

文章编号 1004-924X(2016)04-0747-09

## 粘贴于薄板表面的光纤布拉格光栅 应变传感器误差修正

吴入军<sup>1\*</sup>, 付昆昆<sup>2,3</sup>, 郑百林<sup>3</sup>, 孙佃亮<sup>4</sup>

(1. 上海电机学院 机械学院, 上海 201306; 2. 哈尔滨船舶锅炉涡轮机研究所, 黑龙江 哈尔滨 150078;  
3. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092; 4. 山东省邮电工程有限公司, 山东 济南 250001)

**摘要:**考虑现有光纤布拉格光栅(FBG)传感器的应变传递理论均未考虑传感器对基体应变的影响,本文针对 FBG 传感器粘贴于薄板的情况研究了薄板的应变传递理论。由于光纤应变与薄板应变并不相等,故研究了光纤应变与薄板应变之间的关系以提高 FBG 传感器的测量精度。建立了粘贴于薄板表面的 FBG 传感器应变传递理论,分析了 FBG 传感器与薄板之间的相互作用;利用有限元法(FEM)和实验法验证了理论的正确性。最后,分析了薄板参数对应变传递率的影响。结果显示:FEM 解与理论解的误差在 4%以内,实验值和理论解误差在 5%以内,应变传递率随着薄板厚度和弹性模量的增加而逐渐增大。该理论模型完全满足 FBG 传感器精度要求,对其实际应用具有一定的指导意义。

**关键词:**光纤布拉格光栅(FBG)传感器;应变传感器;应变传递率;剪应力;误差修正

**中图分类号:** TN253 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20162404.0747

## Error modification of FBG strain sensors bonded on plates

WU Ru-jun<sup>1\*</sup>, FU Kun-kun<sup>2,3</sup>, ZHENG Bai-lin<sup>3</sup>, SUN Dian-liang<sup>4</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China;  
2. Harbin Marine Boiler and Turbine Research Institute, Harbin 150078, China;  
3. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China;  
4. Shandong Post and Telecom Engineering Co., Ltd., Jinan 250001, China)

\* Corresponding author, E-mail: wurujunwurujun@163.com

**Abstract:** As the strain transfer theory of existing Fiber Bragg Grating(FBG) sensors does not take its effect on basic material strain into account, this paper researches the strain transfer theory for a FBG sensor bonded on a plate. The strain of an optical fiber is different from that of the plate, so the strain relationship between the optical fiber and the plate was studied to improve the measurement accuracy of FBG sensors. A theoretical model of strain transfer of FBG sensors bonded on the plate was presented, and the interaction between the FBG sensor and the plate was analyzed. Then the theoretical predictions were validated by Finite Element Method(FEM) and experimental data. Finally, the effect of the parameters of the plate on the strain transfer rate was analyzed. The results show that the error between the FEM and theoretical solution has controlled within 4% and that between the FEA and ex-

收稿日期:2015-12-09;修订日期:2016-01-05.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2012AA040106)

perimental data has controlled within 5%. Moreover, the strain transfer rate increases with the increases of both thickness and Young's modulus of the plate. It concludes that the theoretical model satisfies the accuracy requirement of the FBG sensors, and could provide a design reference for the FBG sensors.

**Key words:** Fiber Bragg Grating(FBG) sensor; strain sensor; strain transfer rate; shear stress; error correction

## 1 引言

光纤布拉格光栅(Fiber Bragg Grating, FBG)传感器因具有体积小、质量轻、抗电磁干扰、易于空间多点分布等特点,而在航空航天、土木建筑、船舶等诸多领域都有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。表面粘贴和埋入是 FBG 传感器常见的安装方式。这两种方式中,光纤与基体(被测结构)之间存在保护层、粘结层等中间层,所以在应变传递过程中存在会损失一定的应变;同时,FBG 传感器的存在改变了基体局部应变状态,进一步造成应变损失,从而导致光纤应变(测量应变)与基体的真实应变并不相等<sup>[2-3]</sup>。

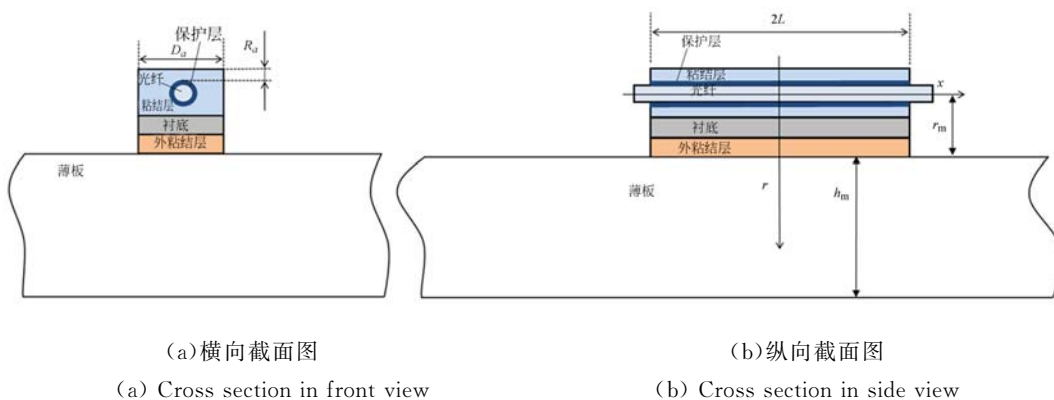
目前,众多国内外学者对 FBG 传感器应变传递理论进行了研究。Ansari<sup>[2]</sup>等人在假定粘结中间处各层应变相等的基础上,建立了应变传递函数。李东升等<sup>[3-4]</sup>首次提出各层应变梯度相等的假设,并建立了光纤应变与基体应变之间的关系,与 Ansari 提出的理论相比具有更高的精度。周智<sup>[5-6]</sup>和常新龙<sup>[7]</sup>等人将“时间效应”引入到应变传递理论中,建立了基于材料黏弹性的应变传递理论。Her 和 Huang<sup>[8]</sup>将基体所受剪切力平均

分配到基体截面上,建立了表面粘贴式 FBG 传感器的应变传递理论。梁德志等<sup>[9]</sup>利用有限单元法模拟埋入到混凝土内部的 FBG 传感器,验证了粘结中心处的光纤应变与混凝土应变并不相等。邱野等<sup>[10-11]</sup>基于基体处于均匀应变/应力状态的假设,建立了表面粘贴式 FBG 传感器的应变传递理论。吴入军等<sup>[12]</sup>针对毛细钢管封装 FBG 传感器,首次提出基于多项式形式的剪应力分布的应变传递理论。

薄板是常见结构,所以建立针对薄板结构的 FBG 传感器应变传递理论具有重要意义。本文针对粘贴于薄板表面的 FBG 传感器,建立了光纤应变与薄板预应变之间的关系。该理论的建立充分考虑了薄板与 FBG 传感器之间的相互作用,分析了 FBG 传感器对薄板应变分布的影响。与现有理论相比,该理论具有更高的精度,特别是在检测低模量薄板时。

## 2 理论推导

FBG 传感器分析模型如图 1 所示:该模型包括光纤、保护层、粘结层、衬底、外粘结层和薄板。假定薄板承受轴向预应变为  $\epsilon_0$ ,首先利用剪滞原

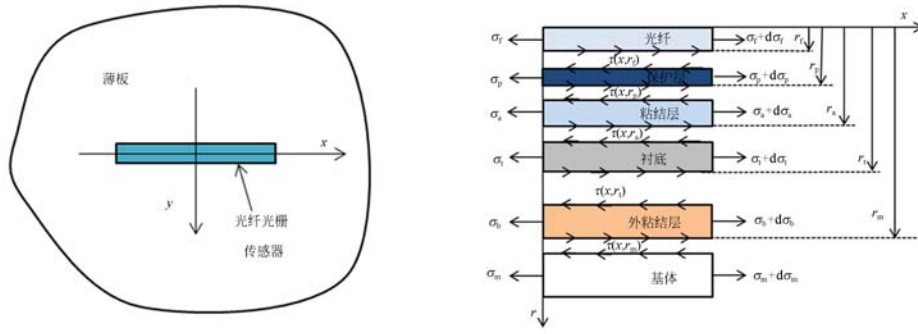


(a) 横向截面图

(a) Cross section in front view

(b) 纵向截面图

(b) Cross section in side view



(c) 俯视图 (c) Vertical view (d) FBG 传感器的应力分布图 (d) Stress distribution of surface-bonded FBG sensor

图 1 表面粘贴式 FBG 传感器

Fig. 1 Modal of surface-bonded FBG sensor

理建立光纤应变与中面应变之间的关系;然后,将薄板看作平面应力问题,计算薄板中面应变,从而建立光纤应变与薄板预应变的关系。本文的理论推导基于以下假设<sup>[2-11]</sup>:

- (1)所有的材料均为线弹性材料;
- (2)所有的界面无相对滑移;
- (3)FBG 传感器以轴向受力方式为主,忽略  $r$  方向的作用力。

分别用符号  $f, p, a, t, b$  和  $m$  代表光纤、保护层、粘结层、衬底、外粘结层和薄板; $E$  代表弹性模

量; $G$  代表剪切模量; $L, R_a, D_a$  分别代表半粘结长度、粘结层上厚度和传感器宽度; $2L$  为 FBG 传感器的粘结长度; $\sigma, \tau$  和  $\epsilon$  分别代表应力、剪应力和应变; $r$  代表以光纤中心为原点的坐标。

光纤平衡微分方程为:

$$\pi r_f^2 \sigma_f = \pi r_f^2 (\sigma_f + d\sigma_f) + 2\pi r_f dx \tau(x, r_f), \quad (1)$$

其中  $\tau(x, r_f)$  为光纤与保护层的界面剪应力。

同理得到保护层、粘结层、衬底以及外粘结层的平衡微分方程为:

$$\pi(r^2 - r_f^2) \sigma_p + 2\pi r dx \tau(x, r_f) = \pi(r^2 - r_f^2) (\sigma_p + d\sigma_p) + 2\pi r dx \tau_p(x, r), \quad r_f \leq r \leq r_p, \quad (2)$$

$$[D_a(R_a + r_p + r) - \pi r_p^2] \sigma_a + 2\pi r_p dx \tau(x, r_p) = \tau_a(x, r) D_a dx + [D_a(R_a + r_p + r) - \pi r_p^2] (\sigma_a + d\sigma_a), \quad r_p \leq r \leq r_a, \quad (3)$$

$$D_a(r - r_a) \sigma_t + \tau(x, r_a) D_a dx = D_a(r - r_a) (\sigma_t + d\sigma_t) + \tau_t(x, r) D_a dx, \quad r_a \leq r \leq r_t, \quad (4)$$

$$D_a(r - r_t) \sigma_b(x) + \tau(x, r_t) D_a dx = D_a(r - r_t) (\sigma_b + d\sigma_b) + \tau_b(x, r) D_a dx, \quad r_t \leq r \leq r_m, \quad (5)$$

其中:  $\tau(x, r_p), \tau(x, r_a)$  和  $\tau(x, r_t)$  分别为保护层与粘结层、粘结层与衬底、衬底与外粘结层的界面剪应力;  $\tau_p(x, r), \tau_a(x, r), \tau_t(x, r)$  和  $\tau_b(x, r)$  分别为保护层、粘结层、衬底和外粘结层的剪应力。

由于 FBG 传感器各层是同步变形,且具有相

同的应变梯度<sup>[3-4]</sup>,即存在:

$$\frac{d\epsilon_f(x)}{dx} \approx \frac{d\epsilon_p(x)}{dx} \approx \frac{d\epsilon_a(x)}{dx} \approx \frac{d\epsilon_t(x)}{dx} \approx \frac{d\epsilon_b(x)}{dx}. \quad (6)$$

由式(1)~式(6)可以得到各层结构的剪应力与光纤应变之间的关系为:

$$\begin{cases} \tau_p(x, r) = - \left[ \frac{r_f^2 E_f}{2r} + \frac{(r^2 - E_p r_f^2)}{2r} \right] \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, & r_f \leq r \leq r_p \\ \tau_a(x, r) = - \frac{1}{D_a} \left[ \pi(r_f^2 (E_f - E_p) + r_p^2 E_p) + E_a (D_a (R_a + r_p + r) - \pi r_p^2) \right] \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, & r_p \leq r \leq r_a \\ \tau_t(x, r) = - \frac{1}{D_a} \left[ \pi(r_f^2 (E_f - E_p) + r_p^2 E_p) + E_a (D_a (R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2) + E_t D_a (r - r_a) \right] \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, & r_a \leq r \leq r_t \\ \tau_b(x, r) = - \frac{1}{D_a} \left[ \pi(r_f^2 (E_f - E_p) + r^2 E_p) + E_a (D_a (R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2) + (r_t - r_a) D_a E_t + E_b D_a (r - r_t) \right] \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, & r_t \leq r \leq r_m \end{cases}, \quad (7)$$

由式(7)可知薄板上表面粘结区域的剪应力为:

$$\tau_m(x, r_m) = -\frac{1}{D_a} \{ \pi(r_i^2(E_i - E_p) + r_p^2 E_p) + E_a(D_a(R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2) + (r_i - r_a)D_a E_i + E_b D_a(r_m - r_i) \} \frac{d\epsilon_f(x)}{dx} = -E_{eq} \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, \quad (8)$$

其中  $E_{eq}$  为等效刚度。

由于薄板很薄, 可以认为薄板剪应力在厚度方向上为线性分布<sup>[13]</sup>, 则其表达式为:

$$\tau_m(x, r) = \tau_m(x, r_m) \left[ 1 + \frac{r_m - r}{h_m} \right]. \quad (9)$$

轴向变形是主要变形,  $r$  方向变形是非常小

的, 因此忽略  $r$  方向变形<sup>[2-11]</sup>, 所以存在:

$$\tau(x, r) = G\gamma(x, r) = G \left( \frac{du}{dr} + \frac{dv}{dx} \right) \cong G \frac{du}{dr}, \quad (10)$$

其中:  $u = u(x)$ 、 $v = v(x)$  分别代表  $x$  和  $r$  的位移。

将式(10)带入式(7), 并积分得到:

$$\int_{r_i}^{\frac{h_m}{2} + r_m} \left( \frac{du}{dr} \right) dr = \int_{r_p}^{r_i} \frac{\tau_p(x, r)}{G_p} dr + \int_{r_p}^{r_a} \frac{\tau_a(x, r)}{G_a} dr + \int_{r_a}^{r_i} \frac{\tau_t(x, r)}{G_t} dr + \int_{r_i}^{r_m} \frac{\tau_b(x, r)}{G_b} dr + \int_{r_m}^{\frac{h_m}{2} + r_m} \frac{\tau_m(x, r)}{G_m} dr. \quad (11)$$

求解式(11)得到薄板轴向位移与光纤轴向位移之间的关系为:

$$u_m(x, 0, r_m + \frac{h_m}{2}) - u_t(x) = -\frac{1}{k^2} \frac{d\epsilon_f(x)}{dx}, \quad (12)$$

其中:

$$k^2 = \left\{ \frac{2r_i^2(\ln r_p - \ln r_i)(E_i - E_p) + (r_p^2 - r_i^2)E_p}{4G_p} + \frac{\pi(r_a - r_p)[r_i^2(E_i - E_p) + r_p^2 E_p] + E_a \{ [D_a(R_a + r_p) - \pi r_p^2](r_a - r_p) + (r_a^2 - r_p^2)D_a/2 \}}{D_a G_a} + \frac{\pi(r_i - r_a)[r_i^2(E_i - E_p) + r_p^2 E_p] + E_a \{ [D_a(R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2](r_i - r_a) + D_a E_i(r_i - r_a)^2/2 \}}{D_a G_t} + \frac{\pi(r_m - r_i)[r_i^2(E_i - E_p) + r_p^2 E_p] + E_a [D_a(R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2](r_m - r_i) + (r_i - r_a)E_t(r_m - r_i)D_a + D_a E_b(r_m - r_i)^2/2}{D_a G_b} + \frac{3h_m \{ \pi[r_i^2(E_i - E_p) + r_p^2 E_p] + E_a [D_a(R_a + r_p + r_a) - \pi r_p^2] + (r_i - r_a)D_a E_i + E_b D_a(r_m - r_i) \}}{8D_a G_m} \right\}^{-1}.$$

式(12)对  $x$  求导数得到光纤应变微分方程为:

$$\epsilon_m(x, 0, r_m + \frac{h_m}{2}) = \epsilon_f(x) - \frac{1}{k^2} \frac{d^2 \epsilon_f(x)}{dx^2}, \quad (13)$$

其中:  $\epsilon_f(x)$ 、 $\epsilon_m(x, 0, r_m + \frac{h_m}{2})$  分别为光纤应变和薄板面应变。

根据弹性力学可知: 无限大平面问题, 坐标原点处受  $y$  负方向集中力  $P$  时, 集中力  $P$  并非 FBG 传感器结构所受的力。用极坐标表示的应力解为<sup>[14]</sup>:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{3 + \mu}{4\pi} \frac{p \sin \phi}{r} \\ \sigma_\phi = -\frac{1 - \mu}{4\pi} \frac{p \sin \phi}{r} \\ \tau_{r\phi} = \frac{3 + \mu}{4\pi} \frac{p \cos \phi}{r} \end{cases} \quad (14)$$

将式(14)转化为直角坐标系可得:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{py}{4\pi(x^2 + y^2)^2} [(3 + \mu)x^2 - (1 - \mu)y^2 - 2(3 + \mu)x^2] \\ \sigma_y = \frac{py}{4\pi(x^2 + y^2)^2} [(3 + \mu)x^2 - (1 - \mu)x^2 + 2(3 + \mu)x^2] \\ \tau_{xy} = \frac{px(4y^2 + (3 + \mu)(x^2 - y^2))}{4\pi(x^2 + y^2)^2} \end{cases} \quad (15)$$

进一步求得各个方向的应变表达式为:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{py}{4\pi(x^2+y^2)^2 E_m} \{ [3+\mu]x^2 - (1-\mu)y^2 - 2(3+\mu)x^2 \} - \mu \{ (3+\mu)y^2 - (1-\mu)x^2 + 2(3+\mu)x^2 \} \\ \epsilon_y = \frac{py}{4\pi(x^2+y^2)^2 E_m} \{ [3+\mu]y^2 - (1-\mu)x^2 + 2(3+\mu)x^2 \} - \mu \{ (3+\mu)x^2 - (1-\mu)y^2 - 2(3+\mu)x^2 \} \\ \gamma_{xy} = \frac{px(4y^2+(3+\mu)(x^2-y^2))}{4\pi(x^2+y^2)^2 G_m} \end{cases} \quad (16)$$

由此可知,式(16)为平面内坐标原点处受  $y$  的负方向作用一集中力  $P$  时,无限大平面(平面应力问题)内任一点的应变表达式。

在本文中薄板承受的  $x$  方向的对称分布剪应力为  $\tau_m(x, r_m)$ , 见式(8)。利用式(8)、式(13)以及式(16)的第二式,得到:

$$\epsilon_f(x) - \frac{1}{k^2} \frac{d^2 \epsilon_f(x)}{dx^2} = \epsilon_\infty - \frac{E_{eq}}{4\pi h_m E_m} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{d\epsilon_f(\xi)}{d\xi} (x-\xi) \{ [(3+\mu)(x-\xi)^2 + (5+3\mu)\zeta^2] + \mu[(3+\mu)\zeta^2 + (1-\mu)(x-\xi)^2] \} d\xi d\zeta \quad (17)$$

直接求解式(17)非常困难,为求其近似解,将式(13)简化为<sup>[5]</sup>:

$$\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2}) = \epsilon_f(x) - \frac{1}{k^2} \frac{d^2 \epsilon_f(x)}{dx^2} \quad (18)$$

其中:  $\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2})$  为薄板粘结中心处的中面轴向应变。求解式(18)得到其通解为:

$$\epsilon_f(x) = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx} + \epsilon_m \left( 0, 0, r_m + \frac{h_m}{2} \right) \quad (19)$$

式中参数  $c_1$  和  $c_2$  由边界条件决定。由于 FBG 传感器两端是自由端,所以其应变为 0<sup>[3-6,12]</sup>, 即有:

$$\epsilon_f(L) = \epsilon_f(-L) = 0 \quad (20)$$

将式(20)带入式(19)得到:

$$c_1 = c_2 = - \frac{\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2})}{2 \cosh(kL)} \quad (21)$$

$$\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2}) = \epsilon_\infty - \frac{E_{eq} k \epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2})}{4\pi E_m h_m \cosh(kL)} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{\xi \sinh(k\xi)}{[\zeta^2 + \xi^2]^2} \{ [(3+\mu)\xi^2 + (5+3\mu)\zeta^2] + \mu[(1-\mu)\xi^2 + (3+\mu)\zeta^2] \} d\xi d\zeta \quad (25)$$

求解式(25)得到:

$$\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2}) = \frac{\epsilon_\infty}{1 + \frac{E_{eq} k}{4\pi h_m E_m \cosh(kL)} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{\xi \sinh(k\xi)}{[\zeta^2 + \xi^2]^2} \{ [(3+\mu)\xi^2 + (5+3\mu)\zeta^2] + \mu[(1-\mu)\xi^2 + (3+\mu)\zeta^2] \} d\xi d\zeta} \quad (26)$$

将式(26)带入式(22)得到光纤应变与薄板预应变之间的关系为:

$$\epsilon_f(x) = \frac{\epsilon_\infty \left[ 1 - \frac{\cosh(kx)}{\cosh(kL)} \right]}{1 + \frac{E_{eq} k}{4\pi E_m h_m \cosh(kL)} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{\xi \sinh(k\xi)}{[\zeta^2 + \xi^2]^2} \{ [(3+\mu)\xi^2 + (5+3\mu)\zeta^2] + \mu[(1-\mu)\xi^2 + (3+\mu)\zeta^2] \} d\xi d\zeta} \quad (27)$$

于是得到光纤应变与薄板粘结中心处的面应变之间的关系为:

$$\epsilon_f(x) = \epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2}) \left[ 1 - \frac{\cosh(kx)}{\cosh(kL)} \right] \quad (22)$$

FBG 传感器的平均应变传递率为:

$$\bar{\eta} = \frac{\int_{-L}^L \epsilon_f(x) dx}{2L \epsilon_\infty} = \frac{\epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2})}{\epsilon_\infty} \left[ 1 - \frac{\sinh(kL)}{kL \cosh(kL)} \right] \quad (23)$$

由式(8)可知,薄板上表面粘结区域所受的切向分布力简化为:

$$F(x) = E_{eq} \frac{d\epsilon_f(x)}{dx} = - \frac{E_{eq} k \epsilon_m(0,0, r_m + \frac{h_m}{2}) \sinh(kx)}{\cosh(kL)} \quad (24)$$

将式(24)带入式(17)中得到:

由式(27)进一步得到 FBG 传感器的应变传递率为:

$$\eta(x) = \frac{1 - \frac{\cosh(kx)}{\cosh(kL)}}{1 + \frac{E_{eq} k}{4\pi E_m h_m \cosh(kL)} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{\xi \sinh(k\xi)}{[\xi^2 + \xi^2]^2} \{ [(3 + \mu)\xi^2 + (5 + 3\mu)\xi^2] + \mu[(1 - \mu)\xi^2 + (3 + \mu)\xi^2] \} d\xi d\zeta} \quad (28)$$

将式(26)代入到式(23)中,得到 FBG 传感器的平均应变传递率为:

$$\bar{\eta} = \frac{1 - \frac{\sinh(kL)}{kL \cosh(kL)}}{1 + \frac{E_{eq} k}{4\pi E_m h_m \cosh(kL)} \int_{-D/2}^{D/2} \int_{-L}^L \frac{\xi \sinh(k\xi)}{[\xi^2 + \xi^2]^2} \{ [(3 + \mu)\xi^2 + (5 + 3\mu)\xi^2] + \mu[(1 - \mu)\xi^2 + (3 + \mu)\xi^2] \} d\xi d\zeta} \quad (29)$$

### 3 理论验证和参数分析

#### 3.1 有限元验证

本文利用有限软件 Ansys 验证式(28)的正确性。图 2 为有限元模型,由于结构的对称性,选取 1/4 进行分析,网格采用线性六面体网格,对称面使用对称约束,薄板  $x$  轴向端面使用  $x$  方向位移边界条件,用以模拟预应变,参数如表 1 所示。此外有:  $r_f = 0.0625 \text{ mm}$ ,  $r_c = 0.1025 \text{ mm}$ ,  $r_a = 0.14 \text{ mm}$ ,  $r_l = 0.17 \text{ mm}$ ,  $r_b = 0.19 \text{ mm}$ ,  $R_a = 0.06 \text{ mm}$ ,  $D_a = 1.2 \text{ mm}$ 。

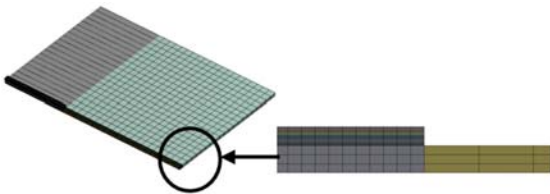


图 2 薄板表面 FBG 传感器的有限元模型

Fig. 2 Finite element meshes of surface-bonded FBG sensor

表 1 材料参数

Tab. 1 Material properties

参数	弹性模量/MPa	泊松比
光纤	$7.2 \times 10^4$	0.17
保护层	2.55	0.48
粘结层	4 000	0.34
衬底	1 000	0.32
外粘结层	4 000	0.34

图 3 中理论解是利用本文理论得到的计算结果, FEM 解是利用 Ansys 得到的计算结果。由图 3 可以看出,理论解和 FEM 解吻合得很好,两者的误差很小,误差在中间大部分区域基本能控

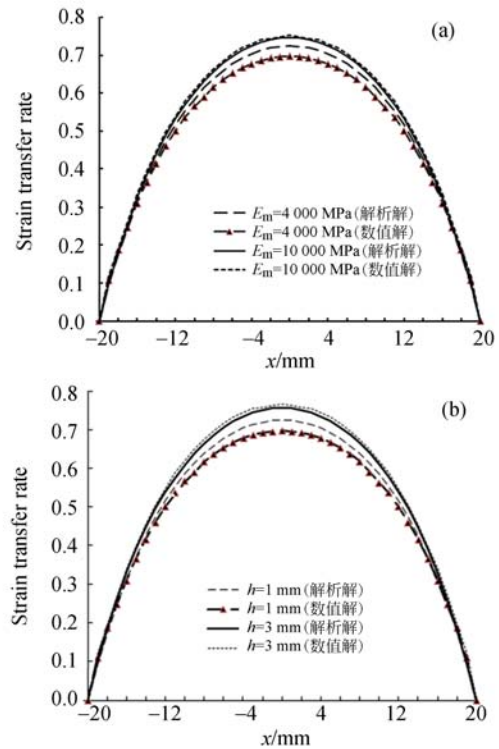


图 3 理论分析结果与 FEA 计算结果比较

Fig. 3 Comparison of FEA and theoretical solutions

制在 4% 以内,在两端区域误差较大是由两端存在的应力奇异性造成的。整体表现为中间区域应变传递率最大,越靠近两端越小,直至在两端为 0。由图 3(a)可以看出:薄板弹性模量对应变传递率有一定的影响,应变传递率随着薄板弹性模量的增大而逐渐增大。由图 3(b)可以看出:随着薄板厚度的增加,应变传递率增大。分析这种现象可知:随着薄板弹性模量和厚度的增加,薄板刚度是逐渐增大的,FBG 传感器的存在对薄板局部应变的影响逐渐减小,从而产生应变传递率随着薄板厚度和弹性模量的增大而逐渐增大的现象。

### 3.2 实验验证

为了进一步验证该理论模型的正确性,利用文献[2]中的实验数据对式(29)进行验证。图 4 显示的是平均应变传递率随半粘结长度的变化曲线,图 5 显示的是测量应变、修正应变和真实应变的比较。从图 4 可以看出:平均应变传递率的理论解和实验值吻合得非常好,理论解和实验值间的误差很小;但是,测量应变偏离了基体的真实应变,因此必须对测量应变进行修正以提高测量精度。修正式(29)后,修正应变与基体真实应变的误差可以控制在 5%以内,大大提高了应变的测量精度。

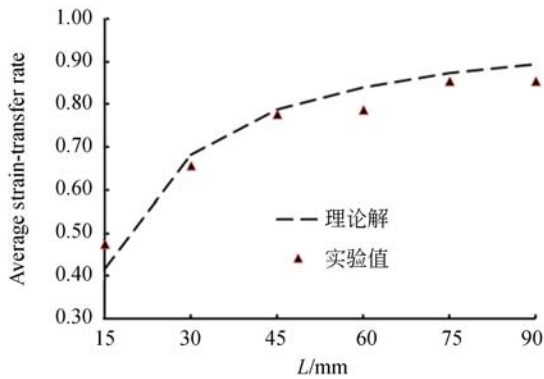


图 4 平均应变传递率理论解和实验值的比较

Fig. 4 Comparison of average strain transfer rates predicted by equation (29) and experimental data [2]

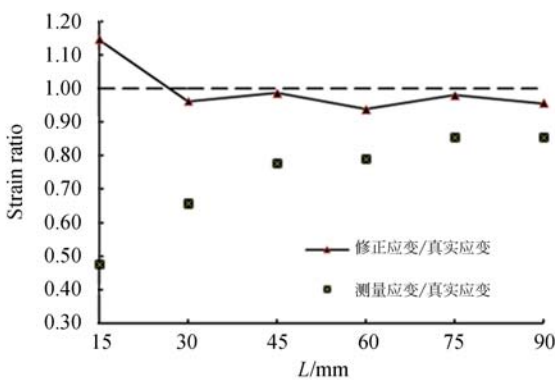


图 5 测量应变、修正应变和真实应变的比较

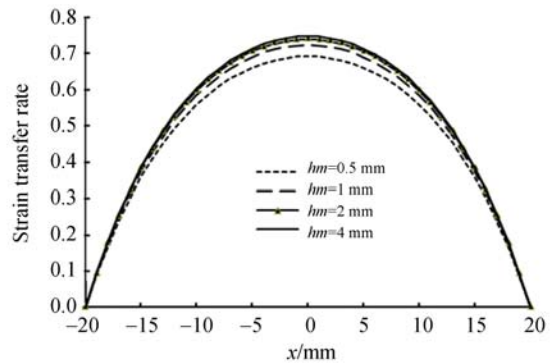
Fig. 5 Comparison of measured strain, corrected strain and true strain of plate

### 3.3 参数分析

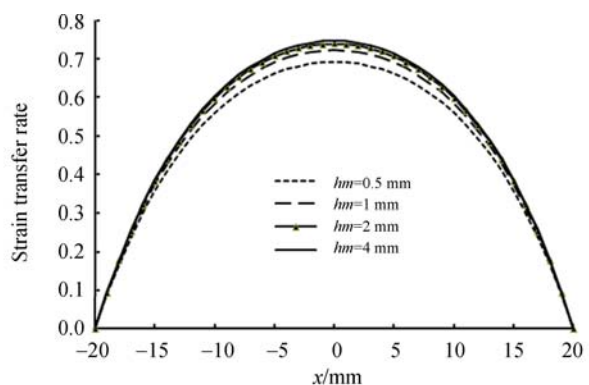
这里利用式(28)和式(29)对薄板弹性模量、厚度以及保护层弹性模量对应变传递率和平均应

变传递率的影响进行分析和讨论。

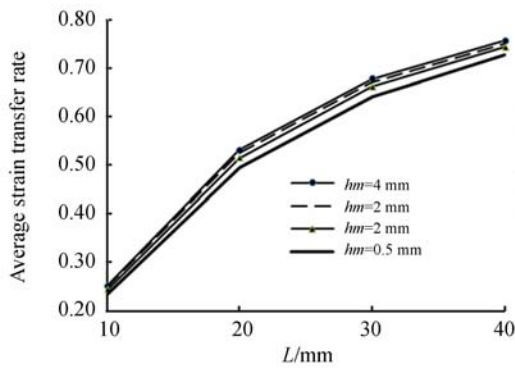
图 6 为薄板弹性模量分别为 2 000 MPa 和 4 000 MPa 时,薄板不同厚度时的应变传递率和平均应变率分布图。图 7 为薄板厚度为 0.5 mm 和 1 mm 时,薄板不同弹性模量对应变传递的影响。从图中可以看出:薄板弹性模量越大,应变传递率和平均应变率愈大;半黏结长度越长,平均应变传递率越大;薄板厚度对应变传递率和平均应变传递率有较大影响,薄板越厚,应变传递率和平均应变传递率越大。由于薄板弹性模量和厚度对应变传递有较大的影响,因此在实际测量时,需要对应变测量结果进行校正。



(a)  $E_m = 2\ 000\ \text{MPa}$ ,不同板厚下的应变传递率分布图  
(a) Strain transfer rate along optical fiber with different thicknesses of plate and Young's modulus  $E_m = 2\ 000\ \text{MPa}$

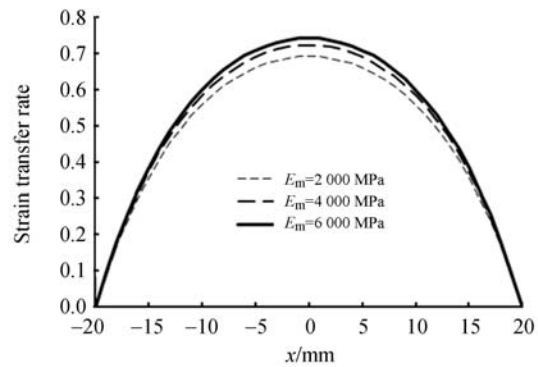


(b)  $E_m = 4\ 000\ \text{MPa}$ ,不同板厚下的应变传递率分布图  
(b) Strain transfer rate along optical fiber with different thicknesses of plate and Young's modulus  $E_m = 4\ 000\ \text{MPa}$



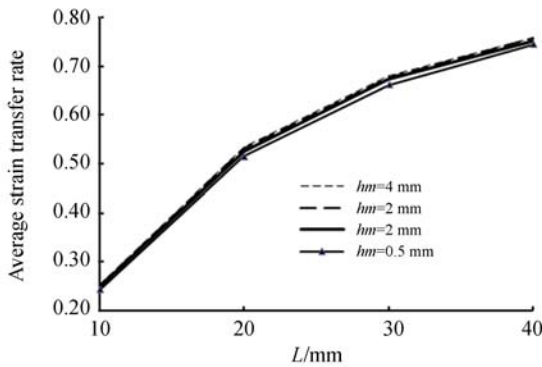
(c)  $E_m = 2\ 000\ \text{MPa}$  时,平均应变传递率随半粘结长度的变化曲线

(c) Influence of half bonding length with different thicknesses of plate and Young's modulus  $E_m = 2\ 000\ \text{MPa}$



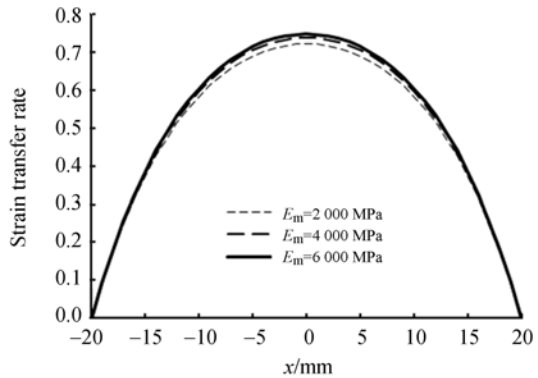
(a) 当  $hm = 0.5\ \text{mm}$ ,不同基体弹性模量的应变传递率分布图

(a) Strain transfer rates along optical fiber with different Young's modulus of plate and thickness  $hm = 0.5\ \text{mm}$



(d)  $E_m = 4\ 000\ \text{MPa}$  时,平均应变传递率随半粘结长度的变化曲线

(d) Influence of half bonding length with different thicknesses of plate and Young's modulus  $E_m = 4\ 000\ \text{MPa}$



(b) 当  $hm = 1\ \text{mm}$ ,不同基体弹性模量的应变传递率分布图

(b) Strain transfer rates along optical fiber with different Young's modulus of plate and thickness  $hm = 1\ \text{mm}$

图 6 应变传递率和平均应变率分布

Fig. 6 Distributions of strain transfer rate and average strain transfer rate

图 7 弹性模量对应变传递率的影响

Fig. 7 Effect of Young's modulus on strain transfer rate

### 4 结 论

本文针对 FBG 传感器粘贴于薄板的情况建立了 FBG 应变传递理论,并通过 FEM 和实验两种方法验证了该理论的正确性,最后分析了薄板参数对应变传递的影响。实验结果表明,FEM 解

与理论解误差在 4% 以内,实验值与理论解误差在 5%,从而验证了本文理论具有较高的精度。随着薄板厚度和弹性模量的增加,平均应变传递率和应变传递率逐渐变大。

该应变传递理论考虑了薄板与 FBG 传感器之间的相互作用,并且基于薄板理论而建立,因此适用于薄板小挠度问题。

### 参考文献:

[1] 徐国权,熊代余. 光纤光栅传感器技术在工程中的

应用[J]. 中国光学,2013,6(3):306-317.

XU G Q, XIONG D Y. Applications of fiber Bragg

- grating sensing technology in engineering [J]. *Chinese Optics*, 2013,6(3):306-317. (in Chinese)
- [2] ANSARI F, LIBO Y. Mechanics of bond and interface shear transfer in optical fiber sensors [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998,124(4):385-394.
- [3] LI D S, LI H N. Strain transferring of embedded fiber Bragg grating sensors [J]. *Smart Materials and Structures*, 2005,5765(1): 1085-1093.
- [4] LI D S, LI H N, REN L, *et al.*. Strain transferring analysis of fiber Bragg grating sensors [J]. *Optical Engineering*, 2006,45(2): 024402.
- [5] ZHOU Z, LI J L, OU J P. Interface strain transfer mechanism and error modification of embedded FBG strain sensors [J]. *Smart Materials and Structures*, 2004,5384:190-198.
- [6] LI J L, ZHOU Z, OU J P. Interface transferring mechanism and error modification of embedded FBG strain sensor based on creep part [J]. *Smart Materials and Structures*, 2005,5765(1):1061-1072.
- [7] 常新龙,黎明,王渭平,等. 埋入式聚合物光纤传感器应变传递影响参数分析 [J]. *激光与红外*, 2010, 40(5):515-519.  
CHANG X L, LI M, WANG W P, *et al.*. Analyses of parameters influencing strain transfer of embedded polymer optical fiber sensors [J]. *Laser & Infrared*, 2010,40(5):515-519. (in Chinese)
- [8] HER S C, HUANG C Y. Effect of coating on the strain transfer of optical fiber sensors [J]. *Sensors*, 2011,11(7):6926-6941.
- [9] 梁德志,孙丽,黄昌铁,等. 埋入式 FBG 传感器应变传递的有限元计算与理论分析比较 [J]. *沈阳建筑大学学报*, 2008,24(1):72-76.  
LIANG D ZH, SUN L, HUANG CH T, *et al.*. Comparison of strain transfer of embedded FBG sensors calculated by FEM and theory formula [J]. *Journal of Shenyang Jianzhu University*, 2008,24(1):72-76. (in Chinese)
- [10] WANG Q B, QIU Y, ZHAO H T, *et al.*. Analysis of strain transfer of six-layer surface-bonded fiber Bragg gratings [J]. *Applied Optics*, 2012,51(18):4129-4138.
- [11] ZHAO H T, WANG Q B, QIU Y, *et al.*. Strain transfer of surface bonded fiber Bragg grating sensors for airship envelope structural health monitoring [J]. *Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering)*, 2012, 13(7):538-545.
- [12] 吴入军,郑百林,贺鹏飞,等. 埋入式光纤布拉格光栅传感器封装结构对测量应变的影响 [J]. *光学精密工程*, 2014,22(1):22-30.  
WU R J, ZHENG B L, HE P F, *et al.*. Influence of encapsulation structures for embedded fiber-optic Bragg grating sensors on strain measurement [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014,22(1):22-30. (in Chinese)
- [13] MCRADI M, SIVOTHTHAMAN S. Strain transfer analysis of surface-bonded MEMS strain sensors [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2013,13(2):637-643.
- [14] 吴家龙. *弹性力学* [M]. 上海:同济大学出版社, 1993.  
WU J L. *Theory of Elasticity* [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1993. (in Chinese)
- [15] 周智,李冀龙,欧进萍. 埋入式光纤光栅界面应变传递机理与误差修正 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2006,38(1):49-55.  
ZHOU ZH, LI J L, OU J P. Interface strain transfer mechanism and error modification of embedded FBG strain sensors [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2006,38(1):49-55. (in Chinese)

#### 作者简介:



吴入军(1979—),男,山东德州人,博士,讲师,2015年毕业于同济大学,主要从事固体力学、数值分析以及光纤传感技术的研究。E-mail: wurujunwuru-  
rujun@163.com

(本栏目编辑:曹金)