

文章编号 1004-924X(2015)12-3309-07

测量自聚焦光纤透镜聚焦常数的曲线拟合算法

王 驰^{1,2,3}, 许婷婷¹, 毕书博¹, 朱 俊², 袁志文^{2*}

(1. 上海大学 精密机械工程系, 上海 200072; 2. 近地面探测技术重点实验室, 江苏 无锡 214035;

3. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要:提出了基于曲线拟合的光纤透镜聚焦常数的测试方法,用于超小自聚焦光纤探头研制过程中聚焦常数的直接测试。基于自聚焦光纤透镜模型及其折射率分布特征,研究了测量自聚焦光纤透镜聚焦常数的二次多项式拟合和线性化拟合算法。论述了聚焦常数对超小自聚焦光纤探针传光性能的影响。利用光纤端面折射率测试仪测试自聚焦光纤的折射率分布轮廓曲线,根据二次多项式拟合和线性化拟合算法分别求得聚焦常数和中心折射率。实验结果显示,利用二次多项式拟合算法和线性拟合算法求出的聚焦常数分别为 5.587 mm^{-1} 和 5.513 mm^{-1} ,与厂家的标称值 5.5 mm^{-1} 基本吻合,表明曲线拟合算法适用于对自聚焦光纤透镜聚焦常数的测量与分析。

关键词:自聚焦透镜;光纤透镜;微小光学探头;曲线拟合;聚焦常数

中图分类号:O437;TN253 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152312.3309

Curve-fitting algorithm of measuring focusing constant of gradient-index fiber lens

WANG Chi^{1,2,3}, XU Ting-ting¹, BI Shu-bo¹, ZHU Jun², YUAN Zhi-wen^{2*}

(1. Department of Precision Mechanical Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Science and Technology on Near-surface Detection Laboratory, Wuxi 214035, China;

3. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

* Corresponding author, E-mail: zwyuan_2015@126.com

Abstract: The curve-fitting algorithms were proposed to measure directly the focusing constant of a gradient-index (GRIN) fiber lens to further design ultra-small GRIN fiber probes. The quadratic polynomial algorithm and linear fitting method for measuring the focusing constant of GRIN fiber lens were investigated based on the characteristics of refractive index profile of the GRIN fiber lens and its model. Then, the effect of the focusing constant on the light-transporting characteristics of ultra-small GRIN fiber probes was discussed. The refractive index profile of the GRIN fiber lens was acquired by using an optical fiber refractive index profile tester. And then the focusing constant and center refractivity were obtained by the quadratic polynomial algorithm and linear fitting method. The results show that the fitted values of the focusing constant are calculated to be 5.587 mm^{-1} and 5.513 mm^{-1} respec-

收稿日期:2015-09-08;修订日期:2015-11-03.

基金项目:近地面探测与感知技术重点实验室资助项目(No. TCGZ2015A005);精密测试技术及仪器国家重点实验室资助项目(No. PIL1402).

tively with the quadratic polynomial algorithm and linear fitting method, which agree well with the nominal value of 5.5 mm^{-1} provided by the manufacturer. The fitting results show that the proposed curve fitting algorithms are feasible to measure and analyze the focusing constants of GRIN fiber lenses.

Key words: self-focusing lens; optical fiber lens; small optical probe; curve-fitting; focusing constant

1 引言

自聚焦透镜又称梯度折射率透镜(Gradient Index Lens, GRIN Lens),其端面是平面,具有直径小、数值孔径大等特点,并在光纤通信、光纤传感、医用内窥镜等领域具有广泛的应用。近年来,超小自聚焦光纤透镜在心血管等狭小组织的成像检测方面具有广阔的应用前景^[1-4]。超小自聚焦光纤透镜的折射率分布是影响其传光性能的重要因素,折射率分布系数一般采用聚焦常数 g 表示。在超小自聚焦光纤透镜的研制中,通过改变 g 可控制透镜的聚焦性能。因此,聚焦常数 g 的测试是超小自聚焦光纤透镜设计与制作过程中一个重要的研究内容。

常见的折射率分布测试方法有近场扫描法、折射法、聚焦法、干涉法等^[5-7]。近年来,随着检测技术的发展,自聚焦透镜折射率分布和聚焦常数的测试方法也有了很大的进展。Sun 等人^[8]提出根据不同成像位置处物距与放大率倒数的线性关系,利用 CCD 成像原理测量自聚焦透镜的中心折射率和聚焦常数。Y. F. CHAO 等人^[9]采用椭圆测量术测量光纤的偏振参数,从而计算中心折射率和聚焦常数。Youk 等人^[10]采用反射式共焦扫描光学显微镜测量光纤的折射率分布。H. LÜ 等人^[11]利用光学相干层析技术检测通过透镜的光线路径,计算自聚焦透镜的折射率分布。H. A. El-Hennawi 等人^[12]通过多波束斐索干涉法检测折射率分布,获得了纤芯与包层的相对折射率差。

综上所述,目前梯度折射率材料的光学性能测试方法多集中于折射率分布轮廓的获取,缺乏对聚焦常数的直接测试方法及系统。本文提出了一种基于曲线拟合算法的测试方法。该方法在采用光纤端面折射率测试仪检测自聚焦光纤折射率分布轮廓图的基础上,根据折射率的分布规律来推算相应的聚焦常数和中心折射率。

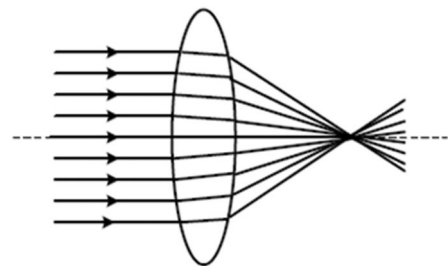
2 超小自聚焦光纤透镜与聚焦常数

自聚焦透镜是一种折射率分布沿径向渐变的柱状特殊光学透镜。由于其折射率沿光轴横截面的径向方向变化,且相对光轴呈旋转对称,因此具有聚焦和成像的特征。光束通过自聚焦透镜与普通透镜的传播方式不同,如图 1 所示,光线在普通透镜中以直线传播,通过控制透镜表面的曲率来实现聚焦性能;而在自聚焦透镜中则以平滑曲线传播,通过透镜自身折射率的连续偏折变化实现光线平滑且连续的会聚。如果自聚焦透镜由梯度折射率光纤制成,该透镜又称为梯度折射率光纤透镜或自聚焦光纤透镜,它不仅具有自聚焦透镜的端面是平面的特点,而且能与普通的单模光纤通过熔接的方式直接耦合,从而制成超小(亚毫米级)的自聚焦透镜,即超小自聚焦光纤透镜。该透镜在超小内窥镜的研制方面具有广阔的应用前景。

在理想情况下,梯度折射率光纤的径向折射率分布近似为抛物线状,与一般的自聚焦透镜的折射率分布规律一致,其表达式遵循平方分布律^[13]:

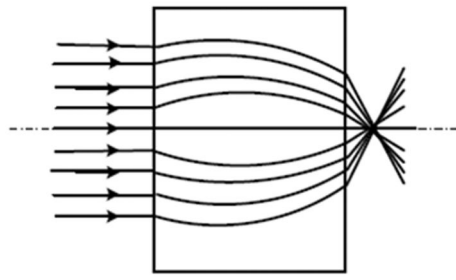
$$n(r) = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} g^2 r^2 \right), \quad (1)$$

式中: n_0 为中心轴线处的折射率, r 是光线离中心轴的径向距离, g 为聚焦常数。 g 体现了自聚焦光纤透镜对入射光的聚焦程度。



(a)普通透镜

(a) Ordinary lens



(b) 自聚焦透镜

(b) GRIN lens

图 1 普通透镜与自聚焦透镜的光线传播示意图

Fig. 1 Schematic diagram of light transmission through ordinary lens and GRIN lens

基于超小自聚焦光纤探针模型可进一步说明 g 对自聚焦光纤透镜光学性能的影响。图 2 是一个典型的超小自聚焦光纤探针模型,由普通单模光纤、无芯光纤和自聚焦光纤透镜构成^[14-15]。由于单模光纤的模场直径过小,所以无芯光纤(Nocore Fiber, NCF)主要起到扩束的作用,以改善自聚焦光纤透镜的聚焦性能。

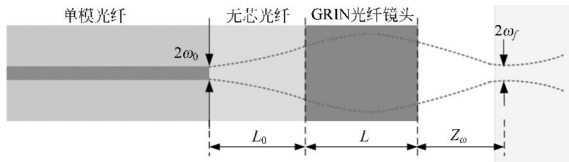


图 2 超小自聚焦光纤探针模型

Fig. 2 Model of GRIN fiber optic probe

根据文献[14-15]的研究,本文利用高斯光束复参数矩阵变换的方法推导了超小自聚焦光纤探针的工作距离 z_w 和聚焦光斑尺寸 $2\omega_f$ 的数学表达式。工作距离和光斑大小是关于聚焦常数 g 以及自聚焦光纤镜头长度 L 和无芯光纤长度 L_0 的函数,而且具有正弦函数的周期性特点。在结构尺寸一定的情况下,通过改变 g 可影响探针的工作距离和聚焦光斑,即 g 在很大程度上决定了超小自聚焦光纤探针的聚焦程度。因此,精确测量聚焦常数对满足特定聚焦性能要求的超小自聚焦光纤探针的设计、制作与性能评价具有重要的意义。

3 曲线拟合算法

依据自聚焦光纤透镜折射率 n 与径向距离 r

呈二次函数的理论模型,由折射率轮廓分布的测试数据采用曲线拟合的方式得到拟合模型,通过等价对比理论模型与拟合模型的系数来确定自聚焦光纤透镜的聚焦常数 g 和中心轴折射率 n_0 。

3.1 多项式拟合

这里基于自聚焦光纤透镜径向折射率分布与径向距离之间的二次函数关系来研究二次多项式拟合的测量算法,拟合公式为:

$$y = f(r) = \sum_{n=0}^2 a_n r^n = a_0 + a_1 r + a_2 r^2. \quad (2)$$

常用的曲线拟合方法中,最小二乘法的精度较高。利用 MATLAB 中的最小二乘拟合方法进行二次多项式拟合,得到拟合系数 a_0, a_1, a_2 。在实际检测过程中存在如下两个误差源:一是径向扫描时的位置测量误差;另一个是由于光纤材料不均匀、端面不光洁等因素造成的折射率测量误差。因此,实验检测的折射率分布存在一次项误差的干扰,不可能是理想的相对光轴的旋转对称。将式(2)等价变换为:

$$y = a_2 \left(r + \frac{a_1}{2a_2} \right)^2 + a_0 - \frac{a_1^2}{4a_2}. \quad (3)$$

联立式(3)与式(1)可求出聚焦常数 g 和中心折射率 n_0 分别为:

$$\begin{cases} g = \sqrt{\frac{8a_2^2}{a_1^2 - 4a_0a_2}} \\ n_0 = a_0 - \frac{a_1^2}{4a_2} \end{cases}. \quad (4)$$

3.2 线性拟合

由于式(1)所示的二次函数式不含一次项的特征,所以这里用修正值 Δr 补偿实际测量时径向距离 r 的扫描误差,从而修正折射率表达式(1)。用变量 X 替代 $(r + \Delta r)^2$,将曲线拟合简化为线性拟合,其表达式为:

$$y = AX + B. \quad (5)$$

通过变量替代简化的线性拟合方法可以不计一次项误差带来的影响,在理论上可提高检测精度,而且计算简单。联立式(5)与式(1)可得到聚焦常数 g 和光纤中心折射率 n_0 为:

$$\begin{cases} g = \sqrt{-2 \frac{2A}{B}} \\ n_0 = B \end{cases}. \quad (6)$$

4 实验结果及分析

本文采用光纤端面折射率测试仪检测自聚焦光纤的折射率分布轮廓曲线,利用曲线拟合算法求解聚焦常数和光纤中心折射率,并与厂家提供的标称值进行了比较。

4.1 曲线拟合结果

根据自聚焦光纤在超小 GRIN 光纤探头中的应用研究,实验测试的自聚焦光纤样品选用台湾卓越公司生产的型号为 50/125/250 μm 的自聚焦光纤,其纤芯直径为 50 μm ,包层直径为 125 μm ,涂覆层直径为 250 μm 。厂家提供的聚焦常数 g 的标称值为 5.5 mm^{-1} ,中心折射率 n_0 为 1.486,代入式(1)中得折射率分布函数为:

$$n(r) = 1.486 - 22.4758r^2. \quad (7)$$

图 3 为实验中采用的光纤端面折射率测试仪。该测试仪基于近场折射法测量原理,沿径向扫描获取折射率分布曲线,步进精度为 0.1 μm ,检测精度为 0.001。图 4 为测得的折射率分布轮廓曲线,其中匹配液的折射率为 1.472。表 1 为测试得到的部分光纤折射率实验数据。将 $n(r)$ 与 r 值代入式(1)可知,聚焦常数 g 的取值能够精确至小数点后 3 位。



图 3 光纤端面折射率测试仪及检测路径

Fig. 3 Optical fiber refractive index profile tester and its test path

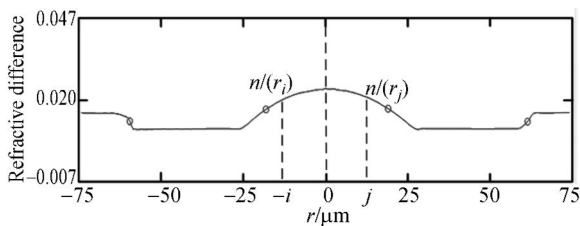


图 4 折射率分布轮廓曲线

Fig. 4 Testing curve of refractive index profile

由于光纤折射率在纤芯内符合式(1)的变化规律,所以当 $i=j$ 时,理论上满足 $n(i) = n(j)$ 的对称性。因此,在采用线性拟合时,根据 $n(r)$ 的对称性,可选取 i, j 关于原点 ($r=0$) 对称的左右两端数据即 $(-i, n(i))$ 和 $(j, n(j))$ 分别进行线性拟合处理。当然,如表 1 所示的部分测量数据在实际检测过程中受测量误差的影响, $n(i)$ 与 $n(j)$ 的数值之间会存在一定的偏差。

表 1 部分实验数据

Tab. 1 Partial experimental data

$r/\mu\text{m}$	$n(r)$	$r/\mu\text{m}$	$n(r)$
-25.0	1.482	25.0	1.483
-20.0	1.487	20.0	1.488
-15.0	1.491	15.0	1.492
-10.0	1.494	10.0	1.495
-5.0	1.496	5.0	1.496

根据曲线拟合算法,利用不同的拟合方法对 r 在 $-25 \sim 25 \mu\text{m}$ 的实验数据进行了处理。

4.1.1 二次多项式拟合

二次多项式拟合得到的拟合函数为: $y_1 = -23.3589r^2 + 0.0186r + 1.497$ 。

根据式(3)和(4)求得: $g = 5.587, n_0 = 1.497$ 。将 g 和 n_0 代入式(1)中得到折射率分布为:

$$n(r)_1 = 1.497 - 23.3593r^2 = 1.497 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 5.587^2 \times r^2\right). \quad (8)$$

4.1.2 线性化拟合

线性化拟合时选择不同区间内的实验数据拟合得到不同的拟合函数。

线性左端拟合时,选择 r 在 $-25 \sim 0 \mu\text{m}$ 的数据进行拟合,结果为: $y_2 = -23.9467x + 1.497$ 。

根据式(5)和(6)求得: $g = 5.657, n_0 = 1.497$ 。将 g 和 n_0 代入式(1)中得到折射率分布为:

$$n(r)_2 = 1.4967 - 23.9467r^2 = 1.497 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 5.657^2 \times r^2\right). \quad (9)$$

线性右端拟合时,选择 r 在 $0 \sim 25 \mu\text{m}$ 的数据进行拟合。拟合函数为: $y_3 = -22.7512x + 1.497$ 。

根据式(5)和(6)求得: $g = 5.513, n_0 = 1.497$ 。将 g 和 n_0 代入式(1)中得到折射率分布为:

$$n(r)_3 = 1.497 - 22.751 \cdot 2r^2 = 1.497 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 5.513^2 \times r^2\right). \quad (10)$$

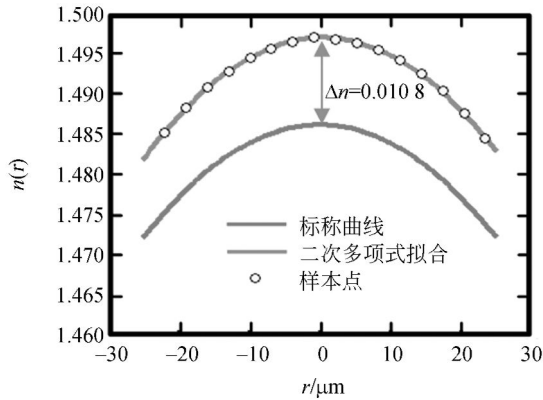
线性平均拟合时选择 r 在 $-25 \sim 25 \mu\text{m}$ 的数据对称取平均值拟合。对任一满足 $i=j$ 的样本点 $(-i, n(r_i))$ 和 $(j, n(r_j))$, 取折射率所测值的平均值 $n'(r_i) = \frac{n(r_i) + n(r_j)}{2}$, 代替原有在 $-25 \sim 25 \mu\text{m}$ 对应的样本点。根据新的样本点 $(-i, n'(r_i))$ 和 $(j, n'(r_j))$ 进行线性拟合, 拟合函数为: $y_4 = -23.3815x + 1.497$ 。

根据式(5)和(6)求得: $g = 5.589, n_0 = 1.497$ 。将 g 和 n_0 代入式(1)中得到折射率分布为:

$$n(r)_4 = 1.497 - 23.3815r^2 = 1.497 \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 5.589^2 \times r^2\right). \quad (11)$$

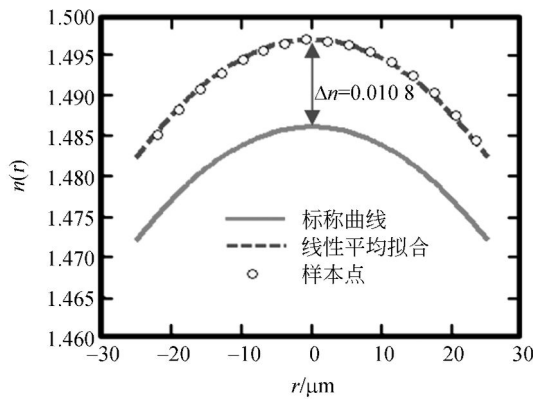
4.2 拟合结果与标称数值的对比分析

图 5 为基于不同曲线拟合算法得到的拟合曲线对比图。图 5(a) 所示的二次多项式拟合曲线



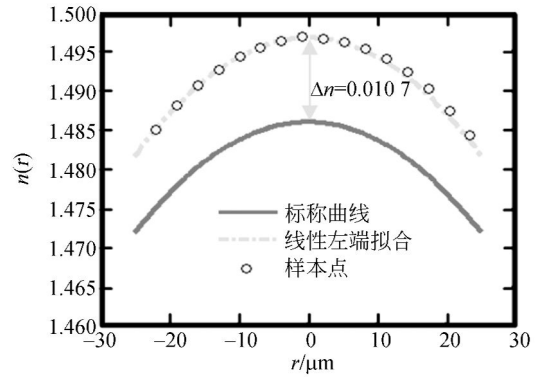
(a)二次多项式拟合曲线

(a)Quadratic polynomial fitting curve



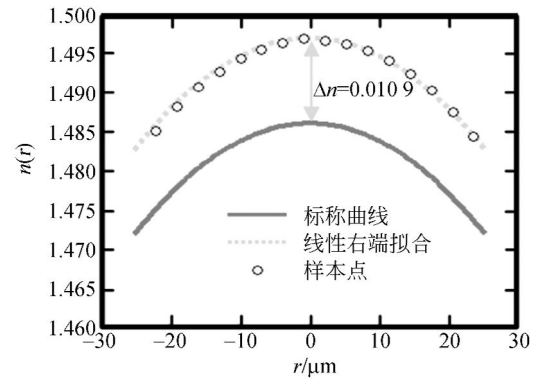
(b)线性平均拟合曲线

(b)Linear average fitting curve



(c)线性左端拟合曲线

(c)Linear left fitting curve



(d)线性右端拟合曲线

(d)Linear right fitting curve

图 5 不同拟合曲线的对比图

Fig. 5 Comparison of different fitting curves

与数据点的重合度好, 拟合误差最小, g 的拟合值为 5.587 mm^{-1} , 与标称值的偏差为 0.087 mm^{-1} 。图 5(b)~(d) 为基于 3 种不同拟合方式的线性拟合曲线。图 5(b) 为线性平均拟合曲线, g 的拟合值为 5.589 mm^{-1} , 与标称值的偏差为 0.089 mm^{-1} 。图 5(c) 为线性左端拟合曲线, g 的拟合值为 5.657 mm^{-1} , 与标称值的偏差为 0.157 mm^{-1} 。图 5(d) 为线性右端拟合曲线, g 的拟合值为 5.513 mm^{-1} , 与标称值的偏差为 0.013 mm^{-1} 。由图 5 可知, 曲线拟合得到的中心折射率 n_0 的拟合值与标称值的偏差 Δn 均在 0.011 左右。

表 2 为基于不同曲线拟合算法得到的拟合值与标称值的对比分析结果。二次多项式拟合采用纤芯范围内的全部数据, 拟合误差最小, 拟合值与标称值的偏差较小。采用线性拟合方式拟合光轴左、右侧范围内的数据, 相对于整个样本点的拟合误差增加。将光轴左、右侧范围内的数据取平均

作为线性拟合数据,可以相应地减小拟合误差。采用线性左、右端数据拟合的 g 值相差 0.144 mm^{-1} ,这是因为不同区间内的实验数据测试的准确性不同,导致拟合精度不同。其中线性右端的拟合偏差较小,初步说明右端数据较左端更接近于标称值。在图 5 中,拟合曲线与标称曲线之间存在偏差 Δn ,这是由于测量过程中受到多种误差因素的影响,导致实验数据偏离标称值造成的结果。

综合上述分析,采用二次多项式拟合和线性拟合的方式均可求得聚焦常数 g 和中心折射率 n_0 ,其拟合值与厂家标称值基本吻合。采用二次多项式拟合算法的拟合误差较小,但拟合中存在一次项的干扰。采用线性拟合算法计算简单,且不含一次项的特征。通过对比分析不同区间内的线性拟合值,首先确定并采用精确度更高的区间内的实验数据进行拟合处理,这样可得到更高的检测精度。

表 2 标称值和拟合值的对比分析

Tab. 2 Comparison of standard values and fitting results

方法	聚焦常数 g/mm^{-1}	中心 折射率 n_0	最小二乘 拟合误差	聚焦常数 g 偏差/ mm^{-1}	中心折射率 n_0 偏差
标称值	5.5	1.486	——	——	——
二次多项式拟合	5.587	1.497	5.0188×10^{-5}	0.087	0.011
线性平均拟合	5.589	1.497	3.1870×10^{-4}	0.089	0.011
线性左端拟合	5.657	1.497	7.2529×10^{-4}	0.157	0.011
线性右端拟合	5.513	1.497	7.2529×10^{-4}	0.013	0.011

5 结 论

本文在概述自聚焦光纤透镜模型及其折射率分布特征的基础上,论述了聚焦常数对超小自聚焦光纤探针传光性能的影响,研究了测量聚焦常数的二次多项式拟合和线性拟合算法。利用光纤端面折射率测试仪获得了折射率分布轮廓曲线,根据二次多项式拟合和线性化拟合算法分别求得了聚焦常数和中心折射率。结果表明拟合值与厂家标称值基本吻合,初步验证了曲线拟合算法的

可行性。其中,针对线性拟合算法的特点,分别进行了线性平均拟合、线性左端拟合和线性右端拟合。

本文主要对 $50/125/250 \mu\text{m}$ 型号的自聚焦光纤的聚焦常数 g 进行测量,取得了有益的阶段性研究成果,但曲线拟合算法的可靠性尚需进一步检验。后期的研究工作将针对不同种类的自聚焦光纤,选用不同的折射率测量方法获得其他型号的自聚焦光纤透镜的折射率分布,并进行更多的实验以验证本文提出的测量自聚焦光纤透镜聚焦常数的曲线拟合算法的有效性和可靠性。

参考文献:

- [1] MAO Y X, CHANG S D. Graded-index fiber lens proposed for ultrasmall probes used in biomedical imaging [J]. *Appl. Opt.*, 2007, 46(23):5887 - 5894.
- [2] MIN E J, NA J, RYU S Y, *et al.*. Single-body lensed-fiber scanning probe actuated by magnetic force for optical imaging[J]. *Opt. Lett.*, 2009, 34(12): 1897-1899.
- [3] MAO Y X, CHANG S D, FLUERARU C. Fiber lens for ultra-small probes used in optical coherent tomography[J]. *J. Biomedical Science and Engineering*, 2010, 3(1):27-34.
- [4] WANG C, MAO Y X, TANG Z, *et al.*. Numerical analysis of GRIN lens based miniature probes for optical coherence tomography[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(9): 2300-2307.
- [5] SLADERN F M E, PAYNE D N, PAYNE M J. Determination of optical fiber refractive index profiles by a near-field scanning technique[J]. *Applied Physics Letters*, 1976, 28(5):255-258.
- [6] MARCUSE D. Refractive index determination by focusing method[J]. *Appl. Opt.*, 1979, 18(1): 9-13.
- [7] GERASIMOVA L A. Interferometric profile the refractive-index optical blanks[J]. *Appl. Opt.*, 1996, 35(16): 2997-3001.

- [8] SUN X H, MA H, MING H, *et al.*. The measurement of refractive index profile and aberration of radial gradient index lens by using imaging method [J]. *Optics and Laser Technology*, 2004, 36 (2): 163-166.
- [9] CHAO Y F, LEE K Y. Index profile of radial gradient index lens measured by imaging ellipsometric technique[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2005, 42(2): 1111-1114.
- [10] YOUK Y CH, KIM D Y. A simple reflection-type two-dimensional refractive index profile measurement technique for optical waveguides[J]. *Optics Communications*, 2006, 262(2):206-210.
- [11] LÜ H, LIU A, TONG J F, *et al.*. Nondestructive measurement of refractive index profile of gradient refractive index rod lens[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2010, 81(10):103104.
- [12] EL-HENNAWI H A, EL-DIASTY F, EI-GHANDOOR H, *et al.*. Multiple-beam interference fringes applied to investigate the index profile of the optical fiber dip [J]. *Opt. Quant. Electron.*, 2012, 43:35-48.
- [13] MCNEILLIE F C, THOMSON J, RUDDOCK I S. The imaging properties of gradient index optical fibres[J]. *European Journal of Physics*, 2004, 25 (4):479-487.
- [14] WANG CH, MAO Y X, FANG CH, *et al.*. Analytical method for designing gradient-index fiber probes[J]. *Optical Engineering*, 2011, 50 (9): 094202.
- [15] WANG CH, BI SH B, XIA X Q, *et al.*. Further analysis of focusing performance of an ultra-small gradient-index fiber probe[J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(1): 013106.

作者简介:



王 驰(1982—),男,河南太康人,副研究员,2009年于天津大学获得博士学位,主要从事光纤传感等方面的研究。
Email:wangchi@shu.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)