

文章编号 1004-924X(2017)增-0235-09

## 融合双树复小波和改进形态学的视网膜图像增强

张丽娟<sup>1</sup>, 殷婷婷<sup>1</sup>, 李 阳<sup>1\*</sup>, 王琺楠<sup>1</sup>, 刘 颖<sup>2</sup>

- (1. 长春工业大学 计算机科学与工程学院 吉林 长春 130012;
2. 吉林财经大学 管理科学与信息工程学院 吉林 长春 130117)

**摘要:** 视网膜图像的增强受色差、对比度、血管密集等影响, 增强难度高。为此提出一种结合双树复小波和形态学变换优点的增强方法。首先用双树复小波变换去分解视网膜图像; 接着, 把自适应阈值去噪应用在高频部分, 针对低频部分, 采用改进的形态学 top-hat 变换进行处理; 最后, 采用双树复小波的逆变化进行高低频部分重构, 得到增强后的视网膜图像。为验证此算法, 把 DRIVE 数据库中的 40 幅视网膜图像作为样本进行仿真实验。数据显示, 本文算法可以使标准差, 均值, 信息熵等评价指标提高 15% 以上; 在图像清晰度, 差异度与失真度上, 与其他算法相比, 本文效果优化至少 5% 以上。综合来讲, 本文算法在提高图像的整体视觉效果上具有良好的表现。

**关键词:** 视网膜图像; 双树复小波; top-hat 变换; 图像增强

**中图分类号:** TP394.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172513.0235

## Intensification of retinal image integrating dual-tree complex wavelet and improved morphology

ZHANG Li-juan<sup>1</sup>, YIN Ting-ting<sup>1</sup>, LI Yang<sup>1\*</sup>, WANG Jun-nan<sup>1</sup>, LIU Ying<sup>2</sup>

- (1. College of Computer Science and Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China;
  2. School of Management Science and Information Engineering, Jilin University of Finance and Economics, Changchun 130117, China)
- \* Corresponding author, E-mail: liyangyaya1979@sina.com

**Abstract:** In order to solve the problem that the intensification of retinal image affected by chromatic aberration, contrast and dense blood vessels etc, was hard to achieve, an intensification method of combing dual free complex wavelet (DT-CWT) and advantages of morphology transform was proposed. The retinal image was decomposed by using the transformation of dual-tree complex wavelet (DT-CWT) at first, and then adaptive wavelet threshold de-noising was applied to the high-frequency part and for the low-frequency part, top-hat transformation of improved morphology was adopted for its processing, finally, the high-frequency and low-frequency part were reconstructed by adopting the inverse transformation of dual free complex wavelet and the intensified retinal image was obtained. In order to verify the algorithm, 40 retinal images in the DRIVE database were used as samples for simu-

收稿日期: 2017-06-05; 修订日期: 2017-07-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61402193); 吉林省科技厅基金资助项目 (No. 20160418080FG); 吉林省教育厅基金资助项目 (No. 2014142, No. JJKH20170575KJ)

lation experiment. The data shows that standard deviation, mean value, information entropy and other evaluation indexes can be increased by more than 15% by using the algorithm of the thesis; for the image definition, diversity factor and degree of distortion are at least optimized by more than 5% compared with other algorithms. Arrivalling at a conclusion that the algorithm proposed performs better in improving the overall visual effect of image.

**Key words:** retinal image; dual tree complex wavelet transform; top-hat transform; image enhance

## 1 引言

在医学上,视网膜微血管病变是人体糖尿病、高血压、心血管疾病等的直接反应,高分辨率视网膜图像的获得变得尤为重要。通常所获得的眼底视网膜图像像素对比度低、局部光照不均、血管分布复杂密集,不利于医生对患者病情进行诊断。现医学上普遍使用的眼底照相机,由于成像条件差,人眼固有相差的局限,获取的视网膜图像质量并不高。噪声、对比不均、轮廓不清晰等情况阻碍了有用信息的获取。在正式对视网膜视盘、黄斑、血管等进行诊断前,用数字图像技术对视网膜图像进行增强<sup>[1]</sup>,提高图像质量必不可少。

在图像增强处理领域,现有的方法都是在空域或频域基础上实施的。视网膜图像相较于普通图像在细节方面的处理要求更高,因此处理的算法也与普通图像有些不同。Rajamani 等<sup>[2-4]</sup>是在空域内通过自适应直方图均衡化的方法对视网膜图像进行处理,在提高对比度上取得了很好的效果,但是对于背景噪声的去除效果并不理想;赵宏宇等<sup>[5]</sup>的图像增强采用 Retinex 算法,可以处理光线较弱的图像,整体增强算法是在马尔科夫随机场模型下完成的;Banerje 等<sup>[6-7]</sup>采用小波变换和双边滤波结合来处理视网膜图像,算法处理速度更快,但此方法的小波重构不完全;Kumari 等<sup>[8-9]</sup>提出的增强方法是在血管方向使用中值滤波进行的,但在尺度选用上过于单一,不适用于大多数图像;Jia<sup>[10-11]</sup>等人把 Hessian 矩阵应用到血管检测上,运用线状滤波函数来处理图片,对血管的增强很有用,但不利于周围病灶的增强。综上所述,现有的方法大多不能全局化对视网膜图像进行改善,在提高图像视感质量方面还有缺陷。本文提出的增强方法,在研究图像特征的基础上,综合了双树复小波<sup>[12]</sup>和 top-hat 变换<sup>[13]</sup>的优点,对视网膜图像质量改善上有一定效果。方法流程图如下:

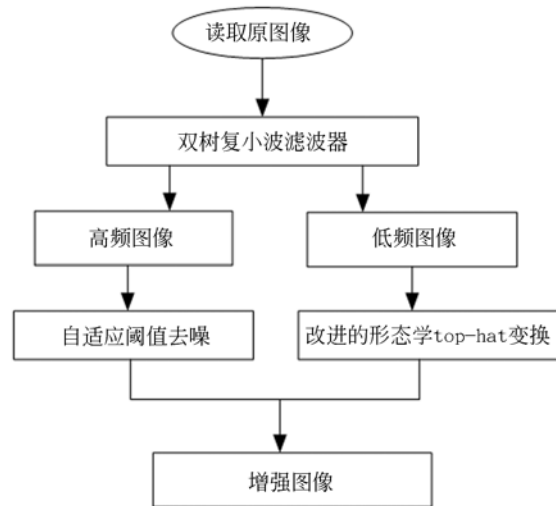


图 1 本文增强算法流程图

Fig. 1 Flowchart of enhancement algorithm

## 2 双树复小波变换

双树复小波变换(Dual-tree Complex Wavelet Transform, DT-CWT)是 Kingbury<sup>[14]</sup>为了满足完全重构条件所提出的。除了满足完全重构条件之外,它也具备近似平移不变性,多方向选择性,计算量小等特点。

双树复小波是在复数小波基础上得来的,即在复数小波变换一个滤波器的基础上又加入了一个滤波器,使复数小波变换在两个滤波器上同时进行,可得:

$$\psi(t) = \psi_h(t) + i\psi_g(t), \quad (1)$$

其中  $\psi_h(t)$  和  $i\psi_g(t)$  分别为实数和虚数且都为小波基函数。

为了减少平移敏感性和满足完全重构,在传统离散小波变换的基础上一步步演变成双树复小波变换。在平移敏感性问题,低通和高通滤波

器之间需满足两个条件,第一它们需构成 Hilbert 变换对<sup>[15]</sup>,即两信号幅度值不变,相位差为 90°。根据 Selesnick 定理,两树的低通滤波器  $h_0(n)$ 、 $g_0(n)$  达到半采样延迟条件:

$$g_0(n) \approx h_0(n - 0.5), \quad (2)$$

或者说满足:

$$\psi_g(t) \approx H\{\psi_h(t)\}. \quad (3)$$

此时,相应的小波基  $\psi_h(t)$  和  $\psi_g(t)$  能构成 Hilbert 变换对。

第二需满足下式:

$$\psi_g(\omega) = \begin{cases} -i\psi_h(\omega), & \omega > 0 \\ i\psi_h(\omega), & \omega < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

式中  $\psi_h(\omega)$  和  $\psi_g(\omega)$  分别表示  $\psi_h(t)$ 、 $\psi_g(t)$  的傅里叶变换。

上述变换都是一维数据基础上的,对于二维数据  $\psi(x, y)$ ,其变换如下:

$$\psi(x, y) = \psi(x)\psi(y), \quad (5)$$

那么

$$\begin{aligned} \psi(x, y) &= [\psi_h(x) + i\psi_g(x)][\psi_h(y) + i\psi_g(y)] = \\ &= \psi_h(x)\psi_h(y) - \psi_g(x)\psi_g(y) + \\ &= i[\psi_h(x)\psi_g(y) + \psi_h(y)\psi_g(x)], \end{aligned} \quad (6)$$

它的变换如图 1 所示。

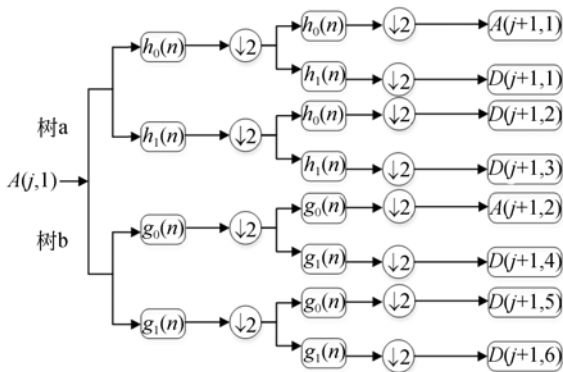


图 2 二维双树复数小波变换示意图

Fig. 2 Schematic diagram of 2D dual tree complex wavelet transform

图 2 中,两树各包含高、低两个滤波器对,↓2 表示隔点采样。 $h_{0a}(n)$ 、 $h_{1a}(n)$  为树 a 的共轭正交滤波器对,两者满足下式:

$$\sum_n h_{0a}(n)h_{0a}(n+2k) = \delta(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}. \quad (7)$$

它们为实数滤波器。

树 a 中的滤波器对  $h_{0a}(n)$  对应的实值尺度函数  $\varphi_a(t)$  为:

$$\varphi_a(t) = \sqrt{2} \sum h_{0a}(n)\varphi_h(2t-n), \quad (8)$$

$h_{1a}(n)$  对应的小波函数  $\psi_a(t)$  为:

$$\psi_a(t) = \sqrt{2} \sum h_{1a}(n)\varphi_h(2t-n). \quad (9)$$

以此类推,可得到树 b 中  $\varphi_b(t)$  和  $\psi_b(t)$ :

$$\varphi_b(t) = \sqrt{2} \sum h_{0b}(n)\varphi_h(2t-n), \quad (10)$$

$$\psi_b(t) = \sqrt{2} \sum h_{1b}(n)\varphi_h(2t-n). \quad (11)$$

在上述分解图 2 中可知,每一级二维双树复小波变换都分解出 8 个部分  $A(j+1,1)$ ,  $A(j+1,2)$ ,  $D(j+1,m)$  ( $m \leq 6$ ),高频、低频个数分别为 6 和 2。分解冗余度保持在 4:1,每一层分解中的 6 个高频细节部分对应图像中的 6 个不同方向( $\pm 15^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 75^\circ$ )的信息,多了 3 个可选择的方向。因此,在分解与重构方面效果更好,有利于细节信息的保留。

### 3 形态学变换

形态学变换是针对图像处理的一系列操作,属于数学上的一个分支,在灰度图像的处理上有很好的视觉效果。形态学 top-hat 变换是由开闭运算组合而来,而开闭运算则是由膨胀运算和腐蚀运算递推得来的。

#### 3.1 灰度膨胀原理

膨胀就是在图像与核进行卷积后,计算核覆盖的区域的像素点集。对图像  $f$  进行膨胀操作,记为  $f \oplus B$ :

$$f \oplus B = \max_{u,v} (f(x-u, y-v) + B(u, v)), \quad (12)$$

其中,  $f$  是原始灰度图像,  $B$  是结构元素(核),选用适当的结构元素有助于改善背景灰度不均匀情况。在膨胀过程中,所有位移  $(x-u, y-v)$  始终在灰度图像  $f$  之内,膨胀过程如下:

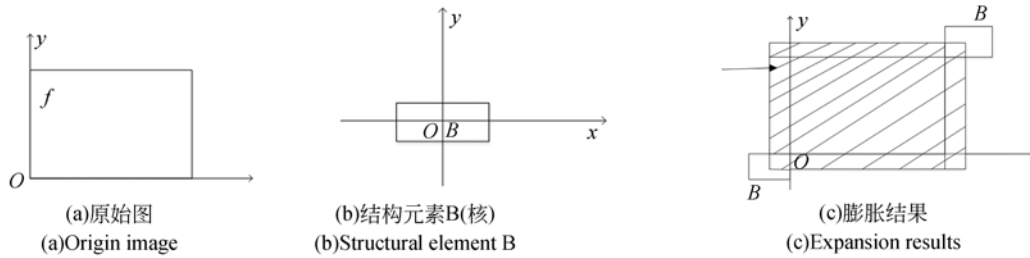


图 3 膨胀过程

Fig. 3 Expansion process

从上图中可以看出,膨胀的过程就是把结构元素  $B$  进行平移,结构元素  $B$  的镜像在图像  $f$  上划过,在此过程中, $B$  与  $f$  的某些部分会重叠,这些重叠的非空的点所构成的集合就是膨胀。

### 3.2 灰度腐蚀原理

腐蚀就是求局部最小值的操作,会消除比核小的元素。对图像  $f$  进行腐蚀操作,记为  $f \ominus B$  :

$$f \ominus B = \min_{u,v} (f(x+u, y+v) - B(u, v)), \quad (13)$$

其中,  $f$  是原始灰度图像,  $B$  是结构元素(核)。在腐蚀过程中,所有位移  $(x+u, y+v)$  始终在灰度图像  $f$  之内,腐蚀过程如下:

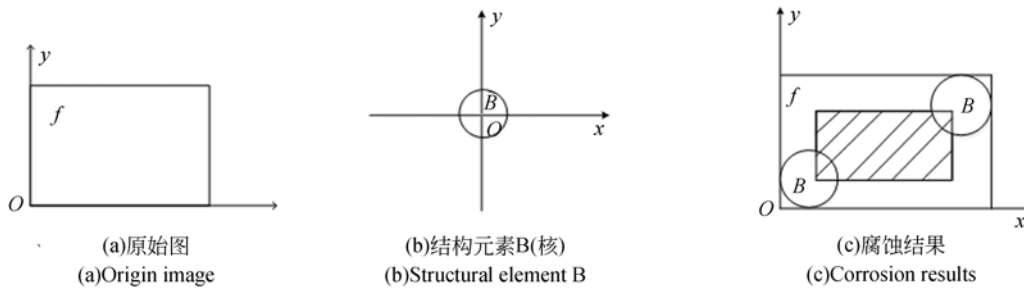


图 4 腐蚀过程

Fig. 4 Corrosion process

在图 4 中,腐蚀的过程就是把结构元素  $B$  进行平移,结构元素  $B$  的镜像在图像  $f$  上划过,在结构元素  $B$  定义的区域内,使  $B$  包含于  $f$  的这些非空的点所构成的集合就是腐蚀。

### 3.3 形态学 top-hat 变换

#### 3.3.1 传统的 top-hat 变换

传统的形态学 top-hat 变换是基于开运算的,计算公式如下:

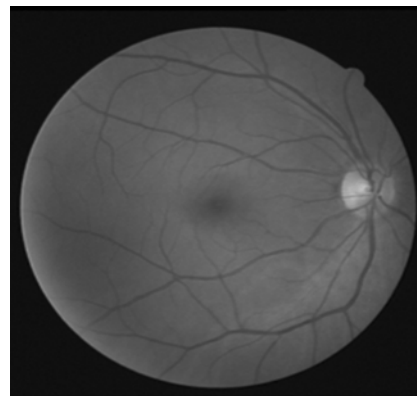
$$f_{en} = f - f \circ B, \quad (14)$$

其中,  $f_{en}$  是处理后得到的增强图像,  $f$  是原始灰度图像,  $B$  为结构元素,  $f \circ B$  为形态学开运算。而形态学开运算就是基于膨胀和腐蚀的一系列操作:

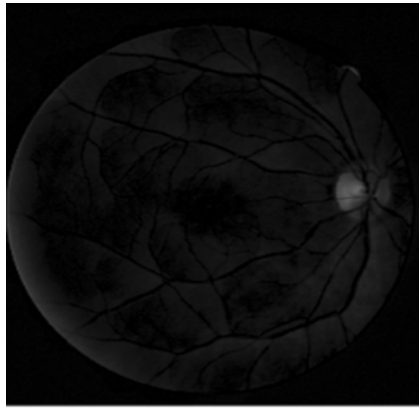
$$f \circ B = (f \ominus B) \oplus B, \quad (15)$$

其中,  $\ominus$  表示腐蚀运算,  $\oplus$  表示膨胀运算。

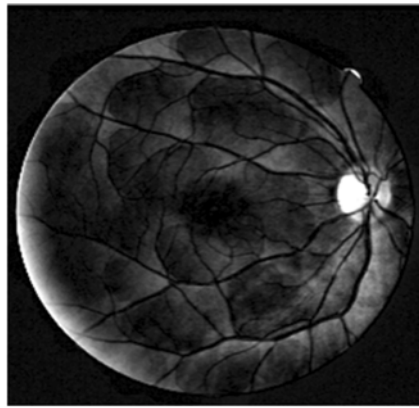
图 5 为在视网膜图像上进行传统 top-hat 变换。



(a)原始图  
(a)Origin image



(b)Top-hat变换  
(b)Top-hat transform



(c)对比增强  
(c)Contrast enhancement

图 5 传统 top-hat 变换  
Fig. 5 Traditional top-hat transform

从实验结果可以看出,对于背景复杂,灰度不均,细节量多的视网膜图像,传统的 top-hat 处理的效果并不好。

### 3.3.2 改进的形态学 top-hat 变换

为了改善上述处理视网膜图像效果不好的状况,本文对传统形态学 top-hat 变换进行改进。

改进的第 1 步:加入形态学闭运算。引入两种变换机制:白变化和暗变换,白变化是把原始图与开运算结果相减,暗变换是把闭运算结果与原始图相减。即:

$$\text{白变化: } WTH(x, y) = f - f \circ B, \quad (16)$$

$$\text{暗变化: } BTH(x, y) = f \bullet B - f. \quad (17)$$

两种变化的作用相反,目的是亮细节特征和暗细特征在图像中分别形成前景和背景,为了增加对比度,需要白、暗变化的结合。

改进的第 2 步:增加尺度参数  $\lambda$ ;  $\lambda$  控制着增强的比例,在具体实施过程中,白变化和暗变化应该设置相同的尺度参数,同比例增强。对于尺度参数  $\lambda$ ,本文使用边缘梯度信息构造函数:

$$\lambda_i(x, y) = \text{Sigmoid} \left[ g_i(x, y) - \frac{g_{i\max} + g_{i\min}}{2} \right], \quad (18)$$

其中:

$$g_i = f \oplus B - f \ominus B, \quad (19)$$

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad (20)$$

其中,  $g_{i\max}$ 、 $g_{i\min}$  分别为  $g_i$  的最大值与最小值。增强的强度随着图像亮度梯度进行自适应变化。

综上,改进后的增加结果为:

$$f_{en} = f + k\lambda_i(WTH(x, y) - BTH(x, y)), \quad (21)$$

其中,  $k$  为常数,  $\lambda$  为尺度参数。

图 6 为改进后的 top-hat 变化结果,试验中,结构元素  $B$  取值为 12。

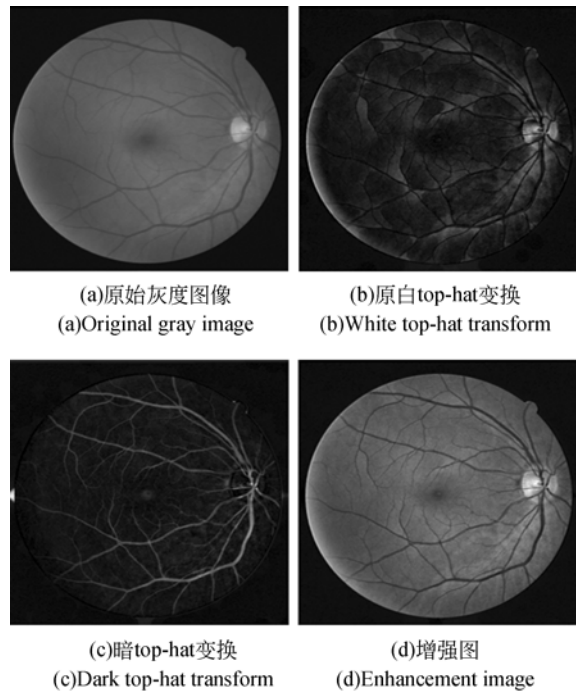


图 6 改进的 top-hat 变换

Fig. 6 Improved top-hat transform

从图 6 可以看出,改进后的 top-hat 变化效果很好,综合了白、暗两种变化的优点,在清晰度和视觉对比度上都有很大改善。

## 4 基于 DT-CWT 和改进的 top-hat 相结合的视网膜图像增强

对于图像  $\psi(x, y)$ , 在经过双树复小波滤波器后, 分解成高低频两部分; 再对低频子图像  $A(j+1, 1), A(j+1, 2)$  进行灰度变换后, 得到图像  $f_1, f_2$ 。

在处理低频图像  $f_1, f_2$  的过程中, 受血管差异大的影响, 一次性求解有困难, 需要在不同方向都进行变换。因此本文对得到灰度图像  $f_1, f_2$  在  $N$  个方向进行改进后的 top-hat 变换并求和, 即:

$$WTH(x, y)_i = \sum_{i=0}^{N-1} (f - f \circ B_i), \quad (22)$$

$$BTH(x, y)_i = \sum_{i=0}^{N-1} (f \cdot B_i - f), \quad (23)$$

那么, 可得到图像的多方位 top-hat 变换:

$$f_{en} = f + k\lambda_i (WTH(x, y)_i - BTH(x, y)_i). \quad (24)$$

即:

$$f_{en} = f + k\lambda_i \left[ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{N-1} (f - f \circ B_i) - \\ \sum_{i=0}^{N-1} (f \cdot B_i - f) \end{array} \right]. \quad (25)$$

获得的低频部分经改进的 top-hat 变化增强的图像为  $f_{en}$ 。

由于小波有去噪作用, 并且经 DT-CWT 分解后, 低频部分图像经过了 top-hat 处理, top-hat 对噪声有一定的抑制, 所以本文对图像噪声的处理只体现在高频部分, 本文采用文献<sup>[16]</sup>中自适应阈值方法对高频细节子图像  $D(j+1, m)$  进行去噪, 得到去噪后的高频部分图像  $D^1$ 。

最后, 综合处理后的高频细节部分  $D^1$  和低频细节部分  $f_{en}$  进行逆双树复小波 (IDT-CWT), 得到最终的增强图像  $F$ 。

## 5 仿真实验及评价

### 5.1 实验结果

为了验证本文算法的实用性和可操作性, 本文选择驱动器数据库<sup>[17]</sup> (DRIVE database) 中的视网膜图像进行算法的测试, 选用 40 幅视网膜图像作为样本进行试验。为了试验的便利, 本文实验中输入的原始图像都采用相同的大小及格式。同时, 选用文献[2]中的直方图均衡化增强算法、文献[5]中的 retinex 算法以及反锐化掩膜算法处理驱动器数据库中的视网膜图像来对比验证本文算法的可靠性。部分实验结果如图 7 所示。

图 7 是 4 种算法的图像增强效果对比, 由 5 列图像组成。其中, 图 7(a) 列是待处理的原始灰度视网膜图像, 它是从 DRIVE 公共数据库随机挑选的四幅图像, 经灰度处理后的显示; 图 7(b) 列为文献[2]中的直方图均衡化增强算法处理的结果; 图 7(c) 列为文献[5]中的 retinex 算法的结果; 图 7(d) 列为进行反锐化掩膜法增强的结果; 图 7(e) 列为本文算法的结果。

从实验结果中可以看出, 图 7(b) 列图像的亮度有很大变化, 特别是以视盘为中心的周围区域亮度大, 但视盘也过于亮而有些失真, 较原始图血管清晰度有改善, 但效果并不好, 整体视觉效果有些失真; 图 7(c) 列图像整体对比度很好的改善, 血管亮度明显增强, 但是视盘、黄斑处增强效果不明显, 图像轮廓失真; 图 7(d) 列图像与原始图相比整体视觉效果良好, 图像清晰, 和 retinex 算法结果相比, 图像轮廓保留较好, 但主干血管周围亮度不够; 在本文算法的图 7(e) 列图像中, 整体图像亮度提高, 清晰度良好, 血管、视盘、黄斑等主要特征的视觉效果有明显的改善, 特别是视盘和主干血管周围的亮度有很大提高, 有利于之后的血管分割、提取, 图像轮廓保留完好。

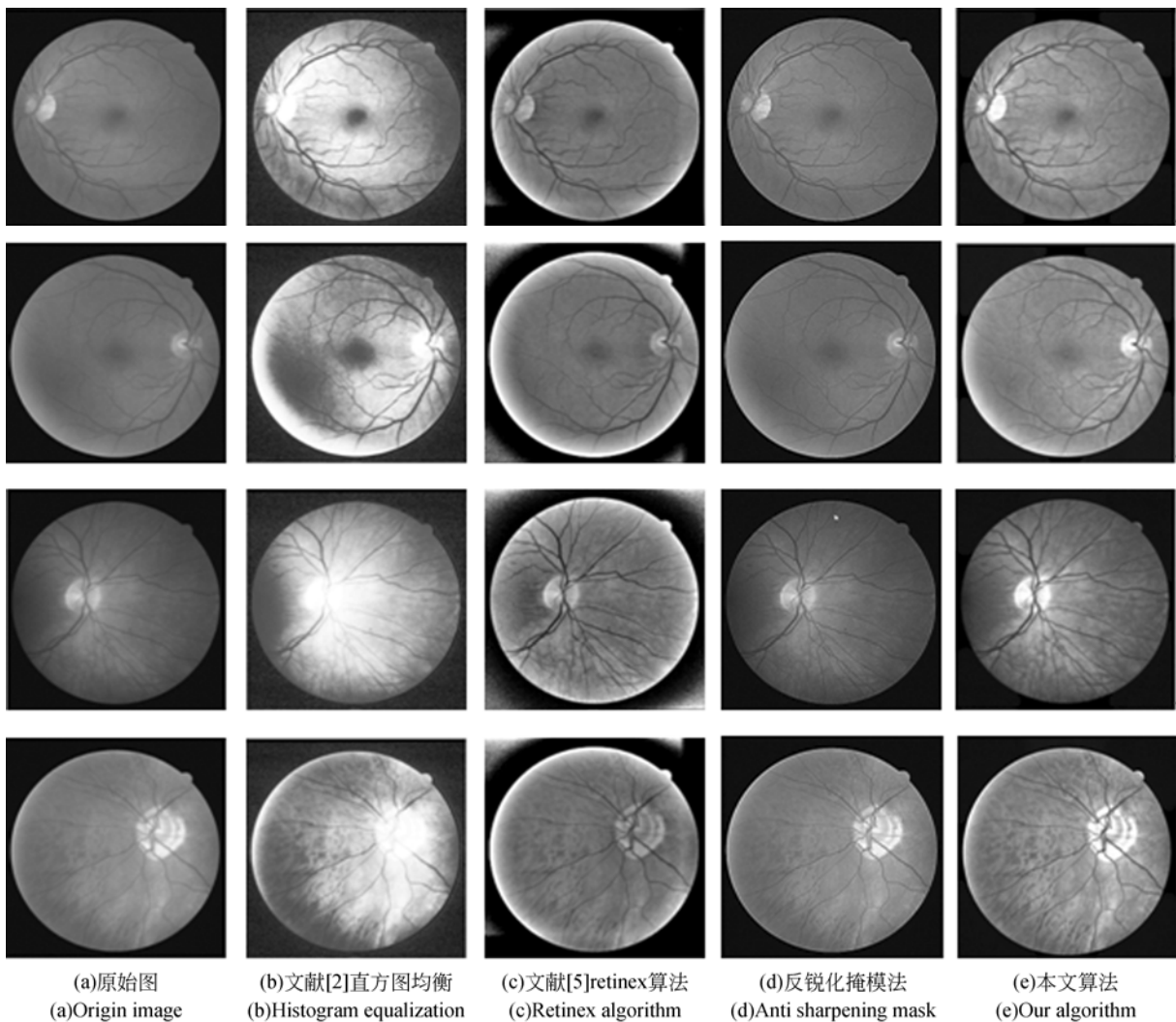


图 7 4 种算法的图像增强效果对比

Fig. 7 Contrast of image enhancement effects of four algorithms

### 5.2 图像质量评价

对于一副图像,评价它质量的指标有很多,在增强算法方面,很多指标不适用,本文选用以下 6 项指标来衡量增强效果。

首先是图像自身的评价指数,其中:在图像整体亮度的提高上,采用均值评价指标,图像均值越大表示亮度提高越大;在个体对比度上采用标准差评价指标,其值越大表示对比度越大;在图像包含的信息量上,采用信息熵评价指标,数值越大信息越多。评价结果如表 1 所示。

其次是图像与原始图像对比的各项评价指标,峰值信噪比(PSNR)由于计算复杂度低,好理解,在图像评价中经常使用,通常 PSNR 值与失真度成反比,越高越好。等效视数(ENL)体现了

表 1 关于图 7 中增强图像的指标对比

Tab. 1 Index contrast for enhanced images

评价指标	均值	标准差	信息熵
原始图	82.696	52.523	5.672
文献[2]直方图均衡	128.119	74.119	7.841
文献[5] retinex 算法	89.617	64.653	5.716
反锐化掩模法	84.412	54.751	6.113
本文算法	97.515	64.069	6.473

图像的灰度的对比度,ENL 的值与图像对比度成反比,值越小整体越清晰。交叉熵(CEE)反应的是差异性,图像间的差异越大则相对熵越大,差异越小则相对熵越小,若 2 者相同则熵为 0。

评价结果如表 2 所示。

表 2 关于图 7 中增强图像的指标对比  
Tab.2 Index contrast for enhanced images

评价指标	PSNR	ENL	CEE
文献[2]直方图均衡	18.299 2	1.754 8	2.141 5
文献[5]retinex 算法	22.291 8	1.587 1	2.456 4
反锐化掩模	23.910 4	1.482 3	1.612 5
本文算法	31.146 0	1.415 9	1.232 4

从表 1 和表 2 可以看出,在图像增强上 4 种算法各有不同的效果。例如,在图像亮度上直方图均衡的效果显著,但在 PSNR,ENL,CEE 上数据结果并不好,不能综合提高图像的质量。

为了达到综合提高的目的,相较于其他方法在一方面效果良好,其他方面效果欠佳的情况,本

文算法能综合改善图像质量,增强图像视觉效果。

## 6 结 论

本文根据双树复数小波与形态学 top-hat 变换各自优点,提出结合两者的方法来试验于数据库中的视网膜图像样本。采用双树复数小波变换对视网膜图像进行多尺度分解,用改进后的形态学 top-hat 变换来增强分解后的低频部分图像,用自适应阈值方法进行高频部分去燥,最后综和处理后的高、低频部分进行双树复小波逆变换得到最终的增强图像。通过实验结果及评价指数的对比可知,本文算法可以使标准差,均值,信息熵等评价指标提高 15% 以上,在图像清晰度,差异度与失真度上,与其他算法相比,本文效果优化至少 5% 以上。在视网膜图像增强上,本文算法有良好的表现。

## 参考文献:

- [1] MOLODIJ G, RIBAK E N, GLANC M, *et al.*. Enhancing retinal images by nonlinear registration [J]. *Optics Communications*, 2015, 342:157-166.
- [2] RAJAMANI V. Contrast enhancement using real coded genetic algorithm based modified histogram equalization for gray scale images[J]. *International Journal of Imaging Systems & Technology*, 2015, 25(1):24-32.
- [3] 周妍, 李庆武, 霍冠英. 基于非下采样 Contourlet 变换系数直方图匹配的自适应图像增强[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(8):2214-2222.  
ZHOU Y, LI Q G, Huo G W. Adaptive image enhancement based on histogram matching of non sampled Contourlet transform [J]. *optical precision engineering*, 2014, 22 (8): 2214-2222. (in Chinese)
- [4] 陈博洋. 彩色遥感图像的亮度直方图局部线性化增强[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2):502-508.  
CHEN B Y. Local luminance enhancement of luminance histogram of color remote sensing images [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25 (2): 502-508.. (in Chinese)
- [5] 赵宏宇, 肖剑柏, 禹晶, 等. 马尔科夫随机场模型下的 Retinex 夜间彩色图像增强[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(4):1048-1055.  
ZHAO H Y, XIAO C B, YU J, *et al.*. Markov random field model of the Retinex night color image enhancement [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22 (4): 1048-1055. (in Chinese)
- [6] BANERJEE S, MITRA M. Application of cross wavelet transform for ECG pattern analysis and classification[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2014, 63(63):326-333.
- [7] 迟健男, 张闯, 张朝晖, 等. 基于反对称双正交小波重构的图像增强方法[J]. *自动化学报*, 2010, 36(4):475-487.  
CHI J N, ZHANG CH, ZHANG ZH H, *et al.*. Image enhancement method based on antisymmetric biorthogonal wavelet [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36 (4): 475-487. (in Chinese)
- [8] KUMARI A, THOMAS P J, SAHOO S K. Single image fog removal using gamma transformation and median filtering [C]. *India Conference. IEEE*, 2014:1-5.
- [9] LI X, Ng M K, YUANG X. Median filtering-based methods for static background extraction from surveillance video[J]. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 2015, 22(5):1-10.
- [10] JIA Y, BO C. New approach to retinal image enhancement based on Hessian matrix[J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 31(6):1560-1562.

- [11] S LEFKIMMIATIS, A BOURQUARD, M UNSER, *et al.*. Hessian-based norm regularization for image restoration with biomedical applications [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(3):983-995.
- [12] ABBAS A, TRAN T D. Rational coefficient dual-tree complex wavelet transform: design and implementation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8):3523-3534.
- [13] ZHU P, MA X, HUANG Z. Fusion of infrared-visible images using improved multi-scale top-hat transform and suitable fusion rules[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2017, 81:282-295.
- [14] KUMAR R, SIGNH B, SHAHANI D T, *et al.*. Dual-tree complex wavelet transform-based control algorithm for power quality improvement in a distribution system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 64(1):764-772.
- [15] SELESNICK I W. Hilbert transform pairs of wavelet bases[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2001, 8(6):170-173.
- [16] 刘成云, 陈振学, 马于涛. 自适应阈值的小波图像去噪[J]. *光电工程*, 2007, 34(6):77-81.  
LIU CH Y, CHEN ZH X, MA, Y T. Wavelet image denoising with adaptive threshold [J]. *Opto Electronics Engineering*, 2007, 34(6): 77-81. (in Chinese)
- [17] STAAL J J, ABRAMOFF M D, NIEMEIJER M, *et al.*. Ridge based vessel segmentation in color images of the retina [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2004, 23: 501-509.

#### 作者简介:



张丽娟(1978—),女,吉林梅河口人,博士,副教授,2001年于吉林师范大学获得学士学位,2004年、2015年于长春理工大学分别获得硕士、博士学位,主要从事计算机视觉及光学图像处理等方面研究。E-mail: zhanglijuan@ccut.edu.cn



李 阳(1979—),女,吉林长春人,博士,讲师,2005年、2014年于吉林大学分别获得硕士、博士学位,东北师范大学统计学博士后,主要从事模式识别及图像处理等方面研究。E-mail: liyangyaya1979@sina.com



殷婷婷(1992—),女,湖北黄冈人,硕士研究生,2015年于华中科技大学武昌分校获得学士学位,主要从事视网膜图像处理方面的研究。E-mail: 834504347@qq.com