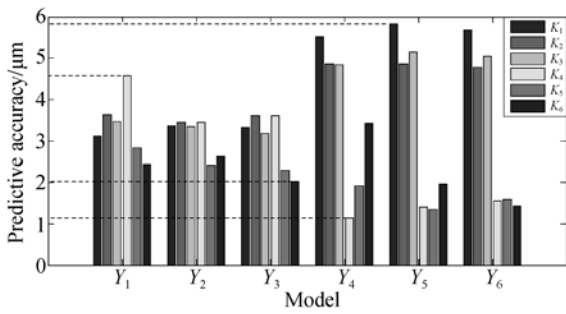


图 6 模型预报精度分布

Fig. 6 Distribution of model predictive accuracy

由图 6 可知,模型 $Y_1 \sim Y_3$ 对 $K_1 \sim K_6$ 批次数据的预报精度分布比较集中,而模型 $Y_4 \sim Y_6$ 对 $K_1 \sim K_6$ 批次数据的预报精度分布则相对分散,且对两种转速类型数据的预报精度存在显著差异。

模型预测效果通常从模型预测精度和模型稳健性两方面进行评判。在统计学中,平均值反映测定数据的集中趋势,标准差反映一个数据集的离散程度。因此,在实际机床热误差建模过程中,用模型预报精度均值及模型预报精度标准差分别衡量热误差补偿模型的整体预测精度和稳健性。

由表 3 中数据计算转速图谱模型 $Y_1 \sim Y_3$ 及恒定转速 $Y_4 \sim Y_6$ 分别对转速图谱数据 $K_1 \sim K_3$ 及恒定转速数据 $K_4 \sim K_6$ 的预报精度均值和预报精度标准差,结果如表 4 所示。

表 4 模型预测效果分析

Tab. 4 Analysis of model predictive effect

模型—数据	预报精度	预报精度
	均值 $MN/\mu\text{m}$	标准差 $SD/\mu\text{m}$
图谱—图谱	3.38	0.16
图谱—恒定	2.92	0.77
恒定—图谱	5.17	0.38
恒定—恒定	1.75	0.64

注:预报精度均值为 MN , $MN = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \sigma_i$, 预报精度标准差为 SD , $SD = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 (\sigma_i - MN)^2}$, $\sigma_i (i=1, 2, \dots, 9)$ 为对应于“模型—数据”的预报精度。

由表 4 可知,不同转速类型所获得的模型,对于恒定转速类型试验均具有较好的预测精度和模

型稳健性。而对于图谱转速类型试验,图谱转速类型获得的模型的预测精度和模型稳健性要明显优于恒定转速类型所建立的模型。

所以,机床工作转速多变时,宜采用转速图谱形式进行试验;当机床主要工作在某一恒定转速状态时,采用转速图谱和固定形式均具有良好的效果,其中,采用恒定转速形式效果更佳。

为进一步获得热误差补偿建模时机床转速类型的选择方法,按照机床工作转速多变状态和恒定转速状态两种类型进行了分析,比较了不同状态下所建模型的预测效果。

6 最佳转速分析

为选择机床工作在转速多变状态和恒定转速状态两种类型下热误差补偿建模最佳转速状态,需建立不同模型对热误差预测精度和稳健性的效果的相对评价标准。误差理论中,对于不同被测量常采用相对误差来评定^[17]。故采用 Y_i 对 Y_j 预测效果相对值来评价各模型的优越性。模型 Y_i 对模型 $Y_j (i, j=1, 2, \dots, 6)$ 预测精度和稳健性相对评价公式为:

$$CoMN_{ij} = \frac{MN_i - MN_j}{MN_j} \times 100\%, \quad (7)$$

$$CoSD_{ij} = \frac{SD_i - SD_j}{SD_j} \times 100\%, \quad (8)$$

$CoMN_{ij}$ 和 $CoSD_{ij}$ 分别为模型 Y_i 相对于 Y_j 的预测精度和模型稳健性。

模型预报精度均值越小,模型预测精度越高。由 $CoMN_{ij}$ 计算公式知, $CoMN_{ij} > 0$, 表明 $MN_i > MN_j$, 即模型 Y_j 预测精度高于模型 Y_i , 且 $CoMN_{ij}$ 值越大,模型 Y_j 与模型 Y_i 预测精度相差越大;反之, $CoMN_{ij} < 0$, 即模型 Y_i 预测精度高于模型 Y_j , 且 $|CoMN_{ij}|$ 值越大,模型 Y_i 与模型 Y_j 预测精度相差越大。模型 Y_i 与模型 Y_j 的相对稳健性评价方法和相对精度评价方法相同。模型 Y_i 对 Y_j 预测效果的相对评价本文记为“ $Y_i - Y_j$ ”。

6.1 机床工作在转速多变状态下热误差补偿建模最佳转速状态选择

由模型预测效果分析知,机床工作转速多变时,宜采用转速图谱形式进行试验。根据上述相对评价依据,得模型 $Y_1 \sim Y_3$ 相对评价结果如表 5 所示。

表 5 模型 $Y_1 \sim Y_3$ 相对评价结果Tab. 5 Comparative evaluation results of model $Y_1 \sim Y_3$

模型	$Y_1 - Y_2$	$Y_2 - Y_1$	$Y_1 - Y_3$	$Y_3 - Y_1$	$Y_2 - Y_3$	$Y_3 - Y_2$
CoMN/%	0.69	-0.68	0.99	-0.98	0.30	-0.30
CoSD/%	327	-76.6	18.4	-15.5	-72.3	260

由表 5 知模型 $Y_1 \sim Y_3$ 之间的相对预测精度绝对值小于 1%。在模型预测精度相差不大的情况下,优先考虑模型稳健性。由 $Y_1 - Y_2 = 327 > 0$ 、 $Y_1 - Y_3 = 18.4 > 0$ 知, Y_2 及 Y_3 的模型稳健性均优于模型 Y_1 。由 $Y_3 - Y_2 = 260 > 0$ 、 $Y_2 - Y_3 = -72.3 < 0$ 知,模型 Y_3 稳健性优于 Y_2 的模型稳健性,故模型稳健性预测效果排序为 Y_2 、 Y_3 、 Y_1 。因此,第二种转速图谱状态为机床工作在转速多变状态下热误差补偿建模的最佳转速状态。

6.2 机床工作在恒定转速状态下热误差补偿建模转速状态选择

由模型预测效果分析知,机床工作转速恒定时,宜采用恒定转速形式进行试验。根据上述相对评价依据,得模型 $Y_4 \sim Y_6$ 相对评价结果如表 6 所示。

表 6 模型 $Y_4 \sim Y_6$ 相对评价结果Tab. 6 Comparative evaluation results of model $Y_4 \sim Y_6$

模型	$Y_4 - Y_5$	$Y_5 - Y_4$	$Y_4 - Y_6$	$Y_6 - Y_4$	$Y_5 - Y_6$	$Y_6 - Y_5$
CoMN/%	37.2	-27.1	42.3	-29.7	3.7	-3.6
CoSD/%	240	-70.6	1209	-92.4	285	-74.0

参考文献:

- [1] RAMESH R, MANNAN M A, POO A N. Error compensation in machine tools-A review, Part II: Thermal errors [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2000, 40: 1257-1284.
- [2] ROBERT B, ARONSON. War against thermal expansion [J]. *Manufacturing Engineering*, 1996, 116(6): 45-50.
- [3] BRYAN J B. International status of thermal error research [J]. *Ann CIRP*, 1990, 39 (2):645-656.
- [4] FERREIRA P M, LIU C R. Method for estimating and compensating quasistatic errors of machine tools [J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1993, 115 (1):149-159.
- [5] YANG S, YUAN J, NI J. Accuracy enhancement of a horizontal machining center by real-time error compensation [J]. *Journal of Manufacturing Systems*, 1996, 15(2):113-124.
- [6] YANG H, NI J. Dynamic neural network modeling for nonlinear, nonstationary machine tool thermally induced error [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2005, 45(4):455-465.
- [7] 李永祥,杨建国. 灰色系统模型在机床热误差建模中的应用 [J]. *中国机械工程*, 2006, 23:2439-2442. LI Y X, YANG J G. Application of grey system model to thermal error modeling on machine tools [J]. *China Mechanical Engineering*, 2006, 23: 2439-2442. (in Chinese)
- [8] ISO 230-3:2001. Test code for machine tools—Part 3:Determination of thermal effects [S].

由表 6 知模型 Y_5 及 Y_6 的预测精度及模型稳健性均优于模型 Y_4 ,模型 Y_6 的预测精度及模型稳健性均优于模型 Y_5 。故模型预测效果排序为 Y_6 、 Y_5 、 Y_4 。因此,第 6 种恒定转速状态为机床工作在恒定转速状态下热误差补偿建模的最佳转速状态。

7 结 论

为提高数控机床在实际工程应用中热误差补偿的精度和稳健性,提出了热误差补偿建模时机床最佳转速状态选择的相对评价方法,并以 Leaderway V-450 数控加工中心主轴 Z 向为研究对象,在机床主轴无负载、不同转速状态下采集了多批实验数据。通过分析不同转速状态下所建模型的预测精度和稳健性特征,确定机床主轴相对最佳的转速状态。分析结果表明:在实际工程应用中,应根据数控机床实际工作时主轴的转速状态,选择相应的数控机床热误差补偿最佳转速状态。当机床工作在转速多变状态时,选择第 2 种转速图谱状态进行建模效果相对最佳;当机床工作在恒定转速状态时,选择第 6 种恒定转速进行建模效果相对最佳。

不同型号数控机床工作在多变转速状态和恒定转速状态时热误差补偿最佳转速状态选择结果可能存在差异,后期将对此进行深入全面的研究。

- [9] JIRI V. Compensation of machine tool thermal deformation in spindle axis direction based on decomposition method [J]. *Precision Engineering*, 2012, 36:121-127.
- [10] XIANG S T, LU H X, YANG J G. Thermal error prediction method for spindles in machine tools based on a hybrid model [J]. *Journal of Engineering Manufacture*, 2015, 229(1):130-140.
- [11] HAN J, WANG L P, WANG H T. A new thermal error modeling method for CNC machine tools [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, 62:205-212.
- [12] 陈征,狄瑞坤. 关于机床热关键点的辨识问题的研究现状分析 [J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2004(2): 33-34.
CHEN ZH, DI R K. Analysis of the research status of identification problems of thermal key points for machine tools [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2004(2): 33-34. (in Chinese)
- [13] MIAO E M, NIU P C, FEI Y T. Selecting temperature-sensitive points and modeling thermal error of machine tools [J]. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, 2011, 32(6): 559-565.
- [14] MIAO E M, GONG Y Y, DANG L CH, *et al.*. Temperature-sensitive point selection of thermal error model of CNC machining center [J]. *International Journal of Advanced Manufacture Technology*, 2014, 74(5-8):681-691.
- [15] 苗恩铭,龚亚运,徐祇尚,等. 数控机床热误差补偿模型稳健性比较分析 [J]. *机械工程学报*, 2015, 51(7):130-135.
MIAO E M, GONG Y Y, XIU ZH SH, *et al.*. Comparative analysis of thermal error compensation model robustness of CNC machine tools [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(7):130-135. (in Chinese)
- [16] 何晓群. 应用多元统计分析 [M]. 第 1 版. 北京: 中国统计出版社, 2010.
HE X Q. *Application of multivariate statistical analysis* [M]. first edition, Beijing: China Statistics Press, 2010. (in Chinese)
- [17] 费业泰. 误差理论与数据处理 [M]. 第 6 版. 北京: 机械工业出版社, 2010.
FEI Y T. *Error theory and data handle* [M]. sixth edition, Beijing: China Machine Press, 2010. (in Chinese)

作者简介:



苗恩铭(1970—),男,安徽阜阳人,博士、教授,2004年于合肥工业大学获得博士学位,主要研究方向为精密机械工程、数控机床精度理论、机械热变形理论与应用技术研究。E-mail:miaoem@163.com



吕玄玄(1994—),女,安徽亳州人,主要从事数控机床热误差补偿技术研究。E-mail:lv_xaunxuan37@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)