

文章编号 1004-924X(2015)12-3490-10

非凸高阶全变差正则化自然光学图像盲复原

郭从洲^{1,2}, 秦志远^{2*}

- (1. 信息工程大学 理学院, 河南 郑州 450001;
2. 信息工程大学 地理空间信息学院, 河南 郑州 450001)

摘要:受噪声和图像边缘结构信息的影响,传统的图像盲复原方法易出现“振铃”、“拖尾”、“阶梯”等现象。为解决上述问题,本文利用图像的后验信息、点扩散函数(PSF)的稀疏性以及 l_1 、 l_2 两类范数在约束中的不同作用,提出了一种更一般的非凸高阶全变差正则化自然光学图像盲复原模型。针对提出模型的非凸优化问题,在数值求解过程中对模型的范数结构进行改进,引入 Split-Bregman 权值迭代方法,提高了计算精度。对人工模拟退化图像和真实图像进行了实验测试。结果表明,提出的方法能够对多种退化类型的图像进行有效复原,复原后的图像边缘保持良好,细节和纹理的处理都优于最近文献提出的模型。客观评价结果显示,相比最近文献的模型,提出模型的峰值信噪比最大可以提高 2.08 dB,信息熵值最大可以提高 1.14 个单位。

关键词:自然光学图像;图像盲复原;点扩散函数;正则化;全变差;分裂布雷格曼

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152312.3490

Blind restoration of nature optical images based on non-convex high order total variation regularization

GUO Cong-zhou^{1,2}, QIN Zhi-yuan^{2*}

- (1. School of Arts and Sciences, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China;
 2. School of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)
- * Corresponding author, E-mail: hbltqzy@163.com.

Abstract: Influence by noise and image edge structure information, traditional blind image restoration methods usually result in special phenomena of ringing, tail and ladder. To solve these problems, this paper proposes a more general blind restoration model of nature optical images based on non-convex high order total variation regularization by using the posteriori information of an image, the sparse property of a Point Spread Function(PSF) and different advantages of norm l_1 and norm l_2 in restriction. In the numerical solving process, the Split-Bregman iteration method was introduced by improving the norm of the model structure to improve the calculation accuracy and to solve the non-convex optimization. The experimental test between artificial simulation degradation images and real images was performed. Results show that the proposed method restores effectively variety types of degenerated images, and the restored images have well edges and their texture details are better than that of

收稿日期:2015-09-01;修订日期:2015-11-05.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2012AA7032031D);国家自然科学基金资助项目(No. 11373043)

the models in recent literatures. The objective appraisal indicates that the peak signal-to-noise ratio has increased by 2.08 dB and the largest improvement of the information entropy reaches to 1.14 units as compared to the latest literature models.

Key words: nature optical image; image blind restoration; point spread function; regularization; total variation; Split-Bregman

1 引言

受外界环境和内部硬件的影响,自然光学图像在成像过程中会出现降质退化现象。利用退化的图像再现原始真实图像的技术就是图像复原。图像复原需要依据一定的退化模型来实现,在线性空间不变系统中,图像退化模型常常被理解为由真实图像与某种退化函数(又称点扩散函数)进行卷积运算得到的。因此,图像复原的过程就是反卷积的过程。由于种种原因,人们无法获取准确的点扩散函数(Point Spread Function, PSF)。点扩散函数未知的情况下的图像复原称为图像盲复原。常见的图像盲复原方法有逆滤波、维纳滤波、Richardson-Lucy 算法^[1]和迭代盲反卷积算法(Iterative Blind Deconvolution, IBD)^[2]。

图像盲复原是一个不适定的数学反问题,求解不定数学反问题的一种有效的方法就是正则化方法。近 20 年来,正则化方法在图像盲复原领域取得了丰硕的理论和实践成果。1996 年,You 等提出了基于 H^1 范数的各向同性正则化图像盲复原方法^[3],该方法对退化图像和点扩散函数分别进行分段平滑近似;1998 年,Chan 等提出全变分盲复原模型^[4],该方法将偏微分方程理论引入图像盲复原领域,较好地保护了图像边缘;2006 年,Fergus 等利用单一稀疏正则化约束,提出了一种基于贝叶斯估计的运动模糊图像盲复原方法^[5];2011 年 D. Krishnan 等提出了一种基于比值稀疏正则化的图像盲复原方法^[6],该模型有效保证了复原图像的稀疏性,可以复原各种退化类型的图像。近几年来,各国学者利用正则化的方法进行图像盲复原都取得了不错的效果^[7-9]。

现有的正则化图像盲复原模型主要分为先验辨识法和交替估计的联合辨识法。先验辨识法对噪声敏感,需要 PSF 的结构模型,缺乏一般适用性,还会出现“振铃”和“拖尾现象”^[5];联合辨识对

PSF 没有严格要求,可以根据图像的先验信息和最大后验估计等方法建立正则化模型进行求解,因此联合辨识有很大的发展空间。在分析高阶全变差自身特点的基础上,结合图像 PSF 的稀疏性以及 l_2 范数对图像突变区域的影响,本文提出了一个更一般化的非凸高阶全变差自然光学图像盲复原模型。对模拟图像和真实图像进行数值实验,并将本文方法与当前流行的算法进行了对比实验,从主观及客观两方面评价了所提算法性能。

2 图像盲复原的正则化方法

图像盲复原主要涉及对 PSF 的估计和对真实图像的估计,联合辨识法是对二者进行交替迭代估计的,整个过程相互制约。从现有的文献可以看出,在 PSF 已知的前提下,非盲复原效果已经相对比较理想^[10-11],因此,PSF 估计的越准确,对真实图像的复原效果也就越好。

在线性平移系统不变的条件下,假设观测到的退化图像为 u_0 ,真实图像为 u ,点扩散函数记为 k ,加性噪声为 n ,则图像退化的数学过程如下:

$$u_0 = k * u + n, \quad (1)$$

式中:“*”表示卷积运算。在 k 未知的情况下,利用 u_0 求出 u 的过程就是图像盲复原。正则化图像盲复原方法就是求如下泛函的极值问题:

$$\min_{u, k} (\|k * u - u_0\|_2^2 + \alpha_u \varphi(u) + \alpha_k \psi(k)), \quad (2)$$

式中:第 1 项称为保真项,第 2 项和第 3 项称为正则项; $\alpha_u, \alpha_k > 0$ 分别是关于复原图像 u 和 PSF 函数 k 的正则化参数; $\|\cdot\|_2$ 表示 l_2 范数; $\varphi(u), \psi(k)$ 经常为关于 u 和 k 不同范数形式的泛函。

针对图像和 PSF 先验信息的估计不同,可以构造不同的正则化盲复原模型,区别主要在于正则项。在保真项与式(2)一样的情况下,Chan 等提出如下全变分盲复原模型^[4]:

$$\varphi(u) = \|\nabla u\|_1, \psi(k) = \|\nabla k\|_1. \quad (3)$$

式中:

$$\|\nabla \mathbf{u}\|_1 = \int \sqrt{u_x^2 + u_y^2} d\sigma, \|\nabla \mathbf{k}\|_1 = \int \sqrt{k_x^2 + k_y^2} d\sigma. \quad (4)$$

李伟红等给出了该模型的分裂 Bregman 算法,提高了数值解的精度和效率^[12]。邵文泽等在利用单幅图像超分辨率非参数估计重建时提出了一种双重正则化方法,其正则项为^[13]:

$$\begin{cases} \varphi(\mathbf{u}) = \|\nabla \mathbf{u}\|_0 + \|\nabla \mathbf{u}\|_2^2, \\ \psi(\mathbf{k}) = \|\mathbf{k}\|_0 + \|\mathbf{k}\|_2^2. \end{cases} \quad (5)$$

Lin He 等提出了分裂的全变盲复原模型^[14]:

$$\begin{cases} \varphi(\mathbf{u}) = \|\nabla \mathbf{u}\|_1 + \left(\int \mathbf{u} dx - \omega\right)^2 + \left(\int |\mathbf{u}| dx - \omega\right)^2, \\ \psi(\mathbf{k}) = \|\nabla \mathbf{k}\|_1 + \left(\int \mathbf{k} dx - 1\right)^2 + \left(\int |\mathbf{k}| dx - 1\right)^2, \end{cases} \quad (6)$$

式中 ω 为常数。

Kotera J 等结合最大后验估计进行盲复原^[15],其选取的正则化项为:

$$\varphi(\mathbf{u}) = \|\nabla \mathbf{u}\|_1^{0.3}, \psi(\mathbf{k}) = \|\mathbf{k}\|_1. \quad (7)$$

式中:

$$\|\nabla \mathbf{u}\|_1^p = (\|\nabla \mathbf{u}\|_1)^p, (0 < p < 1). \quad (8)$$

以上模型均采用一阶变差结构的能量泛函作为正则项,也就是采用线性函数局部逼近图像函数,从而造成复原后的图像不可避免地存在“阶梯”现象,同时 PSF 函数估计也不太准确。

马少贤等提出了一种基于四阶偏微分方程的盲复原模型,其正则化项为^[16]:

$$\varphi(\mathbf{u}) = \|\Delta \mathbf{u}\|_1, \psi(\mathbf{k}) = \|\nabla \mathbf{k}\|_1. \quad (9)$$

刘琨等提出了一种自适应的四阶 P-Laplace 图像盲复原模型^[17]:

$$\varphi(\mathbf{u}) = \|\Delta \mathbf{u}\|_1^{p(|\nabla \mathbf{u}|)}, \psi(\mathbf{k}) = \|\nabla \mathbf{k}\|_1, \quad (10)$$

式中: $\|\Delta \mathbf{u}\|_1 = \sum \sqrt{u_{xx}^2 + u_{yy}^2}$; $p(|\nabla \mathbf{u}|) \in [1, 2]$ 是关于 $|\nabla \mathbf{u}|$ 的凸函数。模型(7)和(9)均采用高阶变差数结构的能量泛函作为最优约束条件,但由于是利用有限差分进行数值计算,故精度不高,再加上没有考虑图像边缘结构和对角线方向灰度值的影响,边缘保持不理想。

3 非凸高阶全变差正则化图像盲复原

数字图像复原过程不仅与该像素点水平和垂直两个方向像素有关,还与诸如正负对角线方向

的像素有关。高阶变差正则化正是考虑了多个方向像素值的影响而建立的复原模型,其本质是在局部小范围内利用二次曲面函数逼近图像函数,而不像一阶变差正则化那样,利用一次平面函数逼近图像函数,所以不会出现“阶梯”现象^[18-19]。为了克服一阶变差模型的上述缺点,借鉴高阶变差方法的优点,本文提出了一种非凸高阶全变差正则化自然光学图像盲复原模型。

3.1 复原图像正则项的构建

首先定义一个二阶向量微分算子:

$$\Theta_\lambda = (\partial_{xx}, \lambda \partial_{xy}, \lambda \partial_{yx}, \partial_{yy})^T, (\lambda \geq 0), \quad (11)$$

显然有:

$$\|\Theta_0 \mathbf{u}\|_1 = \sum \sqrt{u_{xx}^2 + u_{yy}^2}, \quad (12)$$

$$\|\Theta_1 \mathbf{u}\|_1 = \sum \sqrt{u_{xx}^2 + u_{xy}^2 + u_{yx}^2 + u_{yy}^2}, \quad (13)$$

式中: $u_{xx}, u_{xy}, u_{yx}, u_{yy}$ 分别代表图像函数 \mathbf{u} 离散以后在水平方向、正对角方向、副对角方向和垂直方向的二阶差商。设图像大小为 $N \times N$, 选择周期边界条件,在像点位置 (i, j) 处:

$$(\mathbf{u}_{xx})_{i,j} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i+1,j} - 2\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{i-1,j}, & 1 < i < N, \\ \mathbf{u}_{2,j} - 2\mathbf{u}_{1,j} + \mathbf{u}_{N,j}, & i = 1, \\ \mathbf{u}_{1,j} - 2\mathbf{u}_{N,j} + \mathbf{u}_{N-1,j}, & i = N, \end{cases} \quad (14)$$

$$(\mathbf{u}_{xy})_{i,j} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,j+1} - \mathbf{u}_{i,j} - \mathbf{u}_{i-1,j+1} + \mathbf{u}_{i-1,j}, & i > 1, j < N, \\ \mathbf{u}_{1,j+1} - \mathbf{u}_{1,j} - \mathbf{u}_{N,j+1} + \mathbf{u}_{N,j}, & i = 1, j < N, \\ \mathbf{u}_{1,j} - \mathbf{u}_{1,N} - \mathbf{u}_{N,1} + \mathbf{u}_{N,N}, & i = 1, j = N, \\ \mathbf{u}_{i,1} - \mathbf{u}_{i,N} - \mathbf{u}_{i-1,1} + \mathbf{u}_{i-1,N}, & i > 1, j = N, \end{cases} \quad (15)$$

$$(\mathbf{u}_{yx})_{i,j} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i+1,j} - \mathbf{u}_{i,j} - \mathbf{u}_{i+1,j-1} + \mathbf{u}_{i,j-1}, & i < N, j > 1, \\ \mathbf{u}_{i+1,1} - \mathbf{u}_{i,1} - \mathbf{u}_{i+1,N} + \mathbf{u}_{i,N}, & i < N, j = 1, \\ \mathbf{u}_{i,1} - \mathbf{u}_{N,1} - \mathbf{u}_{i,N} + \mathbf{u}_{N,N}, & i = N, j = 1, \\ \mathbf{u}_{1,j} - \mathbf{u}_{N,j} - \mathbf{u}_{1,j-1} + \mathbf{u}_{N,j-1}, & i = N, j > 1, \end{cases} \quad (16)$$

$$(\mathbf{u}_{yy})_{i,j} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,j+1} - 2\mathbf{u}_{i,j} + \mathbf{u}_{i,j-1}, & 1 < j < N, \\ \mathbf{u}_{i,2} - 2\mathbf{u}_{i,1} + \mathbf{u}_{i,N}, & j = 1, \\ \mathbf{u}_{i,1} - 2\mathbf{u}_{i,N} + \mathbf{u}_{i,N-1}, & j = N. \end{cases} \quad (17)$$

一般认为,自然图像的灰度值边缘概率分布有重尾现象,服从超拉普拉斯(Hyper-Laplacian)模型^[20]。在研究分析时发现对自然图像利用式(18)

$$|\Theta_\lambda \mathbf{u}| = \sqrt{u_{xx}^2 + \lambda u_{xy}^2 + \lambda u_{yx}^2 + u_{yy}^2}, \quad (18)$$

进行降噪滤波后的图像,其灰度值边缘概率分布依然有重尾现象,同样也服从超拉普拉斯分布模型:

$$P(\mathbf{u}) \propto e^{-\mu \|\Theta_\lambda \mathbf{u}\|_1^\alpha}, \quad (19)$$

式中, $0 < \alpha < 1$, μ 为分布参数。图 1 中曲线 1 代表左侧自然光学图像“Bridge”利用式(18)滤波后的灰度值边缘概率分布情况,曲线 2、3、4 是分别利用高斯分布函数、拉普拉斯分布函数和超拉普拉斯分布函数的拟合结果,很显然曲线 4,即利用超拉普拉斯分布函数的拟合精度最高。

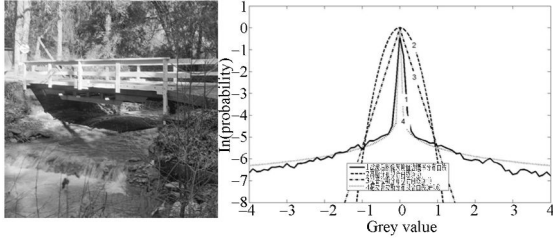


图 1 滤波后的自然图像灰度值边缘概率分布

Fig. 1 Edge probability distribution of grey value for filtered natural image

利用上述先验信息,结合贝叶斯后验概率模型,图像复原可转化为求解如下最大后验概率问题:

$$\arg \max_{\mathbf{u}} P(\mathbf{u} | \mathbf{u}_0, \mathbf{k}). \quad (20)$$

由条件概率公式:

$$P(\mathbf{u} | \mathbf{u}_0, \mathbf{k}) = \frac{P(\mathbf{u}_0, \mathbf{k} | \mathbf{u}) P(\mathbf{u})}{P(\mathbf{u}_0, \mathbf{k})} \propto P(\mathbf{u}_0, \mathbf{k} | \mathbf{u}) P(\mathbf{u}), \quad (21)$$

可得:

$$\arg \max_{\mathbf{u}} P(\mathbf{u}_0, \mathbf{k} | \mathbf{u}) P(\mathbf{u}) = \arg \min_{\mathbf{u}} \{-\ln[P(\mathbf{u}, \mathbf{k} | \mathbf{u}_0)] - \ln P(\mathbf{u})\}. \quad (22)$$

因为加性噪声 \mathbf{n} 服从高斯分布,结合式(19)

可得:

$$-\ln[P(\mathbf{u}, \mathbf{k} | \mathbf{u}_0)] = \|\mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2^2, \quad (23)$$

$$-\ln P(\mathbf{u}) = \mu \|\Theta_\lambda \mathbf{u}\|_1^\alpha \quad (0 < \alpha < 1). \quad (24)$$

在点扩散函数 \mathbf{k} 已知的情况下,图像复原转化为求解如下最优化问题:

$$\min_{\mathbf{u}} (\|\mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2^2 + \alpha_\mu \|\Theta_\lambda \mathbf{u}\|_1^\alpha), \quad (25)$$

上式属于非凸高阶优化问题。

对于图像处理问题,非凸优化模型比凸优化模型更适合图像复原^[21],而且高阶变差正则化图像复原不会出现“阶梯”现象,其结果更优于一阶变差正则化图像复原(又称全变分正则化图像复原)。同时, l_2 范数对灰度突变比 l_1 范数更敏感,而图像边缘恰好又是灰度变化较大的区域,这样能更好地保持边缘信息; l_2 范数对高频噪声平滑

速度比 l_1 范数更快,可以较好地降噪,使复原效果更加理想^[22]。鉴于以上分析选取

$$\varphi(\mathbf{u}) = \|\Theta_\lambda \mathbf{u}\|_1^\alpha + \|\mathbf{u}\|_2^2, \quad (26)$$

作为复原图像的正则项。

3.2 PSF 正则项的构建

对于使图像退化的 PSF 来讲,一般情况下其大小远小于退化图像,如果假设 PSF 和退化图像的大小一致,那么 PSF 对应的离散矩阵中的非零数则很少,从这个意义上讲,PSF 自身具有稀疏性。因此,稀疏矩阵就可以理解为真实 PSF 的最佳近似。事实上,利用数学上的稀疏概念复原图像也是一种常见的方法^[23]。在图像 \mathbf{u} 固定以后,选取估计 PSF 问题的正则项:

$$\psi(\mathbf{k}) = \|\mathbf{k}\|_0. \quad (27)$$

综合以上分析,提出如下非凸高阶全变差正则化自然光学图像盲复原模型:

$$\min_{\mathbf{u}, \mathbf{k}} (\|\mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2^2 + \alpha_1 \|\Theta_\lambda \mathbf{u}\|_1^\alpha + \frac{\alpha_2}{2} \|\mathbf{u}\|_2^2 + \alpha_3 \|\mathbf{k}\|_0), \quad (28)$$

式中: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0$ 为正则化参数。

4 基于 Split-Bregman 算法的数值求解

求解最优化问题(28)的算法很多,比如模拟退火算法,遗传算法和人工神经网络算法等。近几年兴起的 Split-Bregman 算法是求解带有 l_1 范数的凸优化问题的一个高效的近似计算方法。该算法在迭代求解过程中收敛速度快,数值稳定性好,已经广泛应用于诸如图像降噪、去模糊等图像处理领域^[24-25]。鉴于此,本文利用数学分析技巧,将优化问题(28)转化为带有范数的凸优化问题进行求解。

4.1 PSF 的估计

在估计 PSF 时,利用交替迭代法,首先固定 \mathbf{u} ,模型(28)等价于如下优化问题:

$$\min_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0\|_2^2 + \alpha_3 \|\mathbf{k}\|_0 \right\}. \quad (29)$$

由于 l_0 范数约束的优化问题在数学上属于非确定性多项式(Non deterministic Polynomial)问题,即 NP 问题。根据压缩感知理论,可以利用 l_1 范数近似代替 l_0 范数约束,解决稀疏约束最优

化问题的适定性。即求解如下 l_1 范数的凸优化问题:

$$\min_k \left\{ \frac{1}{2} \| \mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \|_2^2 + \alpha_3 \| \mathbf{k} \|_1 \right\}. \quad (30)$$

对上述问题离散以后,函数对应为矩阵。利用 Split-Bregman 迭代算法,凸优化问题(30)可以分裂为以下 3 个子问题:

$$\mathbf{k}^{i+1} = \arg \min_k \left\{ \frac{1}{2} \| \mathbf{k} * \mathbf{u}^i - \mathbf{u}_0 \|_2^2 + \frac{\beta}{2} \| \mathbf{d}^i - \mathbf{k} - \mathbf{b}^i \|_2^2 \right\}, \quad (31)$$

$$\mathbf{d}^{i+1} = \operatorname{argmin}_d \left\{ \alpha_3 \| \mathbf{d} \|_1 + \frac{\beta}{2} \| \mathbf{d} - \mathbf{k}^{i+1} - \mathbf{b}^i \|_2^2 \right\}, \quad (32)$$

$$\mathbf{b}^{i+1} = \mathbf{b}^i + (\mathbf{k}^{i+1} - \mathbf{d}^{i+1}), \quad (33)$$

式中: \mathbf{b} 表示分裂变量; β 为正常数。利用变分原理和快速傅里叶变换求解式(31):

$$\mathbf{k}^{i+1} = \operatorname{FFT}^{-1} \left\{ \frac{\beta \operatorname{FFT}(\mathbf{d}^i - \mathbf{b}^i) + \operatorname{FFT}((\mathbf{u}^i)^T) \operatorname{FFT}(\mathbf{u}_0)}{\operatorname{FFT}((\mathbf{u}^i)^T) \operatorname{FFT}(\mathbf{u}^i) + \operatorname{FFT}(\beta \mathbf{E})} \right\}. \quad (34)$$

式中: $\operatorname{FFT}(\cdot)$ 表示快速傅里叶变换; $\operatorname{FFT}^{-1}(\cdot)$ 表示快速傅里叶逆变换; \mathbf{E} 表示单位矩阵; \mathbf{u}^T 是 \mathbf{u} 共轭转置。对于式(32)的求解,利用二维收缩(shrink)算子求解^[26]:

$$\mathbf{d}^{i+1} = \operatorname{shrink} \left[\left| \mathbf{k}^{i+1} + \mathbf{b}^i \right|, \frac{\alpha_3}{\beta} \right] = \max \left[\left| \mathbf{k}^{i+1} + \mathbf{b}^i \right| - \frac{\alpha_3}{\beta}, 0 \right] \cdot \frac{\mathbf{k}^{i+1} + \mathbf{b}^i}{\left| \mathbf{k}^{i+1} + \mathbf{b}^i \right|}. \quad (35)$$

为了保证模型的物理意义,在对 PSF 进行迭代估计时,对 PSF 函数采用动态阈值约束^[27]:

$$\mathbf{k}^i(x, y) = \begin{cases} \mathbf{k}^i(x, y), & \mathbf{k}^i(x, y) \geq 0.05 \cdot \max(\mathbf{k}^i(x, y)), \\ 0, & \mathbf{k}^i(x, y) < 0.05 \cdot \max(\mathbf{k}^i(x, y)), \end{cases} \quad (36)$$

$$\sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n \mathbf{k}^i(x, y) = 1, \quad (37)$$

式中: (x, y) 表示 PSF 矩阵中点的坐标; i 表示第 i 次迭代。

4.2 图像复原估计

在复原图像 \mathbf{u} 时,固定 \mathbf{k} ,模型(28)等价如下最优化问题:

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \| \mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \|_2^2 + \alpha_1 \| \mathbf{O} \lambda \mathbf{u} \|_1 + \frac{\alpha_2}{2} \| \mathbf{u} \|_2^2 \right\}. \quad (38)$$

该模型属于非凸优化问题,非凸优化问题虽然能够更好地描述真实图像,但是其局部最优解

不具备唯一性。因此将式(38)近似修正为:

$$\min_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{2} \| \mathbf{k} * \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \|_2^2 + \omega_i \| \mathbf{O} \mathbf{u} \|_1 + \frac{\alpha_2}{2} \| \mathbf{u} \|_2^2 \right\}, \quad (39)$$

式中: ω_i 为动态权值,离散以后,在第 i 次迭代更新中

$$\omega_i = \alpha_1 \frac{\| \mathbf{O} \mathbf{u}^i \|_1^q}{\| \mathbf{O} \mathbf{u}^i \|_1 + 10^{-3}}, \quad (40)$$

同样利用 Split-Bregman 迭代算法、变分原理以及快速傅里叶变换将上述凸优化问题分裂为以下 3 个子问题:

$$\mathbf{u}^{i+1} = \operatorname{FFT}^{-1} \left\{ \frac{\gamma \operatorname{FFT}(\mathbf{c}^i - \mathbf{e}^i) + \operatorname{FFT}((\mathbf{k}^{i+1})^T) \operatorname{FFT}(\mathbf{u}_0)}{\operatorname{FFT}((\mathbf{k}^{i+1})^T) \operatorname{FFT}(\mathbf{k}^{i+1}) + (\gamma + \alpha_2) \operatorname{FFT}(\mathbf{E})} \right\}, \quad (41)$$

$$\mathbf{c}^{i+1} = \operatorname{shrink} \left[\left| \mathbf{u}^{i+1} + \mathbf{e}^i \right|, \frac{\omega_i}{\gamma} \right], \quad (42)$$

$$\mathbf{e}^{i+1} = \mathbf{e}^i + (\mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{c}^{i+1}). \quad (43)$$

式中: \mathbf{e} 表示分裂变量; γ 为正常数; \mathbf{E} 表示单位矩阵。

综合以上分析,总结图像盲复原流程如下:

第 1 步,初始化: $\mathbf{g}^0 = \mathbf{u}^0 = \mathbf{u}_0$, $\mathbf{d}^0 = \mathbf{b}^0 = 0$; $\mathbf{c}^0 = \mathbf{e}^0 = 0$;

第 2 步,利用式(34)计算 \mathbf{k}^{i+1} ;

第 3 步,利用式(41)计算 \mathbf{u}^{i+1} ,返回第二步,迭代终止条件为:

$$\frac{\| \mathbf{u}^{i+1} - \mathbf{u}^i \|_2^2}{\| \mathbf{u}^i \|_2^2} > 10^{-3}. \quad (44)$$

第 4 步,输出 \mathbf{u}^{i+1} ,即为盲复原图像。

5 实验及评价

为了验证所提出模型和算法的合理性和优越性,在 Matlab2012a 平台上对人工退化图像和真实退化图像分别进行了实验测试,并与两种较新的正则化盲复原方法进行了比较。采用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)和信息熵(Information Entropy, IE)作为客观评价指标进行评价^[28]。峰值信噪比计算公式如下:

$$\operatorname{PSNR} = 10 \lg \left[\frac{255^2 \times M \times N}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\mathbf{u}(i, j) - \mathbf{u}^*(i, j)]^2} \right], \quad (45)$$

式中: $\mathbf{u}(i, j)$ 和 $\mathbf{u}^*(i, j)$ 分别是理想图像和被评价图像在点 (i, j) 处的灰度值,其值越大说明重建图

像与原始图像结构保持越好,图像质量越好。图像信息熵计算公式如下:

$$IE = - \sum_{n=0}^L p_n \log_2 p_n, \quad (46)$$

式中: p_n 为像素值 n 在图像中出现的概率, L 为灰度值范围(一般为 $0 \sim 255$)。IE 值越大,说明图像中偏离图像直方图高峰灰度区的区间越大,图像携带的信息量越大,信息越丰富,其图像质量越好。峰值信噪比的计算需要参考图像,信息熵的计算不需要参考图像。

5.1 人工退化图像

选取大小为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 的“Camera-man”、“Lena”和“Baboon”灰度标准测试图作为实验图像,如图 2 所示。对 3 幅实验图像分别人工加入高斯模糊(大小为 $7 \text{ pixel} \times 7 \text{ pixel}$, 方差为 15)、散焦模糊(半径为 5 pixel)和运动模糊(位移为 20 pixel, 方向 45°),所有模糊图像都加入标准差为 10^{-3} 的加性高斯随机噪声。



(a) Cameraman (b) Lena (c) Baboon

图 2 测试图像

Fig. 2 Tested images

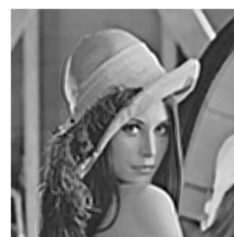
利用文献[18][29]的方法以及本文方法分别对以上 9 幅人工退化图像进行盲复原,实验中取 $\alpha=0.6$,其它参数的取值方法与相应文献一致。经过大量的实验测试,本文方法最终选取 $\lambda=0.8$ 和 $\lambda=0.25$ 两种情况(其中文献[18]相当于 $\lambda=1$ 时的情况)。观察复原效果可以看出,本文方法复原图像的边缘保持较好,细节纹理较清晰,效果优于文献[18,29]的方法,如图 3 中的头发、图 4 中



(a) 退化图像 (b) 文献[18]的方法
(a) Degraded image (b) Method of Ref. [18]



(c) 文献[29]的方法 (d) 本文方法($\lambda=0.8$)
(c) Method of Ref. [29] (d) Proposed method ($\lambda=0.8$)



(e) 本文方法($\lambda=0.25$)
(e) Proposed method($\lambda=0.25$)

图 3 高斯模糊图像盲复原结果

Fig. 3 Blind restoration results of Gaussian blurred image



(a) 退化图像 (b) 文献[18]的方法
(a) Degraded image (b) Method of Ref. [18]



(c) 文献[29]的方法 (d) 本文方法($\lambda=0.8$)
(c) Method of Ref. [29] (d) Proposed method ($\lambda=0.8$)

(e) 本文方法($\lambda=0.25$)(e) Proposed method($\lambda=0.25$)

图 4 散焦模糊图像盲复原结果

Fig. 4 Blind restoration results of defocusing blurred image



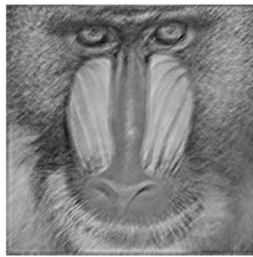
(a) 退化图像

(a) Degraded image



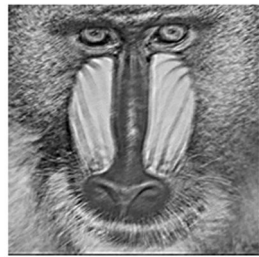
(b) 文献[18]的方法

(b) Method of Ref. [18]



(c) 文献[29]的方法

(c) Method of Ref. [29]

(d) 本文方法($\lambda=0.8$)

(d) Proposed method

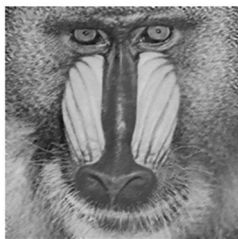
($\lambda=0.8$)(e) 本文方法($\lambda=0.25$)(e) Proposed method($\lambda=0.25$)

图 5 运动模糊图像盲复原结果

Fig. 5 Blind restoration results of motion blurred image

的背景大楼和相机支架、图 5(d)(e)中“Baboon”的鼻梁以及胡须,“阶梯”和“振铃”现象不太明显。实验结果显示,本文方法的复原结果更接近于原始图像。同时, $\lambda=0.25$ 复原效果要略优于 $\lambda=0.8$ 时的结果。

表 1、2 是本文方法与文献[18][29]方法进行盲复原后图像的 PSNR 值和熵值。数据显示,在处理高斯模糊图像时文献[29]的效果优于文献[18];本文方法复原图像评价指标值明显高于文献[18][29]的指标值。其中,PSNR 值较另外 2 种方法最大提高了 2.08 dB,熵值最大提高了 1.14 个单位。

表 1 不同盲复原方法图像的峰值信噪比值

Tab. 1 PSNRs of different blind restoration methods for test images (dB)

退化类型	测试图像	文献 [18]	文献 [29]	提出方法 ($\lambda=0.8$)	提出方法 ($\lambda=0.25$)
高斯模糊	Camera	20.24	21.88	21.95	22.01
	Lena	27.62	28.56	28.82	29.01
	Baboon	<u>25.13</u>	<u>26.84</u>	<u>27.90</u>	<u>28.01</u>
散焦模糊	Camera	22.78	21.45	23.40	23.53
	Lena	26.14	25.45	27.63	27.82
	Baboon	26.14	26.23	27.32	27.32
运动模糊	Camera	23.08	23.12	24.05	24.13
	Lena	28.75	28.43	29.14	29.21
	Baboon	25.98	25.78	26.20	26.21

表 2 不同方法盲复原图像的熵值

Tab. 2 IEs of different blind restoration methods for test images

退化类型	测试图像	退化图像	文献 [18]	文献 [29]	提出方法 ($\lambda=0.8$)	提出方法 ($\lambda=0.25$)
高斯模糊	Camera	5.14	6.73	6.67	7.11	7.32
	Lena	12.11	14.65	15.11	15.31	15.31
	Baboon	4.89	7.65	8.03	8.09	8.15
散焦模糊	Camera	5.02	7.65	7.63	8.53	8.34
	Lena	11.88	13.67	13.23	14.53	14.63
	Baboon	6.01	7.41	7.40	7.79	7.78
运动模糊	Camera	5.98	7.32	7.34	8.32	8.35
	Lena	<u>11.74</u>	<u>13.32</u>	<u>14.30</u>	<u>14.39</u>	<u>14.46</u>
	Baboon	6.25	7.91	7.82	8.43	8.52

5.2 真实退化图像

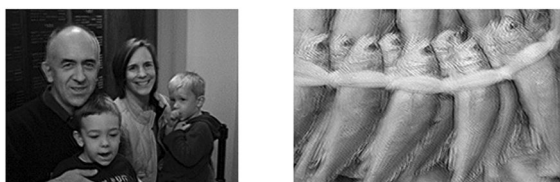
选取标准测试图“Pietro”和“Lyndsey”作为真实退化图像来测试本文算法,如图 6 所示。由



(a)Pietro (b) Fishes

图 6 真实测试图像

Fig. 6 Tested real images



(a)文献[18]方法的结果

(a) Results of Ref. [18]

(b)文献[29]方法的结果

(b) Results of Ref. [29]

(c)本文方法结果($\lambda=0.8$)

(c)Restoration images with proposed method($\lambda=0.8$)

(d)本文方法结果 ($\lambda=0.25$)

(d)Restoration images with proposed method($\lambda=0.25$)

图 7 真实图像盲复原结果

Fig. 7 Blind restoration results of real images

图 6 可知,本文方法同样能够有效地复原真实退化图像,其盲复原效果也明显优于文献[18][29]的方法,如图 7 所示。通过对客观评价数据,即信息熵值的对比观察也能够得到同样的结论,如表 3 所示。

表 3 真实图像盲复原结果的信息熵值

Tab. 3 IEs of blind restoration results for real images

测试图像	原始图像	文献 [18]	文献 [29]	本文方法 ($\lambda=0.8$)	本文方法 ($\lambda=0.25$)
Pietro	5.02	6.84	7.05	8.04	8.18
Fishes	5.20	7.00	6.81	7.96	8.02

6 结 论

图像盲复原是图像低层处理的一个重要环节,其效果与 PSF 函数估计的精确程度密切相关。本文根据 PSF 函数的稀疏特性,结合自然光学图像的先验信息,提出了一种非凸高阶全变差的盲复原模型。在数值计算过程中,针对提出模型的非凸优化问题,利用上一次的迭代结果对模型的范数结构进行改进,将之转化为基于范数的凸优化问题,进而采用 Split-Bregman 迭代算法,提高了计算的精度。实验结果和客观评价数据表明,提出的盲复原方法对多种模糊类型,包括含噪声的高斯模糊、运动模糊、散焦模糊图像以及真实图像都能进行有效的复原,相较当前主流算法都有一定的改进和优化。

本文提出的盲复原方法是采用交替迭代的方式分别估计 PSF 和复原图像,交替迭代复原的数学理论基础是卷积运算具有交换律,所以,每次迭代过程中需将其中一个量视为固定值,二者独立运算又互相兼容。本文主要从理论层面提出了一种自然光学图像盲复原的模型,下一步将针对该模型的算法效率和参数估计两个方向开展更高层次的研究和思考。

参考文献:

[1] 阮秋琦,阮宇智(译). 数字图像处理[M]. 北京:电子工业出版社,2012.
RUAN Q Q, RUAN Y ZH, (Tran.). *Digital Im-*

age Processing [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2012. (in Chinese)

[2] AYERS G R, DAINTY J C. Iterative blind deconvolution method and its application[J]. *Optics Let-*

- ters, 1990, 13(7): 547-549.
- [3] YOU Y, KAREH M. A regularization approach to joint blur identification and image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996, 5(3): 416-428.
- [4] CHAN T F, WONG C K. Total variation blind deconvolution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(3): 370-375.
- [5] FERGUS R, SINGH B, HERTZMANN A, et al. Removing camera shake from a single photograph [J]. *ACM Trans. On Graphics*, 2006, 25(3): 787-794.
- [6] KRISHNAN D, TAY T, FERGUS R. Blind deconvolution using a normalized sparsity measure[J]. *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, 2011, 233-240.
- [7] 刘成云,常发亮. 基于稀疏表示和 Weber 定律的运动图像盲复原[J]. *光学 精密工程*, 2015, 23(2): 600-608.
LIU CH Y, CHANG F L. Blind moving image restoration based on sparse representation and Weber's law[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(2): 600-608. (in Chinese)
- [8] 闫敬文,彭鸿,刘蕾,等. 基于正则化模糊核估计的遥感图像复原[J]. *光学 精密工程*, 2014, 22(9): 2572-2579.
YAN J W, PENG H, LIU L, et al. Remote sensing image restoration based on zero-norm regularized kernel estimation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(9): 2572-2579. (in Chinese)
- [9] 唐述,龚卫国. 高阶混合正则化图像盲复原方法[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(1):151-157.
TANG SH, GONG W G. High-order hybrid regularization method for image blind restoration[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(1): 151-157. (in Chinese)
- [10] WU C L, TAI X C. Augmented Lagrangian method, dual methods, and split-bregman iteration for ROF, vectorial TV, and high order models[J]. *Siam Journal on Imaging Sciences*, 2010, 3(3): 300-339.
- [11] 王莎,陈跃庭,冯华君,等. 基于 TWIST-TV 约束的图像去模糊方法[J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(6):2000-2006.
WANG SH, CHEN Y T, FENG H J, et al. TwIST-TV regularization based image deblurring method[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(6):2000-2006. (in Chinese)
- [12] LI W, LI Q, GONG W, et al. Total variation blind deconvolution employing split Bregman iteration[J]. *Journal of Visual Communication & Image Representation*, 2012, 23(3):409-417.
- [13] SHAO W,Z, ELAD M. Simple, accurate, and robust nonparametric blind super-resolution [EB/OL]. (2015-03-11) [2015-05-21]. <http://arxiv.org/abs/1503.03187>.
- [14] LIN H, MARQUINA A, OSHER S J. Blind deconvolution using TV regularization and Bregman iteration[J]. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 2005, 15(1): 74-83.
- [15] KOTERA J, SROUBEK F, MILANFAR P. Blind deconvolution using alternating maximum a posteriori estimation with heavy-tailed priors[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2013, 8048: 59-66.
- [16] 马少贤,江成顺. 基于四阶偏微分方程的盲图像恢复模型[J]. *中国图象图形学报*, 2010, 15(1):26-30.
MA SH X, JIANG CH SH. A new method for image blind restoration based on fourth-order PDE [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2010, 15(1):26-30. (in Chinese)
- [17] 刘琨,王国宇,姬婷婷. 一种四阶 P-Laplace 图像盲复原方法[J]. *中国海洋大学学报*, 2014, 44(9): 110-115.
LIU K, WANG G Y, JI T T. A method for fourth-order P-Laplace blind image restoration[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2014, 44(9):110-115. (in Chinese)
- [18] 李伟红,许尚文,龚卫国. 基于非凸高阶全变差模型的 Split-Bregman 权值迭代图像盲复原方法,中国:CN104134196A[P]. 2014-11-05.
LI W H, XU S W, GONG W G. The Split -Bregman weight iterative blind image restoration method based on non-convex higher order total variation model, Chinese: CN104134196A [P]. 2014-11-05. (in Chinese)
- [19] KIM S, LIM H. Fourth-order partial differential equations for effective image denoising[J]. *Proceedings of the Seventh Mississippi State-UAB Conference on Differential Equations & Computational Simulations*, 2009:107-121.
- [20] KRISHNAN D, FERGUS R. Fast image deconvolution using hyper-laplacian priors [C]. *Proceed-*

- ings of Neural Information Processing Systems, 2009:1033-1041.
- [21] AUBERT G, KORNPORST P. *Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations* [M]. New York: Springer Publishing Company, 2010.
- [22] 蒋伟,胡学钢. 一种基于偏微分方程的图像复原新模型[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(14): 187-189.
- JIANG W, HU X G. Image restoration new model based on PDE[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(14): 187-189. (in Chinese)
- [23] 易丽娅,鲁晓磊,黄本雄. 图像复原的小波域稀疏模型方法[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(8): 766-771.
- YI L Y, LU X L, HUANG B X. Image restoration based on wavelet domain sparse model[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(8):766-771. (in Chinese)
- [24] LIU X W, HUANG L H. Split Bregman iteration algorithm for total bounded variation regularization based image deblurring [J]. *Journal of Visual Communication Image Representation*, 2010, 372(2): 486-495.
- [25] YANG Y F, PANG ZH F, SHI B L, *et al.*. Split Bregman method for the modified lot model in image denoising[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2011, 217(12): 5392-5403.
- [26] 余瑞艳. 求解极小化问题的 Bregman 迭代算法[J]. 应用泛函分析学报, 2012, 14(4): 365-368.
- YU R Y. Bregman iterative algorithm for solving minimization problems [J]. *Acta Analysis Functionalis Applicata*, 2012, 14(4): 365-368. (in Chinese)
- [27] LI W H, LI Q L, GONG W G, *et al.*. Total variation blind deconvolution employing split Bregman iteration[J]. *Journal of Visual Communication Image Representation*, 2012, 23(3): 409-417.
- [28] 耿则勋,陈波,王振国,等. 自适应光学图像复原理论与方法[M]. 北京:科学出版社, 2010.
- GENG Z X, CHEN B, WANG ZH G, *et al.*. *The Theory and Method about Adaptive Optics Image Restoration* [M]. Beijing: Science press, 2010. (in Chinese)
- [29] KRISHNAN D, TAY T, FERGUS R. Blind deconvolution using a normalized sparsity measure [C]. *IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition*, 2011, 42(7):233-240.

作者简介:



郭从洲(1980—),男,河南西华人,讲师,博士研究生,2008年于信息工程大学获得硕士学位,主要从事图像复原、超分辨率重建方面的研究。E-mail: czguo0618@sina.cn



秦志远(1965—),男,河北唐山人,教授,博士生导师,1992年、1998年于解放军测绘学院分别获得硕士、博士学位,主要从事数字摄影测量、遥感影像的处理及应用。E-mail: hbltqzy@163.com.

(版权所有 未经许可 不得转载)