

文章编号 1004-924X(2016)05-1093-11

## 大型光学载荷次镜调整机构优化设计及误差分配

韩春杨,徐振邦\*,吴清文,贺 帅,于 阳

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所空间机器人系统创新研究室,吉林 长春 130033)

**摘要:**设计了一种用于大型光学载荷次镜在轨位姿精密调整的 Hexapod 型平台机构,并对其进行构型参数优化以及各支撑杆和上下铰点误差限的最优分配。建立了 Hexapod 平台机构运动学模型和静柔度模型,分析了主要结构参数对机构性能的影响。按照次镜精调机构性能要求,提出了定位精度指标和抗变形指标,建立了以构型参数为变量的优化目标函数,并利用遗传算法对两个单目标函数进行优化。利用加权分配法构造统一约束目标函数,利用遗传算法对其进行多目标优化。然后,建立非线性最优误差分配模型,对各支撑杆和上下铰点进行误差分配。最后,通过对原理样机性能指标的测试验证了上述研究方法的效果。研究表明:优化前后动平台定位精度提高了 8.3%,抗变形能力提高了 62.5%,铰点误差限由 2.7  $\mu\text{m}$  提高到 6.3  $\mu\text{m}$ ,支撑杆误差限由 1.3  $\mu\text{m}$  提高到 3.2  $\mu\text{m}$ 。另外,实验测得 Z 轴相对定位精度为 0.6%,静刚度达到 41.14 N/ $\mu\text{m}$ 。本研究提高了次镜精调机构的定位精度和静载抗变形能力,有助于缩短设计、加工周期,节约设计、加工成本。

**关键词:**空间相机;光学载荷;次镜精调机构;定位精度;抗变形;多目标优化;误差分配

**中图分类号:**TH703;V447.3 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20162405.1093

## Optimization design and error distribution for secondary mirror adjusting mechanism of large optical payload

HAN Chun-yang, XU Zhen-bang\*, WU Qing-wen, HE Shuai, YU yang

(Innovation Lab of Space Robot System, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

\* Corresponding author, E-mail: xuzhenbang@gmail.com

**Abstract:** A Hexapod precision positioning platform called the Secondary Mirror Adjustment Mechanism (SMAM) was designed to precisely adjust the second mirror of a large optical payload. The structure configurations were optimized based on the multi-objective function, and the errors of each strut and the upper (lower) hinges were distributed by the optimization algorithm. A kinematic model and a static flexibility model for the Hexapod platform were established, and the influences of main structure parameters on the mechanism performance were analyzed. Then, the positioning accuracy and anti-deformation indexes were put forward. By using the structural parameters as variables, the optimization functions were established, and two single-objective functions were optimized by the genetic algorithm. At the same time, a unified constraint function of weight factor

收稿日期:2015-11-12;修订日期:2015-12-17.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11302222);中国科学院长春光学精密机械与物理研究所创新基金资助项目(No. Y4CX1SS141)

was constructed, and the multi-objective function was also optimized by the genetic algorithm. Afterwards, a nonlinear optimized error distribution model was established, and it was used to distribute the errors for each strut and the upper (lower) hinges. Finally, by testing the performance indexes of a prototype, the efficiency of the proposed method was verified. The research results after optimization show that the positioning accuracy and the anti-deformation capacity are improved by 8.3% and 62.5%, respectively. The upper and lower hinge error bounds increase from 2.7  $\mu\text{m}$  to 6.3  $\mu\text{m}$ , and each strut error bound increases from 1.3  $\mu\text{m}$  to 3.2  $\mu\text{m}$ . Moreover, the relative positioning accuracy and the static stiffness of Z axis are 0.6% and 41.14 N/ $\mu\text{m}$ , respectively. The research in this paper improves the positioning accuracy and anti-deformation ability, and saves the design cycles and processing costs.

**Key words:** space camera; optical payload; secondary mirror adjusting mechanism; positioning accuracy; anti-deformation; multi-objective optimization; error distribution

## 1 引言

大型空间光学载荷中同轴 TMA 系统和离轴 TMA 系统包含多项关键技术,其中位置和姿态精密调整技术是高分辨率同轴或离轴三反空间相机的关键技术之一。由于空间相机在发射过程中运载条件(如冲击、振动、过载等)和在轨运行时环境条件(如压力、温度、微重力等)改变等原因,将引起主次镜相对位姿发生改变,导致成像质量下降。为了保证成像质量及对像位置的漂移量进行补偿,需要对主次镜的位姿变化量进行修正。因此,设计高精度、高稳定性的调整机构是十分必要的<sup>[1-2]</sup>。

Hexapod 型六维精密调整平台因其高精度、无累积误差、高刚度和高承载能力等优点,在光学载荷尤其是大型光学望远镜次镜位姿调整过程中发挥着重要作用<sup>[3-6]</sup>。大型光学望远镜次镜调整机构通常有自由度、行程、精度和遮光面积等性能要求<sup>[7]</sup>,而对于 Hexapod 型调整平台,将其应用于大型光学望远镜次镜位姿调整过程中面临的主要技术困难就是在修正位姿变化量时,次镜调整机构定位精度能力。在外力作用下,次镜调整机构抗变形能力<sup>[8-9]</sup>。Hexapod 型位姿调整平台定位精度能力受多方面的因素影响,主要取决于支撑杆结构尺寸误差、上下铰链间隙误差以及平台构型的选择<sup>[10-11]</sup>,而平台抗变形能力主要取决于支撑杆的刚度以及平台构型的选择<sup>[12]</sup>。

近几年,国内外学者针对如何提高 Hexapod 型六维平台定位精度和静刚度做了大量的研究。文献[13]分析了 Hexapod 型调整平台各子结构误差源对动平台定位精度的影响,建立主要误差源与动平台定位精度的数学模型,提出了一种高效的方法进行动平台位姿误差补偿。文献[14]针对 6-SPS 构型和 6-PSS 构型的六维调整平台建立误差分析模型,提出了一种给定动平台位姿误差情况下,各子结构误差最优分配方法。以上文献均对已给 Hexapod 型六维调整平台构型进行误差分析与分配,对于构型对定位精度以及误差分配的影响均未提及。文献[15]基于遗传算法对 Stewart 平台的运动学特性进行最优设计,但未提及如何提高 Hexapod 型调整平台的抗变形能力。同样,文献[16]基于大射电望远镜调整 Stewart 平台的设计准则,建立了综合衡量 Stewart 平台运动精度和质量的双目标优化模型,以其结构强度和固有频率为约束条件,采用自适应遗传算法对该优化问题求解,但没有提及 Hexapod 型调整平台各子系统误差如何最优分配。

本文首先建立次镜调整机构运动模型和静刚度模型,分析 Hexapod 平台机构的主要结构参数对机构性能的影响。其次,按照次镜调整机构性能要求,提出次镜调整机构定位精度指标和抗变形指标,根据上述指标建立以构型参数为变量的优化目标函数,利用遗传算法对 2 个单目标函数进行优化。同时,构造了多目标约束函数,利用遗传算法对上述多目标函数进行优化。根据次镜调

整机构误差模型,提出各支撑杆及上下铰点误差最优分配方法,进而提高次镜调整机构定位精度能力和静载抗变形能力。最后,测试原理样机相对定位精度以及抗变形能力,验证了多目标优化以及误差最优分配效果。缩短设计、加工周期,节约设计、加工成本。

## 2 次镜调整机构主要结构参数对机构性能的影响分析

对于 Hexapod 型次镜调整机构,定位精度能力和抗变形能力因机构参数差异而有很大差异,为了实现高精度运动的要求,不仅需要次镜调整机构的运动传递精度高,而且也要求次镜调整机构具有较高的刚度。

### 2.1 运动模型

次镜调整机构具有动平台、定平台和 6 根伸缩杆组成,如图 1、图 2 所示。建立定坐标系 B-OXYZ 与动坐标系 P-OXYZ,其中动、定坐标系分别固定在上、下平台的中心处。动坐标系随上平台一起运动,动坐标系在定坐标系的位姿用向量  $q=[t, q_p]^T$  表示,  $t=[x, y, z]^T$  为动坐标系原点  $O_p$  在定坐标系中的位置,  $q_p=[\gamma, \beta, \alpha]^T$  为动坐标在定坐标系中的姿态角。上平台各铰点用  $P_i (i=1\sim 6)$  表示,下平台各铰点用  $B_i (i=1\sim 6)$  表示。  $P_i$  在 P-OXYZ 系的坐标为  ${}^P p_i$ , 在 B-OXYZ 系的坐标为  ${}^B p_i$ 。  $B_i$  在 B-OXYZ 系的坐标为  ${}^B b_i$ 。上铰圆半径为  $R_p$ ,下铰圆半径为  $R_B$ ,铰点  $P_6$  与  $P_1$  的圆心角为  $\varphi$ (简称上圆心角  $\varphi$ ),铰点  $B_6$  与  $B_1$  的圆心角为  $\theta$ (简称下圆心角  $\theta$ )。

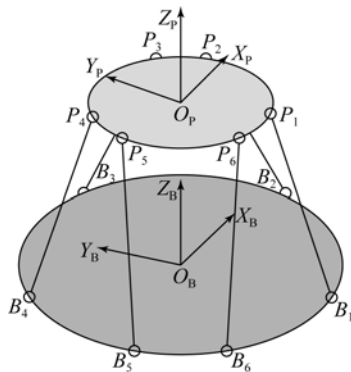


图 1 次镜调整机构简图

Fig. 1 Schematic diagram of SMAM

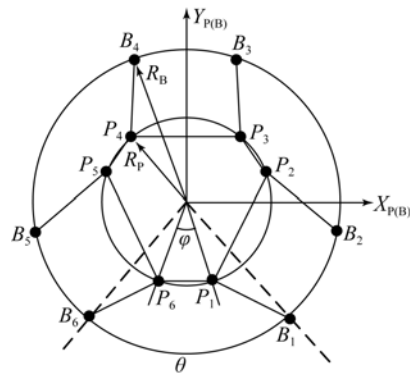


图 2 次镜调整机构俯视图

Fig. 2 Vertical view of SMAM

杆  $B_i P_i$  在定系中的向量用  ${}^B l_i$  表示:

$${}^B l_i = {}^B t + {}^B p_i - {}^B b_i = {}^B t + {}^B_P R \cdot {}^P p_i - {}^B b_i, \quad (1)$$

式中:  $l_i$  为杆长度 ( $i=1\sim 6$ );  ${}^B_P R$  为坐标变换矩阵。

$${}^B_P R = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix},$$

$$s(\cdot) = \sin(\cdot), c(\cdot) = \cos(\cdot).$$

式(1)左右两边对时间求导,可得 Hexapod 平台的 Jacobian 矩阵,它描述了关节空间驱动杆的运动速度与动平台运动速度之间的线性关系:

$$\dot{L} = J \cdot \dot{q}, \quad (2)$$

式中:  $L=[l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6]^T \in R^{6 \times 1}$  关节空间驱动杆的运动速度;  $\dot{q}=[\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\gamma}, \dot{\beta}, \dot{\alpha}]^T \in R^{6 \times 1}$  动

$$\text{平台的运动速度; } J = \begin{bmatrix} {}^B l_{11}^T & ({}^B_P R^P p_1 \times {}^B l_{11})^T \\ \vdots & \vdots \\ {}^B l_{66}^T & ({}^B_P R^P p_6 \times {}^B l_{66})^T \end{bmatrix} \in$$

$R^{6 \times 6}$  为 Hexapod 平台结构的雅克比矩阵,  ${}^B l_{ii}$  为杆在定系中的单位矢量。

### 2.2 静柔度

以上平台为研究对象,当其受外力作用时,次镜调整机构动平台机构发生变形,假设外力为  $F$ ,动平台的位姿变形量为  $\delta q$ ,平衡状态下各腿的驱动关节的广义力为  $f$ ,各腿的变形量为  $\delta L$ 。若只考虑腿长的变化,忽略其他变形,根据虚功原理有:

$$F^T \cdot \delta q = f^T \cdot \delta L, \quad (3)$$

式中:  $F = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T \in R^{6 \times 1}$ ;  $\delta q = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta \gamma, \delta \beta, \delta \alpha]^T \in R^{6 \times 1}$ ;  $f^T = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6]^T \in R^{6 \times 1}$  为各杆受到的力;  $\delta L = [\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3, \delta l_4, \delta l_5, \delta l_6]^T \in R^{6 \times 1}$ 。

而动平台的位姿变形量  $\delta q$  与各腿的变形量

$\delta L$  存在关系为:

$$\delta L = J \cdot \delta q. \quad (4)$$

假设各支撑杆的轴向刚度都为  $k = 3 \times 10^6$  N/m, 根据式(3)、(4) 可得:

$$F = k \cdot J^T \cdot J \cdot \delta q, \quad (5)$$

即可得次镜调整机构的广义刚度矩阵:

$$K = k \cdot J^T J. \quad (6)$$

假设  $C$  为柔度矩阵, 有:

$$C = K^{-1}. \quad (7)$$

### 2.3 次镜调整机构主要结构参数对机构性能的影响分析

由于 Hexapod 平台机构为对称式机构, 主要结构参数如表 1 所示。

表 1 主要结构参数

Tab.1 Main structural parameters

主要结构参数	参数取值范围
上平台半径 $R_p$	[0.15, 0.25]
下平台半径 $R_b$	[0.15, 0.25]
上平台高度 $H$	[0.12, 0.15]
上圆心角 $\varphi$	[0°, 40°]
下圆心角 $\theta$	[80°, 120°]

针对于上述次镜调整机构主要结构参数, 需要分析表 1 中 5 种结构参数的变化对次镜调整机构定位精度和抗变形能力的影响。

#### 2.3.1 上下平台半径对机构性能的影响分析

要考虑上下平台半径对机构性能的影响, 假定上下平台高度  $H=0.123$  m, 上圆心角  $\varphi=20^\circ$ , 下圆心角  $\theta=104^\circ$ , 上平台半径  $R_p$  与下平台半径  $R_b$  的变化为 [0.15 m, 0.25 m]。在初始位姿状态下, 对次镜调整机构的雅克比条件数  $\text{cond}(J)$  和静柔度的 2-范数进行分析, 分析结果如图 3 所示。从图 3、图 4 可以看出, 雅克比条件数  $\text{cond}(J)$  和静柔度的 2-范数均随着上平台半径  $R_p$  与下平台半径  $R_b$  的增加而变小。在  $R_p$  和  $R_b$  均为 0.25 m 时, 雅克比条件数  $\text{cond}(J)$  和静柔度的 2-范数达到最小, 条件数  $\text{cond}(J) = 6.427$ , 柔度矩阵的 2-范数达到最低。

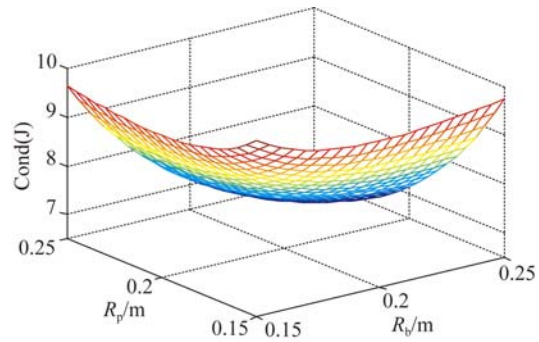


图 3  $R_p$  与  $R_b$  变化下的雅克比条件数

Fig.3  $\text{Cond}(J)$  on the change of  $R_p$  and  $R_b$

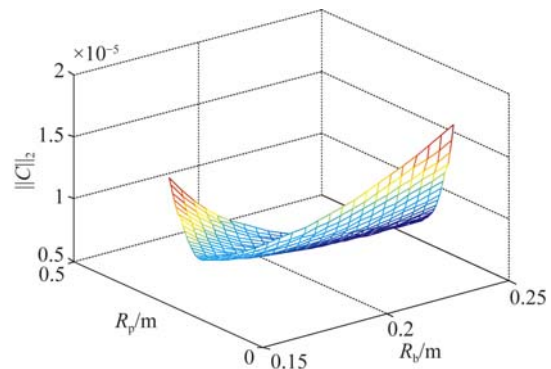


图 4  $R_p$  与  $R_b$  变化下的静柔度的 2-范数

Fig.4  $\|C\|_2$  on the change of  $R_p$  and  $R_b$

#### 2.3.2 上平台高度对机构性能的影响分析

要考虑上平台高度对机构性能的影响, 假定上平台半径  $R_p=0.15$  m, 下平台半径  $R_b=0.2$  m 上圆心角  $\varphi=20^\circ$ , 下圆心角  $\theta=104^\circ$ , 上下平台高度  $H$  的变化均为 [0.12 m, 0.15 m]。

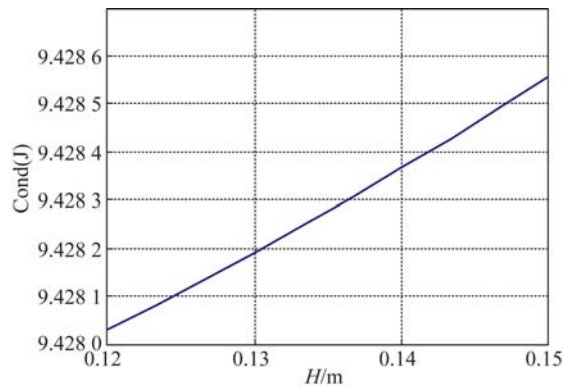


图 5 高度  $H$  变化下的雅克比条件数

Fig.5  $\text{Cond}(J)$  on the change of  $H$

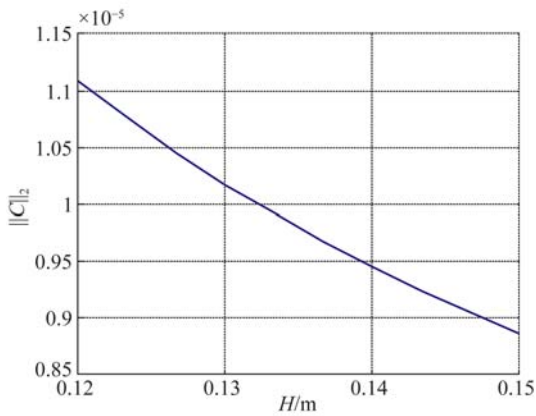


图 6 高度  $H$  变化下的静柔度的 2-范数  
Fig. 6  $\|C\|_2$  on the change of  $H$

在初始位姿状态下,对次镜调整机构的雅克比条件数  $\text{cond}(\mathbf{J})$  和静柔度的 2-范数进行分析,分析结果如图 5、图 6 所示。从图 5、图 6 可以看出,雅克比条件数  $\text{cond}(\mathbf{J})$  随着上下平台高度  $H$  变化不明显,而静柔度的 2-范数均随着上下平台高度  $H$  的增高而减小。在  $H=0.15\text{ m}$  时,柔度矩阵的 2-范数达到最低。

### 2.3.3 上下平台圆心角对机构性能的影响分析

要考虑上下平台圆心角对机构性能的影响,假定上平台半径  $R_p=0.15\text{ m}$ ,下平台半径  $R_p=0.15\text{ m}$ ,平台高度  $H=0.123\text{ m}$ ,上圆心角  $\varphi$  的变化为  $[0^\circ, 40^\circ]$ ,下圆心角  $\theta$  的变化为  $[80^\circ, 120^\circ]$ 。在初始位姿状态下,对次镜调整机构的雅克比条件数  $\text{cond}(\mathbf{J})$  和静柔度的 2-范数进行分析,分析结果如图 7、图 8 所示。从图 7、图 8 可以看出,条件数  $\text{cond}(\mathbf{J})$  随着下圆心角  $\theta$  增大而升高,随着上圆心角  $\varphi$  增大而变化不明显。而柔度矩阵的 2-范数随着下圆心角  $\theta$  增大而变化不明显,随着上圆心角  $\varphi$  增大而增大。

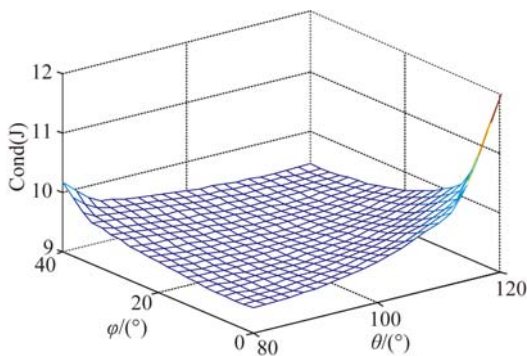


图 7 圆心角  $\varphi$  和  $\theta$  变化下的雅克比条件数  
Fig. 7  $\text{Cond}(\mathbf{J})$  on the change of  $\varphi$  and  $\theta$

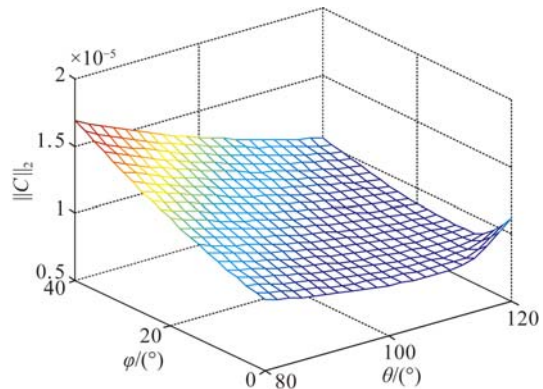


图 8 圆心角  $\varphi$  和  $\theta$  变化下的静柔度的 2-范数  
Fig. 8  $\|C\|_2$  on the change of  $\varphi$  and  $\theta$

## 3 次镜调整机构构型优化

### 3.1 次镜调整机构优化设计性能指标

#### 3.1.1 定位精度指标

文献[17]提出了一些用于 Hexapod 型平台优化设计的灵巧度性能指标,即 Jacobian 矩阵。如果 Jacobian 矩阵为非奇异矩阵,假设驱动杆的输入速度有一定偏差  $\delta\dot{\mathbf{L}}$ ,那么,动平台的运动速度也会有一定的偏差  $\delta\dot{\mathbf{P}}$ ,可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{L}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{P}} \\ \mathbf{J}^{-1}\delta\dot{\mathbf{L}} = \delta\dot{\mathbf{P}} \end{cases} \quad (8)$$

对式(8)两边取范数可得:

$$\frac{\|\delta\dot{\mathbf{P}}\|}{\|\dot{\mathbf{P}}\|} \leq \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\| \frac{\|\delta\dot{\mathbf{L}}\|}{\|\dot{\mathbf{L}}\|}, \quad (9)$$

式中:  $C(\mathbf{J}) = \|\mathbf{J}\| \|\mathbf{J}^{-1}\| = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$  称为并联机构的条件数,  $\lambda_{\max}$ 、 $\lambda_{\min}$  分别为  $\mathbf{J}$  的奇异值  $\lambda_i$  的最大值和最小值。

由式(9)得出,  $C(\mathbf{J})$  相当于关节空间驱动杆运动速度相对偏差的放大因子。因此,在对 Hexapod 型平台结构参数优化设计时,为了提高运动的精确性,应使机构的 Jacobian 矩阵的条件数  $C(\mathbf{J})$  在其操作范围内尽可能取最小值。

#### 3.1.2 抗变形指标<sup>[18]</sup>

基于次镜调整机构的广义刚度矩阵  $\mathbf{K}$ ,外力  $\mathbf{F}$  与位姿变形量  $\delta\mathbf{q}$  之间的关系为:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \delta\mathbf{q}. \quad (10)$$

由式(10)可以知,变形的大小与机构本身的刚度和作用力有关。原则上,变形极值越小,次镜调整机构平台机构的刚度越大。假设  $\mathbf{C}$  为柔度矩阵,则  $\mathbf{C} = \mathbf{K}^{-1}$ ,式(10)可表示为:

$$\delta q = CF. \quad (11)$$

对于上式取 2-范数,可得:

$$\|\delta q\|_2 \leq \|C\|_2 \|F\|_2. \quad (12)$$

由式(12)可以看出,在给定力  $F$  的作用下,  $\|C\|_2$  相当于位姿变形量  $\delta q$  的放大因子。因此,选择柔度矩阵  $C$  的 2-范数作为优化设计的目标之一,在进行 Hexapod 型平台结构参数优化设计时,为了提高次镜调整机构的静刚度,应使其柔度矩阵  $C$  的 2-范数在其操作范围内取得尽可能小的值。

### 3.2 基于遗传算法的次镜调整机构结构优化设计

不同的优化目标函数可能满足不同的工作需求,基于 Hexapod 构型次镜调整机构结构参数多目标优化目的是通过对机构结构参数最优选择提高次镜调整机构定位精度,以及提高次镜调整机构的抗变形能力。

由于次镜调整机构在不同位姿  $i$  下雅克比矩阵的条件数和柔度矩阵的 2-范数不同。因此,取 10 组典型的位姿下的雅克比矩阵的条件数平均值被用来衡量该平台的整体定位精度性指标,同时,取 10 组典型的位姿下的柔度矩阵的 2-范数平均值被用来衡量该平台的整体抗变形指标。

为了同时考虑到次镜调整机构定位精度指标和抗变形指标,采用分配权重因子法<sup>[19]</sup>将上述指标统一,目标函数为:

$$\min \left[ \frac{1}{10} \left( \sum_{i=1}^{10} (\omega_1 \text{cond}(\mathbf{J}_i) + \omega_2 \|C_i\|_2) \right) \right], \quad (13)$$

式中:  $\omega_i$  为权重因子,且  $\omega_1 + \omega_2 = 1$ ,  $\text{cond}(\mathbf{J}_i)$  和  $\|C_i\|_2$  分别代表第  $i$  个位姿的雅克比矩阵条件数和柔度矩阵 2-范数。

式(13)目标函数的设计变量、设计变量初值和设计变量边界条件如表 2 所示。

表 2 次镜调整机构结构设计相关参数

Tab. 2 Related design parameters of TSMAM

设计变量	初值	边界条件
$R_p$	0.15 m	[0.15, 0.25]
$R_b$	0.2 m	[0.15, 0.25]
$H$	0.123 m	[0.12, 0.15]
$\varphi$	20°	[0°, 40°]
$\theta$	104°	[80°, 120°]

采用 Matlab 优化工具箱遗传算法,对定位精度指标和抗变形两单目标函数进行优化,同时,对上述多目标函数进行优化,优化结果如表 3 所示。

表 3 次镜调整机构结构优化结果

Tab. 3 Structure optimization of TSMAM

结构参数	定位精度	抗变形	多目标
$R_p$	0.242 m	0.248 m	0.246 m
$R_b$	0.249 m	0.249 m	0.246 m
$H$	0.145 m	0.15 m	0.148 m
$\varphi$	80.383°	80.018°	80.878°
$\theta$	10.879°	9.69°	13.453°

从表 3 可以看出,优化前后构型设计参数在数值上有较大的差别。对比与上述主要结构参数对机构性能的影响分析可知,上平台半径  $R_p$  与下平台半径  $R_b$  在 0.25 m 时,雅克比矩阵的条件数和柔度矩阵的 2-范数均达到最低。上下平台高度  $H$  增大时,雅克比矩阵的条件数变化不明显,而柔度矩阵的 2-范数降低。同时,雅克比矩阵的条件数随着下圆心角  $\theta$  增大而升高,随着上圆心角  $\varphi$  增大而变化不明显,而柔度矩阵的 2-范数随着下圆心角  $\theta$  增大而变化不明显,随着上圆心角  $\varphi$  增大而升高。上述分析结果在趋势上与优化结果保持一致,进一步证明了优化结果的可靠性。

针对表 3 的优化结果,分别计算出初始设计参数,定位精度优化以及多目标优化下的雅克比矩阵的条件数,如图 9 所示。在 10 组位姿下的雅克比矩阵条件数优化之后与优化之前相比大幅度降低,而定位精度优化及多目标优化下的雅克比矩阵的条件数在数值上差别不明显,多目标优化下的结果最优。

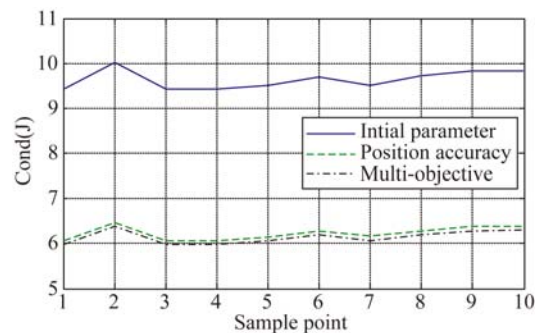


图 9 优化前后的雅克比条件数

Fig. 9 Cond(J) before and after optimization

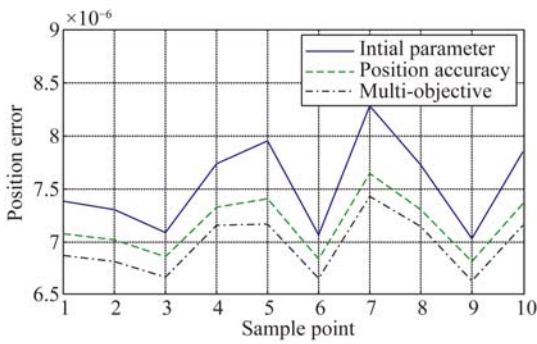


图 10 优化前后的位姿误差

Fig. 10 Position error before and after optimization

设各腿的伸长误差为  $\Delta L$  均为  $5 \mu\text{m}$ , 可以求出在 10 组位姿下动平台的位姿误差  $\Delta q$  的 2-范数, 如图 10 所示, 从图 10 可以看出, 在 10 组位姿下的位姿误差  $\Delta q$  的 2-范数优化之后与优化之前相比明显减低, 而定位精度优化及多目标优化下的位姿误差  $\Delta q$  的 2-范数在数值上均有一定的差别, 多目标优化下的结果最优。

针对于表 3 优化结果, 分别计算出初始设计参数, 抗变形优化以及多目标优化下的柔度矩阵的 2-范数, 如图 11 所示。在 10 组位姿下的柔度矩阵的 2-范数优化之后与优化之前相比大幅度降低, 而抗变形优化及多目标优化下的柔度矩阵的 2-范数在数值上差别不明显, 多目标优化下的结果最优。

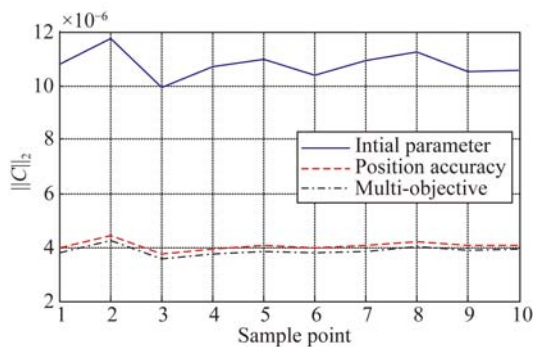


图 11 优化前后的静柔度数

Fig. 11  $\|C\|_2$  before and after optimization

设各支撑杆的轴向刚度为  $k=3 \times 10^6 \text{ N/m}$ , 对上平台施加单位外力以及力矩, 可以求出在 10 组位姿下动平台的位姿变形量  $\delta q$  的 2-范数, 如图 12 所示, 在 10 组位姿下的位姿变形量  $\delta q$  的 2-范数优化之后与优化之前相比大幅度降低, 而定位

精度优化, 抗变形优化以及多目标优化下的位姿变形量  $\delta q$  的 2-范数在数值上均有一定的差别, 多目标优化下的结果最优。

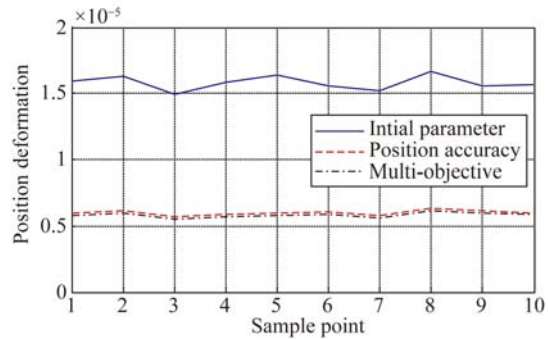


图 12 优化前后的位姿变形量

Fig. 12 Position deformation before and after optimization

优化前后各项指标结果对比如表 4 所示。雅克比矩阵条件数  $\text{Cond}(J)$  优化前后相比降低 36.8%; 位姿误差 2-范数  $P_e$  优化前后相比降低 8.3%; 柔度矩阵 2-范数  $\|C\|_2$  优化前后相比降低 63%; 位姿变形量 2-范数  $P_d$  优化前后相比降低 62.5%。近而, 验证了基于遗传算法的次镜调整机构参数多目标优化的效果。

表 4 优化前后各项指标对比

Tab. 4 Contrast of various index before and after optimization

	Cond(J)	$P_e$	$\ C\ _2$	$P_d$
优化前	9.67	$7.7 \times 10^{-6}$	$10.9 \times 10^{-6}$	$1.55 \times 10^{-5}$
多目标优化	6.11	$7.0 \times 10^{-6}$	$4.0 \times 10^{-6}$	$0.58 \times 10^{-5}$
优化前后降低	36.8%	8.3%	63%	62.5%

#### 4 次镜调整机构精度分配

要保证次镜调整机构定位精度, 对子结构进行合理的精度分配必不可少。精度分配是已知并联机器人位姿误差所允许的范围, 根据精度理论合理分配机器人结构误差。它比精度分析复杂的多, 这主要因为它是一个多变量的非线性最优化问题<sup>[20]</sup>。

##### 4.1 次镜调整机构误差模型

根据 Hexapod 逆运动模型, 可得 Hexapod 机器人的结构参数变分与位姿坐标变分间的关系表达式:

$$\delta l = J\delta q + Q_1 \delta^A a + Q_2 \delta^A b, \quad (14)$$

式中:  $\delta l = [\delta l_1, \delta l_2, \dots, \delta l_6]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  为支撑杆长变分;  $\delta \mathbf{q} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta \gamma, \delta \beta, \delta \alpha]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$  为 Hexapod 机器人的位姿坐标变分;  $\delta^A \mathbf{a} = [\delta^A a_1^T, \delta^A a_2^T, \dots, \delta^A a_6^T]^T \in \mathbf{R}^{18 \times 1}$  为上铰点万向节位置误差;  $\delta^A \mathbf{b} = [\delta^A b_1^T, \delta^A b_2^T, \dots, \delta^A b_6^T]^T \in \mathbf{R}^{18 \times 1}$  为下铰点万向节位置误差;

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{I}_{nl}^T & ({}^B \mathbf{R}^P p_1 \times {}^B \mathbf{I}_{nl})^T \\ \vdots & \vdots \\ {}^B \mathbf{I}_{n6}^T & ({}^B \mathbf{R}^P p_6 \times {}^B \mathbf{I}_{n6})^T \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 6};$$

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} {}^B \mathbf{I}_{nl}^T {}^B \mathbf{R} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & {}^B \mathbf{I}_{n6}^T {}^B \mathbf{R} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 18};$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} -{}^B \mathbf{I}_{nl}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -{}^B \mathbf{I}_{n6}^T \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{6 \times 18}.$$

当次镜调整机构在其工作空间运动时, 矩阵  $\mathbf{P}$  可逆, 由式(14)可得位姿误差模型:

$$\delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1} \delta l - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1 \delta^A \mathbf{a} - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2 \delta^A \mathbf{b}. \quad (15)$$

次镜调整机构上平台位姿误差由  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  以及腿长误差  $\delta l$ 、上铰点误差  $\delta^A \mathbf{a}$  和下铰点误差  $\delta^A \mathbf{b}$  综合决定, 而  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  由次镜调整机构结构参数决定<sup>[21-22]</sup>。在次镜调整机构结构参数确定情况下, 给定上平台位姿误差  $\delta \mathbf{q}$ , 如何对腿长误差  $\delta l$ 、上铰点误差  $\delta^A \mathbf{a}$  和下铰点误差  $\delta^A \mathbf{b}$  进行合理的分配, 进而提出合理的单腿促动器以及上下铰链的设计指标。

对式(15)取 2-范数可得:

$$\|\delta \mathbf{q}\|_2 \leq \|\mathbf{J}^{-1}\|_2 \|\delta l\|_2 + \|\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1\|_2 \|\delta^A \mathbf{a}\|_2 + \|\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2\|_2 \|\delta^A \mathbf{b}\|_2. \quad (16)$$

由于次镜调整机构的行程数量级分别为毫米级和角分级, 其行程均在次镜调整机构的工作空间范围内。因此, 在次镜调整机构行程范围内, 随机选取 50 组位姿, 分别计算优化前后在 50 组位姿下矩阵  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  的 2-范数, 计算结果如图 13 所示。 $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  的 2-范数在不同位姿下存在微小的差异。初始结构参数下的  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  的 2-范数在 50 组位姿下的均值为 5.696, 而多目标优化后  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  的 2-范数在 50 组位姿下的均值为 3.175, 优化之后  $\mathbf{J}^{-1}$ 、 $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1$  和  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2$  的 2-范数比优化之前降低了 44.26%。

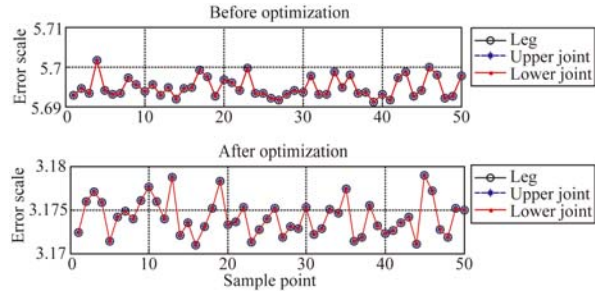


图 13 次镜调整机构雅克比矩阵 2-范数

Fig. 13  $\|\mathbf{J}\|_2$  of secondary adjusting mechanism

#### 4.2 次镜调整机构各腿以及铰点精度分配

在次镜调整机构单腿促动器以及上下铰链的设计过程中, 需要合理的确定单腿促动器以及上下铰链的加工和装配精度指标。在保证同样精度指标情况下, 上下铰链加工和装配难度高于单腿促动器<sup>[23]</sup>, 因此, 根据权重系数法构造次镜调整机构各腿以及铰点误差分配非线性目标函数为:

$$f = \min \left\{ \frac{a}{\|\delta l\|_{\max}} + \frac{b}{\|\delta \mathbf{OP}_i\|_{\max}} + \frac{b}{\|\delta \mathbf{OB}_i\|_{\max}} \right\}, \quad (17)$$

其中: 权重系数取值为  $a=1$  和  $b=4$ 。

根据次镜调整机构误差模型, 如果给定次镜调整机构动平台的最大允许误差  $E_{\max}$ , 上述非线性目标函数约束方程为:

$$\|\mathbf{J}^{-1}\|_2 \|\delta l\|_2 + \|\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_1\|_2 \|\delta^A \mathbf{a}\|_2 + \|\mathbf{J}^{-1} \mathbf{Q}_2\|_2 \|\delta^A \mathbf{b}\|_2 \leq E_{\max}. \quad (18)$$

根据次镜光路传递要求, 最大位姿误差一般不超过  $15 \mu\text{m}$ , 考虑到准静态调整过程, 设定次镜调整机构最大允许误差  $E_{\max} = 50 \mu\text{m}$ , 上述目标函数应用 lagrange 乘子法进行最小值求解, 优化前后结构参数铰点及腿长的误差分配结果, 如表 5 所示。

表 5 次镜调整机构误差分配

mechanism	Error distribution of secondary adjusting mechanism ( $\mu\text{m}$ )	
	优化前	优化后
$\ \delta l\ _{\max}$	1.3	3.2
$\ \delta \mathbf{OP}_i\ _{\max}$	2.7	6.3
$\ \delta \mathbf{OB}_i\ _{\max}$	2.7	6.3

从表 4 可以看出,在给定位姿误差限  $E_{\max}$  为  $50\ \mu\text{m}$  时,优化之后上下铰点的误差限由  $2.7\ \mu\text{m}$  提高到  $6.3\ \mu\text{m}$ ,各腿的误差限由  $1.3\ \mu\text{m}$  提高到  $3.2\ \mu\text{m}$ 。

### 5 试验测试

基于上述的构型参数优化结果,研制次镜调整机构平台如图 14 所示。为消除振动等环境的影响,将次镜调整机构样机安装在隔振平台上。并用精度为  $0.1\ \mu\text{m}$  的光栅尺长度计对平台定位精度以及抗变形能力进行测试。

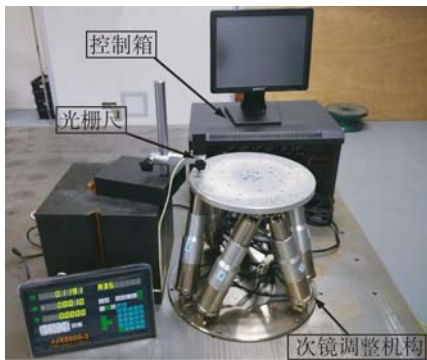


图 14 次镜调整机构样机试验平台  
Fig. 14 Test bench of SMAM

相对精度为绝对精度误差与理论所达到的位姿之间的比值。它反映在某固定行程内动平台的定位精度能力<sup>[24]</sup>。测试 Z 轴方向上的相对精度误差,在 Z 轴方向以  $200\ \mu\text{m}$  每步前进,进行 20 步测试所得误差分布状况如图 15 所示。

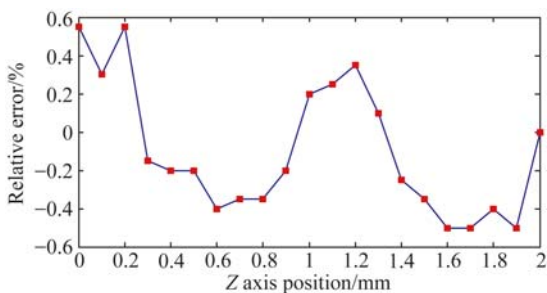


图 15 Z 轴定位精度测试  
Fig. 15 Accuracy testing result of Z axis

从图 15 可以得出,定位平台在 Z 轴  $200\ \mu\text{m}$  步进下的相对误差精度不大于  $0.6\%$ 。

对于次镜调整机构抗变形能力,在垂直 Z 方向施加  $[-500\ \text{N}, 500\ \text{N}]$  的力,在每个施力点测得动平台在 Z 轴方向上偏离初始点的位移。测试结果如图 16 所示。

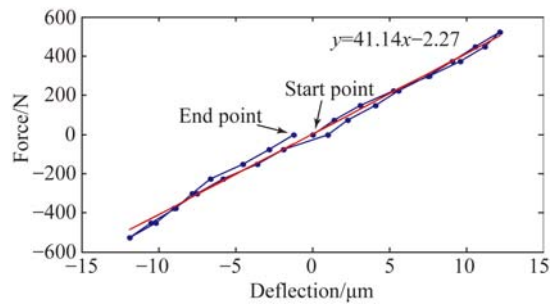


图 16 Z 轴抗变形能力测试  
Fig. 16 Anti-deformation testing result of Z axis

对试验数据进行曲线拟合,由曲线斜率可得次镜调整机构 Z 轴静刚度为  $41.14\ \text{N}/\mu\text{m}$ 。

### 6 结 论

本文基于某大型空间光学载荷次镜调整机构进行结构优化设计以及各子结构误差分配。首先,建立次镜调整机构运动模型及静刚度模型,分析 Hexapod 平台机构的主要结构参数对机构性能的影响。其次,根据设计性能指标要求提出次镜调整机构优化设计性能指标,即定位精度指标和抗变形指标。基于优化设计性能指标,对次镜调整机构结构参数进行多目标优化,优化前后动平台定位精度提高  $8.3\%$ ,抗变形能力提高  $62.5\%$ ,提高动平台的定位精度和静刚度。之后,根据次镜调整机构误差模型,提出各支撑杆及上下铰点误差优化分配方法,在给定的动平台位姿情况下,对支撑杆及上下铰进行误差分配,优化前后上下铰点的误差限由  $2.7\ \mu\text{m}$  提高到  $6.3\ \mu\text{m}$ ,各腿的误差限由  $1.3\ \mu\text{m}$  提高到  $3.2\ \mu\text{m}$ 。最后,测试相对定位精度以及抗变形能力,验证了多目标优化以及误差最优分配的效果,节约了设计、加工成本和缩短设计、加工周期。

## 参考文献:

- [1] 杨剑锋,徐振邦,吴清文,等.空间光学载荷六维隔振系统设计及特性分析[J].光学精密工程,2015,23(5):143-153.  
YANG J F, XU ZH B, WU Q W, *et al.*. Design of six dimensional vibration isolation system for space optical payload [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(5):143-153. (in Chinese)
- [2] 贾学志,王栋,张雷,等.轻型空间相机调焦机构的优化设计与精度试验[J].光学精密工程,2011,19(8):1824-1831.  
JIA X ZH, WANG D, ZHANG, *et al.*. Optimizing design and precision experiment of focusing mechanism in lightweight space camera [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(8):1824-1831. (in Chinese)
- [3] GEIJO E M, CASALTA J M, CANCHADO M, *et al.*. VISTA secondary mirror drive performance and test results [C]. *Astronomical Telescopes and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics*, 2006:627338-627338-10.
- [4] DOUGLAS R N, RYAN S, JAKE D, *et al.*. Baseline design of the LSST hexapods and rotator [J]. *SPIE*, 2014, 9151:91512B-1-16.
- [5] SEBRING T A, DUNHAM E W, MILLIS R L. The discovery channel telescope: a wide-field telescope in northern arizona [C]. *Astronomical Telescopes and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics*, 2004:658-666.
- [6] CASA LTA J M, ARINO J, CANCH ADO M, *et al.*. The performances of GTC secondary mirror drive unit [J]. *SPIE*, 2004, 5495:507-517.
- [7] 徐刚,杨世模,龚雨兵.大型光学望远镜副镜位姿精调机构的优化设计[J].光学精密工程,2008,16(7):1181.  
XU G, YANG SH M, GONG Y B. Optimal design of pose and position fine tuning apparatus for secondary mirror in large optical telescope [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(7):1181. (in Chinese)
- [8] 王永,姚太克,周烽,等.望远镜副镜的三自由度并联支撑构型研究与运动分析[J].光学精密工程,2013,21(11):2860-2869.  
WANG Y, YAO T K, ZHOU F, *et al.*. Type synthesis of 3-DOF parallel support system for telescope secondary mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(11):2860-2869. (in Chinese)
- [9] MERLET J. Parallel robots, second ed [M]. Springer-Verlag New York Inc, 2006.
- [10] VON DAAKE A, VETTER C, BÖHM E, *et al.*. Contribution to calibration of hexapod positioning units in industrial environment [J]. *Precision Engineering*, 2013, 37(1):73-80.
- [11] HUANG T, DEREK G. A general and novel approach for parameter identification of 6-DOF parallel kinematic machines [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2005, 40(2):219-239.
- [12] ARSENAULT M, BOUDREAU R. Synthesis of planar parallel mechanisms while considering workspace, dexterity, stiffness and singularity avoidance [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128(1):69-78.
- [13] SONG J, MOU J I, KING C. Parallel kinematic machine positioning accuracy assessment and improvement [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2000, 2(1):48-58.
- [14] YAO R, TANG X, LI T, *et al.*. Error analysis and distribution of 6-SPS and 6-PSS reconfigurable parallel manipulators [J]. *Tsinghua Science & Technology*, 2010, 15(5):547-554.
- [15] SU Y X, DUAN B Y, ZHENG C H. Genetic design of kinematically optimal fine tuning Stewart platform for large spherical radio telescope [J]. *Mechatronics*, 2001, 11(7):821-835.
- [16] 段学超,仇原鹰,段宝岩.基于自适应遗传算法的 Stewart 平台结构双目标优化设计[J].计算力学学报,2007,23(6):718-721.  
DUNA X CH, CHOU Y Y, DUAN B Y. Bi-objective optimization of structural parameters of the Stewart platform based on adaptive genetic algorithm [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2007, 23(6):718-721. (in Chinese)
- [17] JAEHOON L, JOSEPH D, KENNETH H H. A practical quality index based on the octahedral manipulator [J]. *J. of Robotics Research*, 1998, 17(10):1081-1090.
- [18] MERLET J P. Jacobian, manipulability, condition number, and accuracy of parallel robots [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2006, 128(1):199-206.
- [19] ZHANG D, WANG L, LANG S Y. Parallel kinematic machines; design, analysis and simulation in an integrated virtual environment [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2005, 127(4):580-588.
- [20] 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学[M].北京:

高等教育出版社,2006.

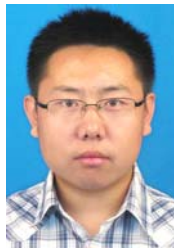
HUANG ZH, ZHAO Y SH, ZHAO T SH. *Advanced Spatial Mechanism* [M]. Beijing: Chinese High Education Press,2006. (in Chinese)

- [21] SNEED R C, KEAS P J. Error reduction and modeling for hexapod positioners of secondary mirrors for large ground-based telescopes [C]. *SPIE Astronomical Telescopes Instrumentation. International Society for Optics and Photonics*, 2014:915020-915020-14.
- [22] 张景旭,安其昌,李剑锋,等.基于机构条件数的 30 m 望远镜三镜 Stewart 平台[J]. *光学精密工程*, 2014,22(4):890-897.
- ZHANG J X, AN Q CH, LI J F, *et al.*. Third mirror Stewart platform of TMT based on mechanism condition number [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014,22(4):890-897. (in Chinese)
- [23] CHUNSHEN L. Precision design of modular parallel kinematic machines [J]. *Tool Engineering*, 2007, 41(8):38.
- [24] SNEED R C, CASH M F, CHAMBERS T S, *et al.*. Six degrees of freedom, sub-micrometer positioning system for secondary mirrors [C]. *SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation. International Society for Optics and Photonics*, 2010:77332R-77332R-11.

#### 作者简介:



韩春杨(1987—),男,吉林辽源人,研究实习员,2011年、2014年于吉林大学分别获得学士学位、硕士学位,主要从事光学望远镜次镜微调机构、空间载荷力学分析等方面的研究。E-mail: hanchunyang.312@163.com



徐振邦(1982—),男,内蒙古通辽人,副研究员,2005年、2010年于中国科技大学分别获得学士学位、博士学位,主要从事振动控制、空间遥感器的力学分析研究。E-mail: xuzhenbang@gmail.com

(版权所有 未经许可 不得转载)