

文章编号 1004-924X(2015)12-3378-09

快速控制反射镜两轴柔性支撑平台刚度优化设计

付锦江^{1,2*}, 颜昌翔¹, 刘伟¹, 袁婷^{1,2}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 基于椭圆弧柔性铰链兼顾了直梁型柔性铰链运动范围大和圆弧型柔性铰链运动精度高的特点, 设计了基于椭圆弧柔性铰链的二维快速控制反射镜系统两轴柔性支撑平台。为使柔性支撑平台快速响应性好, 即使其低阶固有频率最大化, 对该柔性支撑平台进行了结构优化设计。理论推导了单个柔性铰链最大刚度与许用应力、转角和铰链参数的理论计算公式。然后, 采用集总参数的分析方法, 得出两轴柔性支撑平台低阶最大固有频率的理论计算公式。由公式可知: 在转动惯量一定的情况下, 低阶固有频率最大化即为工作方向刚度最大化。最后, 通过有限元仿真和实验检测验证了理论计算的准确性, 得到的结果显示: 柔性支撑平台的最大固有频率和最大应力的理论值与仿真值的相对误差小于 5%, 平台工作刚度的理论值与仿真值、实测值的相对误差分别为 3.86% 和 5.75%。仿真和实验结果表明: 利用本文推导的理论公式进行柔性支撑平台刚度优化设计, 既可以满足工程设计要求, 又能省去繁杂的有限元计算。

关键词: 快速控制反射镜; 椭圆弧柔性铰链; 柔性支撑平台; 刚度优化; 固有频率

中图分类号: TH132 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152312.3378

Stiffness optimization of two-axis flexible supporting platform for fast steering mirror

FU Jin-jiang^{1,2*}, YAN Chang-xiang¹, LIU Wei¹, YUAN Ting^{1,2}

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

* *Corresponding author, E-mail: ytfjj17@tom.com*

Abstract: Elliptic flexure hinges have both advantages of larger moving ranges and higher moving accuracy from right-angle flexure hinges and circular flexure hinges. Therefore, this paper designs a two axis flexible supporting platform with an elliptic flexure hinge used in a fast steering mirror system. For a fast response required by the system, the flexible supporting platform needs to maximize its natural frequency within the material's allowable stress. Firstly, the theoretical formulas of the maximum stiffness including the parameters of the allowable stress and rotating angle are deduced. The lumped parameter analysis method is adopted to obtain the relationship between the stiffness of flexible supporting platform and the stiffness of single flexure hinge. Then, the closed-form solution about the low order natural frequency of the two axis flexible support platform is deduced. A finite element

收稿日期: 2015-01-20; 修订日期: 2015-03-06.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2011AA12A103); 中国地质调查局资助项目 (No. 1212011120227)

model are created to perform experiments to assess those equations. The results compared by finite element analysis and theoretic calculation show that the relative error of the platform's natural frequency and maximum stress is within 5%. The relative errors of platform's stiffness got by the experiment, simulation and the theoretic calculation are 3.86% and 5.75%, respectively. These results indicate that the theoretical formula proposed in this paper is benefit for engineering structural design, it not only meets the requirements of engineering design, but also saves a lot of time. The most important thing is that it can help to achieve the optimal stiffness in theory.

Key words: fast steering mirror; elliptic flexure hinge; flexible supporting platform; stiffness optimization; natural frequency

1 引 言

传统柔性铰链主要有直梁型柔性铰链和圆弧型柔性铰链两种类型。直梁型柔性铰链转动范围大,但运动精度较差;圆弧型柔性铰链运动精度高,但转动范围小^[1]。为了兼顾运动范围和精度,国内外很多学者根据柔性铰链切槽的不同曲线类型提出并研究了圆弧型,椭圆弧型,抛物线型,双曲线型,V型及其各种混合型柔性铰链。对柔性铰链的研究比较多,但大多集中于柔度,精度和应力的单独分析,1965年,Paros和Weisbord^[2]最早根据欧拉-伯努利梁理论推导出圆弧型柔性铰链柔度计算的精确和近似理论计算公式;Tseytlin^[3]通过对圆弧型轮廓采用逆保角映射推导出了圆弧形柔性铰链刚度计算公式,与Paros和Weisbord推导的理论公式相比,其结果与实验结果的误差更小;吴鹰飞^[4]在2002年推导出了相对简单又准确的圆弧型柔性铰链的刚度计算公式;LOBONTIU^[5]等推导了抛物线和双曲线的柔度,精度及应力特性;SMITH^[6]等人研究了椭圆弧柔性铰链的刚度计算式;Tian^[7]等人研究了V型倒角柔性铰链;陈贵敏^[8]等人用有限元方法得到了切口型柔性铰链的应力集中系数的经验计算公式,Jae^[9]等人分析了机械加工误差对柔性铰链精度的影响。近些年对混合型柔性铰链的研究较多,LOBONTIU^[10, 11]等人研究了圆角抛物线混合型和倒圆角直梁型柔性铰链;Lin^[12]等人研究了一边为双曲线,另一边为倒圆角的混合不对称柔性铰链的性能;陈贵敏^[13]研究了椭圆弧倒角直梁柔性铰链。不过,相关研究对于工作应力、偏转范围与刚度的理论关系研究比较少,目前

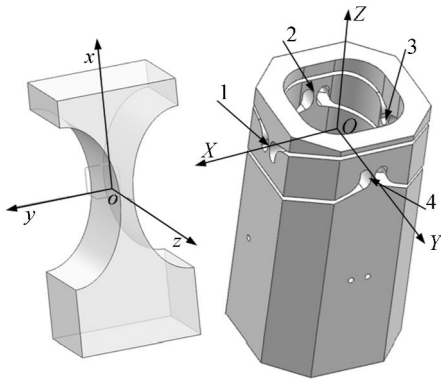
只有Smith^[6]等人理论研究了圆弧型和直梁型柔性铰链工作方向最大刚度与许用应力、转角理论计算关系。2009年,Zelenika^[14]等人基于参数化有限元模型的方法对椭圆弧柔性机械进行了刚度优化设计,但椭圆弧柔性铰链工作方向最大刚度与许用应力、转角的理论计算关系尚无文献推导。本文根据材料力学的相关知识,致力于推导椭圆弧柔性铰链柔性支撑平台低阶谐振频率与最大应力、柔性铰链参数及偏摆范围之间的理论计算关系,为柔性支撑低阶谐振频率最大化设计提供理论基础。

近年来,柔性铰链因具有结构简单、无机械摩擦、运动平稳等优点,受到光学结构研究人员的重视,被广泛应用于各种要求小角位移、高精度传动的场合,如快速控制反射镜柔性支撑平台^[15],相移台微动单元^[16],爬行机器人^[17, 18],精密位移平台^[19, 20]等。快速控制反射镜系统工作频率高,精度要求高,一般要求系统谐振频率至少是伺服系统带宽的2~3倍,所以对柔性支撑平台的低阶固有频率提出了较高的要求。本文通过理论推导,在反射镜系统转角范围和柔性支撑材料许用应力一定的情况下,合理选择柔性铰链的参数,理论获得了最大的低阶固有频率的计算公式。以椭圆弧柔性铰链工作方向刚度的理论计算关系为基础,推导了两轴柔性支撑平台工作方向最大固有频率与偏摆范围和许用应力之间的关系,以此进行柔性支撑的优化设计,并通过有限元仿真和实验验证了理论计算公式的准确性。

2 椭圆弧柔性铰链性能分析

图1(a)所示为椭圆弧柔性铰链,坐标系为 $o-$

xyz , o 为柔性铰链偏转中心, 图 1(b) 为基于椭圆弧柔性铰链的两轴柔性支撑的三维几何模型, 坐标系为 $O-XYZ$, O 为支撑平台的偏转中心, 工作方向为绕 X, Y 轴的偏摆, 由 4 个柔性铰链组合而成, 柔性铰链 1 和 3 组合变形实现平台绕 X 轴偏转而柔性铰链 2 和 4 组合变形实现平台绕 Y 轴偏转, 柔性支撑平台要求低阶谐振频率最大化。



(a) 椭圆弧柔性铰链 (b) 两轴柔性支撑平台
(a) Elliptical flexure hinge (b) Two-axis flexure platform

图 1 椭圆弧柔性铰链及柔性支撑几何模型

Fig. 1 Diagram of elliptical flexure hinge and two-axis flexure platform

2.1 椭圆弧柔性铰链工作方向刚度

图 2 所示为椭圆弧柔性铰链在 $z=0$ 平面内的示意图, 左端固定, 右端自由, 长半轴为 a , 短半轴为 b , 宽度为 ω , 最小切割厚度为 t 。

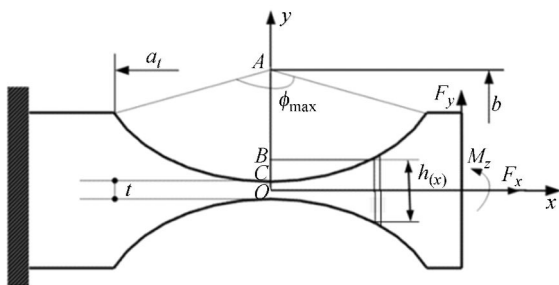


图 2 xy 面内柔性铰链参数及坐标系

Fig. 2 Geometric configuration and coordinate of flexible hinge in the xy plane

z 轴为柔性铰链的输入轴, 当 $\phi_{\max} = \pi$ 时, 柔性铰链为正椭圆柔性铰链, 所研究的柔性铰链都是正椭圆柔性铰链。根据参考文献[13]可知, 椭

圆弧柔性铰链工作刚度的理论计算公式为:

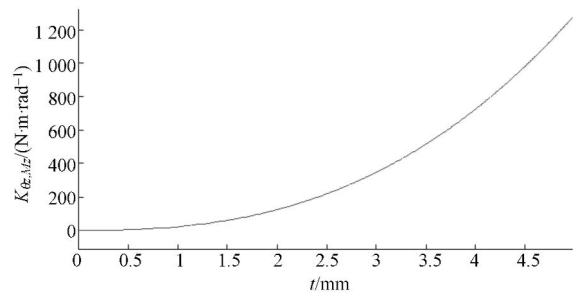
$$\delta_{\theta_x, M_x} = \frac{12a}{E\omega^3} \frac{(12s^2 + 8s + 2)\sqrt{4s+1} + 12s(2s+1)^2 \arctan\sqrt{4s+1}}{(4s+1)^{5/2}(2s+1)}$$

$$\text{令 } f = \frac{(12s^2 + 8s + 2)\sqrt{4s+1} + 12s(2s+1)^2 \arctan\sqrt{4s+1}}{(4s+1)^{5/2}(2s+1)}$$

$$\delta_{\theta_x, M_x} = \frac{12a}{E\omega t^3} \cdot f \Rightarrow K_{\theta_x, M_x} = \frac{E\omega t^3}{12af} \quad (1)$$

式中: a 为椭圆弧柔性铰链的长半轴; ω 为椭圆弧柔性铰链的宽度; E 为材料的弹性模量; t 为柔性铰链的最小切割厚度; $s = b/t$, b 为椭圆弧柔性铰链的短半轴; K_{θ_x, M_x} 为柔性铰链准确计算的工作刚度。

当柔性铰链的长半轴 $a = 12 \text{ mm}$, 短半轴 $b = 8 \text{ mm}$, 宽度 $\omega = 12 \text{ mm}$, 材料的弹性模量 $E = 106 \text{ GPa}$ 时, 最小切割厚度 t 与转动刚度 K_{θ_x, M_x} 的关系如图 3 所示, 可知最小切割厚度的变化对刚度的影响很大, 并且转动刚度随着 t 的增大而增大。



($a = 12 \text{ mm}$, $b = 8 \text{ mm}$, $\omega = 12 \text{ mm}$, $E = 10 \text{ GPa}$)

图 3 铰链工作刚度与最小切割厚度 t 的关系曲线

Fig. 3 Curve about the minimum cutting thickness t and the working stiffness

2.2 椭圆弧柔性铰链的最大应力和最大刚度分析

柔性铰链的最大应力发生在铰链的最小切割厚度且距 x 轴最远处, 因为此处的抗弯截面模量最小。考虑应力集中的影响, 设应力集中系数设为 k , 则根据材料力学中纯弯曲载荷下梁的应力计算公式可以得到最大应力为:

$$\sigma_{y\max} = k \cdot \frac{M}{W_z} = \frac{kM}{t^2 \omega / 6} = \frac{6kM}{t^2 \omega} \quad (2)$$

式中: k 为应力集中系数; M 为纯弯曲载荷; W_z 为矩形截面抗弯截面模量。

根据文献[8],可得应力集中系数为:

$$k = \frac{\zeta + 0.253}{\zeta + 0.097}, \quad (3)$$

式中: $\zeta = \frac{\rho}{t} = a^2/(bt)$; ρ 为椭圆弧柔性铰链应力最大处的曲率半径。

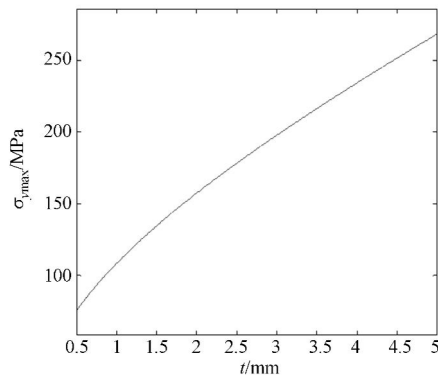
在进行机械结构设计时,往往只知道柔性铰链的偏转角度范围以及材料的允许应力大小,而不知道其所需要弯矩的大小,所以假设柔性铰链的最大偏转角为 θ ,则对应的弯矩为:

$$M_z = k_{\theta_z, M_z} \cdot \theta = \frac{E\omega t^3 \theta}{12af}. \quad (4)$$

将式(3)、(4)代入式(2)可得铰链工作时最大应力和偏转角的关系为:

$$\sigma_{y_{\max}} = \frac{Et\theta}{2af} \cdot k \Rightarrow t = \frac{2af\sigma_{\max}}{E\theta k}. \quad (5)$$

当 $a=12\text{ mm}$, $b=8\text{ mm}$, $\omega=12\text{ mm}$, $E=106\text{ GPa}$, $\theta=10\text{ mrad}$ 时,最大应力与最小切割厚度的关系如图 4 所示,可见最大应力随着最小切割厚度的增大而增大。当铰链材料选定后,材料的许用应力确定,应力确定后,如果铰链除 t 外的其它参数都确定了,根据式(5)便可以确定柔性铰链的最大切割厚度 t 。



($a=12\text{ mm}$, $b=8\text{ mm}$, $E=106\text{ GPa}$, $\theta=10\text{ mrad}$)

图 4 铰链最大应力与最小切割厚度 t 的关系曲线

Fig. 4 Relationship between maximum stress and minimum cutting thickness t

椭圆弧柔性铰链工作方向最大刚度定义为:柔性铰链在一定的偏转范围 θ 和弯曲许用应力 $\sigma_{y_{\max}}$ 下,不同柔性铰链参数 t 所具有的工作刚度的最大值 K'_{θ_z, M_z} 。

将式(5)代入式(1)可得最大刚度 K'_{θ_z, M_z} 的理论计算式(6),式(6)即为椭圆弧柔性铰链工作方向最大刚度与偏转范围和材料许用应力的理论关系:

$$K'_{\theta_z, M_z} = \frac{E\omega t^3}{12af} = \frac{E\omega \left(\frac{2af\sigma_{\max}}{E\theta k} \right)^3}{12af} = \frac{2a^2 f^2 \omega}{3E^2 k^3} \cdot (\sigma_{\max})^3. \quad (6)$$

3 平台工作刚度与单个柔性铰链刚度的关系

两轴柔性支撑模型如图 1(b)所示,由 4 个完全相同的椭圆弧柔性铰链合成。采用集总参数分析方法,分析柔性支撑平台工作方向上的刚度,将两轴柔性支撑简化为 4 个柔性铰链单元的串并联结构形式,如图 5 所示。

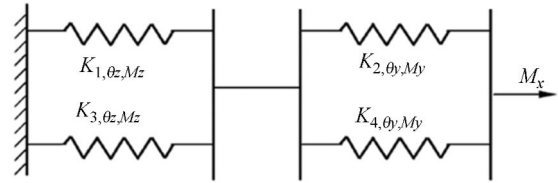


图 5 4 个柔性铰链单元的串并联结构形式图

Fig. 5 Diagram of 4 series-parallel flexible hinges

由简化图可知,绕 X 轴工作方向上等效的转动刚度为柔铰 1,3 的大变形刚度并联,柔铰 2,4 的小变形刚度并联,然后两部分刚度再串联,设等效刚度为 K_X ,有:

$$K_X = \frac{(K_{1, \theta_z, M_z} + K_{3, \theta_z, M_z})(K_{2, \theta_y, M_y} + K_{4, \theta_y, M_y})}{(K_{1, \theta_z, M_z} + K_{3, \theta_z, M_z} + K_{2, \theta_y, M_y} + K_{4, \theta_y, M_y})}$$

$$\because K_{1, \theta_z, M_z} = K_{3, \theta_z, M_z} = K_{\theta_z, M_z}, K_{2, \theta_y, M_y} = K_{4, \theta_y, M_y} = K_{\theta_y, M_y},$$

$$K_{\theta_y, M_y} \gg K_{\theta_z, M_z} \Rightarrow k_z = \frac{2K_{\theta_z, M_z} \times 2K_{\theta_y, M_y}}{2K_{\theta_z, M_z} + 2K_{\theta_y, M_y}} \approx 2K_{\theta_z, M_z}, \quad (7)$$

式中: K_X 为柔性支撑平台绕 X 轴的转动刚度; K_{1, θ_z, M_z} , K_{3, θ_z, M_z} 是柔性铰链 1 和 3 绕 z 轴的转动

刚度; K_{2,θ_y,M_y} , K_{3,θ_y,M_y} 是柔性铰链 1 和 3 绕 y 轴的转动刚度;

由式(7)可知,柔性支撑平台绕 X 轴的转动刚度约为单个柔性铰链工作方向上刚度的 2 倍,同理可以求出柔性支撑平台绕 Y 轴的转动刚度也大约是单个柔性铰链工作方向上刚度的 2 倍,所以柔性支撑平台工作方向的最大固有频率的计算公式为:

$$f_{\text{platform}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2K'_{\theta_z, M_z}}{J_{\text{platform}}}}, \quad (8)$$

式中: K'_{θ_z, M_z} 为单个柔性铰链最大工作刚度; J_{platform} 是柔性支撑平台工作方向的转动惯量。

由式(8)可知,当快速控制反射镜系统工作时工作方向转动惯量一定时,低阶谐振频率最大化与工作方向刚度最大化等效,所以研究主要集中于柔性支撑平台刚度的优化设计。

4 柔性铰链和支撑平台的实例理论计算、有限元分析及加工实验

选定椭圆弧柔性铰链参数为 $a=12$ mm, $b=8$ mm, $w=12$ mm, 材料为钛合金 TC10, 绕 z 轴最大偏转角度 θ 为 10 mrad。材料参数如表 1 所示,可知该材料的疲劳应力为 320 MPa, 选取安全系数 2, 材料最大许用应力为 $\sigma_{y\max}=160$ MPa, 柔性支撑平台的材料为 TC10, 绕 X 轴的转动惯量为 510 kg·mm², 绕 Y 轴的转动惯量为 $1\ 608$ kg·mm²。

表 1 材料参数表

Tab. 1 Characteristics of TC10

材料	弹性模量/GPa	泊松比	密度/(g·cm ⁻³)	疲劳应力/MPa	许用应力/MPa
钛合金 (TC10)	106	0.33	4.53	320	160

4.1 理论计算

根据选定的参数 $a=12$ mm, $b=8$ mm, $w=12$ mm, $\sigma_{y\max}=160$ MPa, $\theta=10$ mrad, 将相关参数代入式(5), 计算得到满足条件的最小切割厚度的

最大值 $t=2.055$ mm, 考虑到后期加工误差的影响, 取最小切割厚度的最大值 $t=2$ mm。再将相关参数代入式(6), (4)和(8)得到单个柔性铰链的最大刚度为 127 N·m/rad; 弯矩为 1.27 N·m; 柔性支撑平台的最大刚度为 254 N·m/rad; 柔性支撑绕 X 轴方向和 Y 方向的最大固有频率分别为 112 Hz 和 63.3 Hz。

4.2 有限元计算仿真

为了验证以上设计的准确性, 建立椭圆弧柔性铰链几何模型, 并采用有限元方法分析验证, 柔性铰链参数及弯矩如表 3 所示, 材料性能参数见表 1。

图 6 所示为全局单元尺寸为 1.5 mm, 铰链部分单元大小为 0.1 mm 时的有限元模型图, 模型单元为二维壳单元, 此单元具有 6 个自由度。材料的相关参数见表 1, 边界条件为左端固定, 铰链的自由端施加绕 z 轴的弯矩为 1.27 N·m。采用 hypermesh 自动网格划分技术, 单元总数为 $10\ 674$ 。

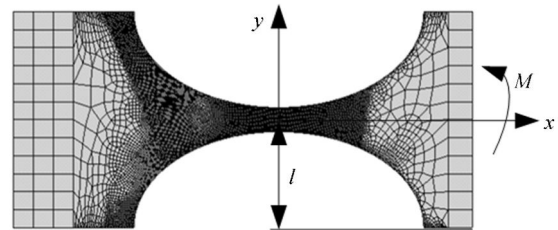


图 6 椭圆弧柔性铰链有限元网格模型

Fig. 6 Elliptic flexure hinge, s finite element model

椭圆弧柔性铰链工作方向刚度为

$$k_{\theta_z, M_z} = M/\theta_z = Ml/\Delta, \quad (9)$$

式中: M 为弯矩; t 为模型边缘到铰链中心的距离; Δ 是沿 X 向的最大变形位移。

为了确定网格单元的大小, 采取了在同一几何模型下, 不断修改铰链网格单元尺寸的方法。由于最小切割厚度 $t=2$ mm, 所以单元初始大小设定为 2 mm, 然后从 2 mm 减小到 0.08 mm, 针对不同单元大小, 进行有限元分析, 并将有限元求解结果与理论最大应力进行对照, 分析结果如表 2 所示。

表 2 不同单元大小仿真得到的柔性铰链的最大应力和刚度

Tab. 2 Maximum stress and stiffness of flexure hinge with different element size to simulate

弯矩大小 $M/(N \cdot m)$	长半轴 a/mm	短半轴 b/mm	最小厚度 t/mm	宽度 w/mm	理论最大应力/MPa
1.27	12	8	2	12	160
局部细分单元大小/mm	单元数	最大应力/MPa	偏摆角/mrad	刚度/($N \cdot m \cdot rad^{-1}$)	应力误差/%
2	154	71	9.3	136.6	55.6
1.5	158	102	8.7	135.1	36
1	247	76	10.4	130.9	52.5
0.5	588	118	10.5	121.0	26.25
0.3	2040	140	10.6	119.6	12.5
0.2	2293	148	10.6	119.6	7.5
0.15	6963	153	10.6	119.6	4.4
0.1	10674	160.5	10.6	119.6	0.3
0.08	26875	160.5	10.6	119.6	0.3

由表 2 可知,用有限元进行应力分析时,网格单元的大小对结果的准确性影响较大,当铰链单元大小等于最小切割厚度 t 时,最大应力误差为 55.6%,但是当单元大小由 1.5 mm 减小到 1 mm 时,应力误差反而变大。查看单元网格模型发现,在网格划分过程中,为了便于查看铰链变形后中心点的位移,在铰链中心设置了 1 个硬点,当单元大小为 1.5 mm 时,铰链中心有 4 个小单元,当单元尺寸减小到 1 mm 时,铰链中心单元数为 2,所以单元大小由 1.5 mm 变成 1 mm 时,铰链中心网格划分相对更稀疏,应力计算误差增大。



图 7 柔性支撑平台有限元仿真模型

Fig. 7 Finite element model of flexible support platform

图 7 所示为柔性支撑平台的有限元仿真模型,采用 Tetra10 网格单元,由柔性铰链的有限元分析发现,应力受单元大小的影响显著,所以柔性

支撑网格划分过程中,全局网格单元大小为 1.5 mm,在柔性铰链处进行了细分,细分单元大小为 0.15 mm。单元总数为 126 991,边界条件为底端固定,载荷分别为绕 X、Y 两轴的弯矩 2.54 N·m。

柔性支撑平台经过有限元仿真分析可得,绕 X 轴旋转时,边缘点沿 Z 轴的最大位移为 0.52 mm,最大应力为 153.9 MPa;绕 Y 轴旋转时,边缘点沿 Z 轴的最大位移也是 0.52 mm,最大应力为 154.1 MPa,代入式(9),计算可知绕 X、Y 轴的刚度都为 244.2 N·m/rad,一阶固有频率 $f_Y = 62.1$ Hz,振型为绕 Y 轴的偏摆,二阶固有频率 $f_X = 109.5$ Hz,振型为绕 X 轴的偏摆。

4.3 实例加工及实验验证

为了验证理论分析及有限元分析的准确性,采用电火花线切割加工工艺加工了二维柔性支撑平台,产品实物如图 8 左所示,铰链参数与仿真参数相同, $a = 12$ mm, $b = 8$ mm, $w = 12$ mm, $t = 2$ mm,材料参数如表 1 所示。

为了检测柔性支撑平台的工作刚度,搭建了刚度检测系统,包括光学平台,电感测微仪,柔性支撑平台,横梁,砝码,细线,检测系统原理如图 8 右所示。柔性支撑平台固定在光学平台上,横梁两端加挂等质量的砝码,质量为 m ,电感测微仪记录柔性支撑平台另一端的竖直位移 Δ ,电感测微仪测头和横梁中心距偏转轴的距离为 $L = 44$ mm,则柔性支撑平台的刚度为:

$$k_{\theta_z, M_z} = \frac{M}{\theta} = \frac{2mgL}{\Delta/L}, \quad (10)$$

式中: m 为砝码的质量(kg); g 为重力加速度

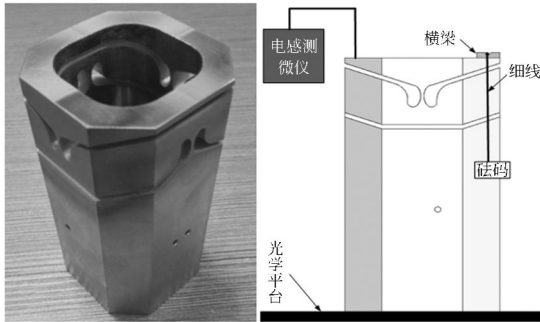


图 8 柔性支撑平台实物和刚度检测原理图

Fig. 8 Picture of real two-axis flexure platform and the principle diagram of stiffness measurement

(9.8 m/s^2); Δ 为竖直位移 (μm); L 为电感测微仪和横梁中心距偏转轴的距离 (mm)。

由 4.2 节仿真结果可知, 柔性支撑平台绕 X, Y 轴偏转的刚度近似相等, 所以实验检测了绕 X 轴的偏转刚度, 实际实验检测装置如图 9 所示; 检测结果如表 3 所示; 将检测结果利用 Matlab 进行数据处理, 结果如图 10 所示, 拟合曲线的斜率即为试验检测的刚度, 刚度大小为 $240.20 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 。

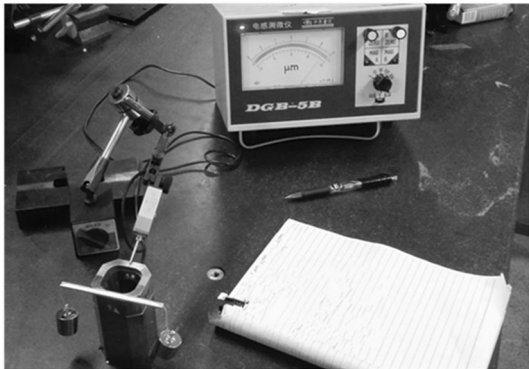


图 9 刚度检测实验装置

Fig. 9 Experimental devices of stiffness testing

表 3 刚度检测实验结果

Tab. 3 Experimental data of stiffness testing

砝码质量/kg	竖直位移 $\Delta/\mu\text{m}$
0.02	2.98
0.05	7.6
0.1	15.3
0.2	31.3
0.5	78.7

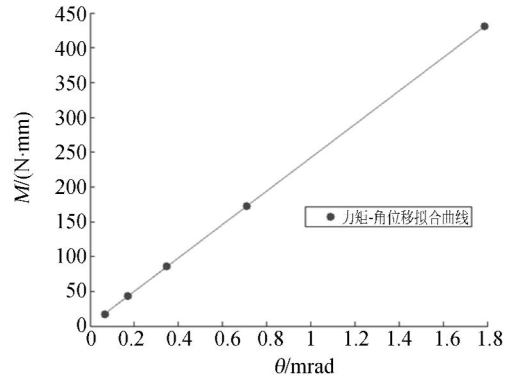


图 10 力矩-角位移拟合曲线

Fig. 10 Fitting curve of moment and rotating angle

4.4 理论计算、有限元仿真和实验结果比较分析

柔性铰链和柔性支撑平台的理论计算与有限元仿真结果见表 4。由表 4 可知, 理论计算结果与有限元仿真结果误差小于 6%, 4.3 节通过实验检测了柔性支撑平台的实际刚度, 理论计算结果相对于实验检测结果的相对误差为 3.86%, 实验结果和仿真结果验证了理论推导公式的准确性。

表 4 有限元仿真结果与理论计算结果对照表

Tab. 4 Comparison between finite simulation and theoretical calculation

柔性铰链					
	工作刚度 ($\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$)		最大应力 (MPa)		
理论值	127		160		
仿真值	119.6		160.5		
相对误差	5.83%		0.31%		
支撑平台					
	转动刚度 ($\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$)	固有频率 (Hz)		最大应力 (MPa)	
理论值	254	X:63.3 Y:112		160	
仿真值	244.2	62.1	109.5	X	Y
相对误差	3.86%	1.90%	2.23%	3.81%	3.69%

5 结 论

本文首先理论推导了椭圆弧柔性铰链在一定应力范围, 一定偏转角内最大刚度的理论计算公式, 然后推导出了两轴柔性支撑平台最大固有频率与柔性铰链参数, 偏摆角和许用应力之间的理

论计算公式,设计了一种新的基于椭圆弧柔性铰链的两轴柔性支撑结构。仿真分析计算显示:单个柔性铰链刚度的相对误差在6.5%以内而柔性支撑平台转动刚度的相对误差小于4%。对柔性

支撑平台进行试验并经过数据处理得到柔性支撑平台工作刚度的理论值与实验值的相对误差在4%以内。仿真分析和实验结果验证了理论推导公式的准确性和优化设计的可靠性。

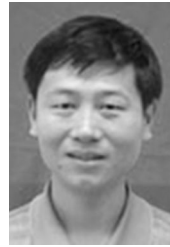
参考文献:

- [1] 赵宏伟,吴博达,曹殿波,等. 直角柔性铰链的力学特性[J]. 纳米技术与精密工程, 2007,5(2):143-147.
ZHAO H W, WU B D, CAO D B, et al.. Mechanical performance of right-angle flexure hinge [J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2007, 5(2):143-147. (in Chinese)
- [2] PAROS J M, WEISBORD. How to design flexure hinges [J]. *Machine Design*, 1965, 37:151-156.
- [3] TSEYTLIN Y M. Notch flexure hinges: An effective theory [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2002, 73(9):3363-3367.
- [4] WU Y, ZHOU Z. Design calculations for flexure hinges [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2002, 73(8):3101-3107.
- [5] LOBONTIU N, PAINE J S N, O'MALLEY E, et al.. Parabolic and hyperbolic flexure hinges: flexibility, motion precision and stress characterization based on compliance closed-form equations [J]. *Precision Engineering*, 2002, 26(2):183-192.
- [6] SMITH S T, BADAMI V G, DALE J S, et al.. Elliptical flexure hinges [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1997, 68(3):1474-1478.
- [7] TIAN Y, SHIRINZADEH B, ZHANG D. Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design [J]. *Precision Engineering*, 2010, 34:408-418.
- [8] CHEN G, WANG J, LIU X. Generalized equations for estimating stress concentration factors of various notch flexure hinges [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2014, 136(3):031009.
- [9] W R J, G G D. Error analysis of a flexure hinge mechanism induced by machining imperfection [J]. *Precision Engineering*, 1997, 21: 83-89.
- [10] LOBONTIU N, CULLIN M, PETERSEN T. Planar compliances of symmetric notch flexure hinges the right circularly corner-filletted parabolic design [J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2014, 11(1):169-176.
- [11] LOBONTIU N, PAINE J S N, GARCIA E, et al.. Corner-filletted flexure hinges [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2001, 123(3):346-351.
- [12] LIN R, ZHANG X, LONG X, et al.. Hybrid flexure hinges [J]. *Review of scientific instruments*, 2013, 84(8):085004.
- [13] CHEN G, SHAO X, HUANG X. Elliptically-arc-fillet flexure hinges: Toward a generalized model for commonly used flexure hinges [J]. *ASME J Mech Design*, 2011, 133:081002.
- [14] ZELENKA S, MUNTEANU M G, DE BONA F. Optimized flexural hinge shapes for microsystems and high-precision applications [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(10):1826-1839.
- [15] 鲁亚飞. 快速反射镜机械结构特性设计问题研究 [D]. 长沙:国防科学技术大学, 2009.
LU Y F. *Research on Fast/Fine Steering Mirror system* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)
- [16] 何煦, 向阳. 数字横向剪切干涉仪相移技术 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(9):2245-2251.
HE X, XIANG Y. Phase-shifting technology of digital lateral shearing interferometer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(9):2245-2251. (in Chinese)
- [17] SEO K, CHO S, KIM T, et al.. Design and stability analysis of a novel wall-climbing robotic platform (ROPE RIDE) [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70:189-208.
- [18] SEO T W, SITTI M. Tank-like module-based

- climbing robot using passive compliant joints[J]. *IEEE/ASME Trans Mechatron*, 2013, 18: 397-408.
- [19] TIAN Y, SHIRINZADEH B, ZHANG D. Design and dynamics of a 3-DOF flexure-based parallel mechanism for micro/nano manipulation[J]. *Microelectronic Engineering*, 2010, 87(2): 230-241.
- [20] YAN D Q, SHIRINZADEH B, YANLING T, et al. Design and computational optimization of a decoupled 2-DOF monolithic mechanism [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(3): 872-881.

作者简介:

付锦江(1988—),男,江西高安人,博士研究生,2010年于武汉理工大学获得学士学位,主要从事光学精密机械设计及检测研究。E-mail: ytfjj17@tom.com

导师简介:

颜昌翔(1973—),男,湖北洪湖人,研究员,2001年于中国科学院长春光学精密博士学位,主要从事空间光学遥感技术方面的研究。E-mail: yanex@ciomp.ac.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)