

文章编号 1004-924X(2017)增-0087-08

## 基于 T-S 模糊模型的恒张力系统摩擦预测

李 杨, 班晓军\*, 卢鸿谦, 尹 航, 黄显林

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 吊索恒张力悬挂系统中摩擦力严重影响着系统的精度和性能。为实现对系统中摩擦力的补偿, 本文以 T-S 模糊模型为基础, 采用模糊辨识的方法得到系统的模型, 从而实现对摩擦力的预测。采用模糊搜索树法选择了模型的最佳输入变量, 引入一种改进的模糊 c 均值聚类算法提高了系统的辨识效率, 并为该算法补充了聚类中心数的选取方法。建立吊索恒张力系统的仿真模型, 并以白噪声信号作为输入进行了实验, 所得 T-S 模糊模型输出与仿真输出误差为 0.013 5 N, 在斜坡、正弦等典型输入信号下, 模型输出在 1 000 N 数量级, 而平均误差在 0.01 N 左右。仿真结果表明, 本方法得出的预测模型精度高误差小, 是解决恒张力系统摩擦预测问题的有效方法。

**关键词:** 恒张力系统; 摩擦预测; T-S 模糊模型; 模糊辨识

**中图分类号:** TH703 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172514.0087

### Friction prediction of constant tension system based on T-S fuzzy model

LI Yang, BAN Xiao-jun\*, LU Hong-qian, YIN Hang, HUANG Xian-lin

(Center for Control Theory and Guidance Technology,  
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

\* Corresponding author, E-mail: banxiaojun@hit.edu.cn

**Abstract:** The friction seriously affects the accuracy and performance of constant tension suspension systems. In order to compensate the friction force, it is necessary to establish the model of the system and forecast the friction. Based on T-S fuzzy model, we use the method of fuzzy identification to obtain the model of the system, thus realizing the prediction of friction force. The optimal input variables of the model are selected by fuzzy search. An improved fuzzy c-means clustering algorithm is used to improve the efficiency of the system, and the method for selection of the clustering center number is added to the algorithm. The white noise signal is employed as input of the constant tension system model in simulations, and the output error of the obtained T-S fuzzy model is 0.013 5 N. In the slope, sine and other typical input signals, the model output is in the order of 1 000 N and the average error is approximately 0.01 N. The simulation results indicate that the proposed model which has high accuracy and low error is an effective method for friction prediction of constant tension systems.

**Key words:** constant tension system; friction prediction; T-S fuzzy model; fuzzy identification

收稿日期: 2017-08-22; 修订日期: 2017-09-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61304006)

## 1 引言

在地面进行星球车相关实验时,需要模拟外星表面的低重力环境以测试星球车的运动性能。目前已经有很多种方案来补偿地球的重力,包括被动配重、水下实验、主动电机补偿等<sup>[1]</sup>。在这些系统中,利用伺服电机牵引力抵消对象重力的主动补偿方式较为典型。吊索恒张力悬挂系统是主动补偿方式中的常用系统,该系统通过控制竖直拉力达到抵消被悬挂实验对象全部或者部分重力的作用。但该系统中的滑轮、轴承等机械结构都会产生较大的摩擦力,严重阻碍了系统性能和精度的提高。

为了减小摩擦力对系统性能的影响,可以使用润滑剂并优化机械结构,但是这些方法只能在一定程度上减小摩擦力。通过适当的控制补偿方法对摩擦力进行补偿可以大大减小摩擦力的影响,这要求建立系统中摩擦环节的模型并对摩擦进行预测。很多专家从摩擦机理出发建立了描述摩擦现象的数学模型,并且还在不断地完善和改进<sup>[2-4]</sup>。目前,摩擦补偿的很多相关工作都是以 LuGre 摩擦模型为基础,通过参数辨识得到摩擦模型来实现摩擦力的预测和补偿<sup>[4-6]</sup>。但摩擦是一种复杂的、非线性的、具有不确定性的自然现象,无法通过数学方法精确描述摩擦过程<sup>[6]</sup>,现有的摩擦模型也不能完全描述摩擦的具体过程。

1985 年,日本著名学者高木(T. Takagi)和关野(M. Sugeno)提出了 T-S 模糊模型<sup>[7]</sup>,随后他们又对辨识算法进行了一系列改进<sup>[8]</sup>。1993 年,Yoshinari 采用聚类算法进行模糊辨识<sup>[9]</sup>,并通过数值算例给出了详细的计算过程。文献[10]将模糊聚类与遗传算法相结合来进行模型辨识,取得了很好的效果。文献[11]中作者证明了 T-S 模型逼近非线性系统的有效性。T-S 模糊模型以模糊理论为基础,形式上采用 if-then 语言规则,能够有效描述复杂非线性系统,并且其后件部分的形式是一个线性方程式,方便后续控制器的设计。因此,T-S 模糊模型成为处理非线性系统辨识与控制的一个有力工具。

本文通过模糊辨识的方法建立了吊索恒张力悬挂系统的 T-S 模糊模型,实现了对包含摩擦在

内的系统输出的预测,进而实现了对摩擦力的预测。

## 2 吊索恒张力悬挂系统

本文采用如图 1 所示的恒张力系统简化机构,该系统通过电动机连接弹簧提供补偿力。假定所用吊索为刚性绳,不产生弹性形变,也不与滑轮产生相对滑动,系统摩擦来源主要在电机和滑轮处。同时,在弹簧的弹性范围内弹簧弹力与拉伸长度成正比,则补偿力与电机转子和滑轮角位移成正比。

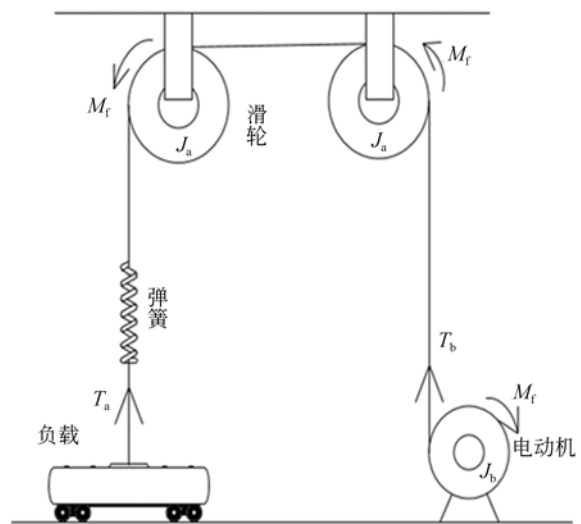


图 1 恒张力系统的简化结构

Fig. 1 Simplified structure of constant tension system

本文选用 LuGre 摩擦模型模拟实际中的摩擦环节,该模型的输入为速度(角速度),输出为摩擦力(摩擦力矩)。电机负载力矩由三个部分组成:其一是补偿力即弹簧拉力等效到电机处的力矩,其二是滑轮与轴承间产生的摩擦力矩,其三是电机内部的摩擦力矩。为简化分析,令电机转子半径与滑轮半径相同,不考虑吊索与滑轮之间的相对滑动,可以推得电机转速与滑轮转速相同,两者由 LuGre 摩擦模型得出的摩擦力矩也相同,因此可以将滑轮的转动惯量和摩擦力矩等效添加到电机的转动惯量和摩擦力矩上去。最终在 MATLAB 上搭建了吊索悬挂系统的仿真平台,其输入为电机电压,输出为弹簧拉力。

### 3 模糊辨识理论方法

#### 3.1 T-S 模糊模型介绍

T-S 模糊模型是一种以语言规则描述为基础的模型,对于单输出系统,模型第  $i$  条规则为:

$$\begin{aligned} R^i: & \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_m \text{ is } A_m^i, \\ \text{then } \hat{y}^i &= P_0^i + P_1^i x_1 + P_2^i x_2 + \dots + P_m^i x_m \\ & i = 1, 2, \dots, c, \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $c$  为模糊规则数目;  $\mathbf{x}$  为输入变量,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_m]^T$ ,  $x_j$  是第  $j$  个输入变量;  $A_j^i$  为模糊集合;  $\hat{y}^i$  为第  $i$  条模糊规则的输出;  $P_k^i$  为后件参数,  $k=0, 1, 2, \dots, m$ 。模糊集合采用式(2)所描述的高斯型隶属度函数。

$$A_j^i(x_j) = \exp\{-[(x_j - \alpha_{ij})^2 / \beta_{ij}^2]\}. \quad (2)$$

T-S 模型最终输出为各条模糊规则输出的动态加权之和,具体形式如下:

$$\hat{y} = W^1 \hat{y}^1 + W^2 \hat{y}^2 + W^3 \hat{y}^3 + \dots + W^c \hat{y}^c, \quad (3)$$

$$W^i = G^i / \sum_{i=1}^c G^i, G^i = \prod_{j=1}^m A_j^i. \quad (4)$$

#### 3.2 T-S 模型辨识方法

T-S 模糊模型的辨识由结构辨识和参数辨识组成,其中结构辨识主要包含输入变量的选择和输入空间的模糊划分,参数辨识主要是为了确定隶属度函数参数和结论参数。

##### 3.2.1 模型输入变量的选取

本文选用文献[8]提出的模糊搜索树法确定模型的最佳输入变量,该方法的基本步骤如下:首先,将样本数据分为 A 和 B 两组,定义模型误差(见式(5));随后以各个待选输入变量为输入建立单输入 T-S 模型并计算 RC 指标,从中选出误差最小的作为第一个输入变量;再依次将其他输入变量与第一个输入变量组合建立双输入 T-S 模型,选出误差最小的作为第二个输入变量;确定两个输入变量后,再依次加入其他变量建立三输入模型,如此重复直到模型误差减小到允许范围内为止。

$$\begin{aligned} RC = \frac{1}{2} & \left[ \sum_{i=1}^{N_A} (y_i^A - y_i^{AB})^2 / N_A + \right. \\ & \left. \sum_{i=1}^{N_B} (y_i^B - y_i^{BA})^2 / N_B \right], \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $N_A$  和  $N_B$  分别代表 A 组和 B 组的样本数目;  $y_i^A$  和  $y_i^B$  分别为 A 组和 B 组样本的实际输出;  $y_i^{AB}$  代表利用 B 组样本得到的模型,将 A 组数据代入后得到的模型输出,  $y_i^{BA}$  则相反。

##### 3.2.2 输入空间的模糊划分

对输入空间的模糊划分通常可以采用模糊 C 均值聚类算法(Fuzzy C-means, FCM),该算法的性能很大程度上受初始聚类中心的影响。当初始聚类中心与实际聚类中心相接近时,FCM 算法的收敛速度将大大加快,处理时间大大降低。Hung 等通过使用原始数据集的简化集来确定初始的聚类中心<sup>[12]</sup>,大大加快了 FCM 算法的收敛速度,这种算法被称之为 psFCM 算法。在该文献中,作者利用 k-d 树对原始数据集进行分区,并将每区中的各数据点简化为一个质心点,从而简化原始数据集。但利用 k-d 树进行分区仍稍显复杂,故他们使用简单的中间点来一次划分维度<sup>[13]</sup>,并对最佳分区数目进行了研究。本课题使用这种改进的 FCM 算法对输入空间进行划分,在确定聚类中心坐标的同时得到各数据点对各聚类中心的隶属度。

##### 3.2.3 聚类中心数目的确定

psFCM 算法中聚类中心数目需人为给定。为选择合适的聚类中心数目,通常可以对数据集分别取不同的聚类中心数目进行聚类分析,并计算各个聚类分析结果的性能指标来确定最佳聚类中心数,但这种方法将加大辨识算法的计算量。受 psFCM 算法启发,我们也可以采用简化的数据集来确定最佳聚类中心数目。

本文使用文献[14]所提出的聚类性能指标,选取三组不同的数据集和三组对应的简化数据集,分别计算了它们采用不同聚类中心数进行聚类分析后的聚类性能指标,结果如表 1 所示。随着聚类中心数的增加,性能指标第一次出现最小值的聚类中心数即为最佳聚类中心数。由表 1 可以看出,尽管原数据集与简化数据集模糊聚类后的性能指标数值不尽相同,但由此确定的最佳聚类中心数能够保持一致。因此,通过简化数据集确定最佳聚类中心数的方法是可行的。

表 1 聚类中心数目选取结果

Tab. 1 Selection result of clustering center number

| 中心数目 | 数据集 a         | 简化数据集 a       | 数据集 b         | 简化数据集 b       | 数据集 c         | 简化数据集 c       |
|------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2    | 1.3253        | 1.2724        | 1.6938        | 1.4025        | 1.8424        | 1.3808        |
| 3    | <b>0.8509</b> | <b>0.8936</b> | 1.1249        | 0.9976        | 1.2921        | 0.9103        |
| 4    | 0.9339        | 0.9579        | 1.1013        | 0.9291        | <b>0.5559</b> | <b>0.6258</b> |
| 5    | 0.9378        | 0.9527        | <b>0.8650</b> | <b>0.8734</b> | 0.6979        | 0.7666        |
| 6    | 0.9602        | 0.9796        | 0.9974        | 0.979         | 0.8365        | 0.8286        |
| 7    | 1.0214        | 1.0381        | 0.9846        | 1.0811        | 0.879         | 0.8833        |
| 8    | 1.0603        | 1.0702        | 1.0318        | 1.0048        | 1.0227        | 0.9883        |
| 9    | 1.1030        | 1.1106        | 1.0994        | 1.0832        | 1.1001        | 0.9797        |
| 10   | 1.1523        | 1.1466        | 1.0776        | 1.0847        | 1.0855        | 1.0803        |

### 3.2.4 模型参数的辨识

根据 psFCM 算法得到的聚类中心和各样本点对聚类中心的隶属度来确定高斯型隶属度函数的参数。其中  $\alpha_{ij}$  为各聚类中心点坐标已由聚类算法给出,  $\beta_{ij}$  由式(6)确定:

$$\beta_{ij} = \sqrt{2} \left[ \frac{\sum_{h=1}^N \mu_{ih} (x_{hj} - \alpha_{ij})^2}{\sum_{h=1}^N \mu_{ih}} \right]^{1/2}, \quad (6)$$

其中  $\mu_{ih}$  为第  $h$  个样本点对第  $i$  个聚类中心的隶属度。

确定隶属度函数后,即可根据式(4)和式(5)确定  $W^i$ ,于是可将模型输出式(3)化为式(7),再根据样本输入输出数据运用最小二乘法即可确定式后件参数向量。

$$\hat{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\theta}^T, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\theta} = (P_0^i, P_1^i, \dots, P_m^i, P_0^c, P_1^c, \dots, P_m^c)$$

$$\mathbf{H} = (W^1, W^1 x_1, \dots, W^1 x_m, W^2, \dots, W^c, \dots, W^c x_m). \quad (8)$$

## 4 仿真实验与结果

### 4.1 吊索恒张力悬挂系统的模糊辨识

采用搭建好的吊索恒张力悬挂系统的仿真平台,根据实际情况适当选取仿真模型的各项参数,以白噪声作为输入信号。系统输入  $u(k)$  为电压,输出  $y(k)$  为吊索拉力,采样间隔为 1 ms,共得到 30 000 组输入输出数据。

以前 20 000 组数据作为样本数据建立 T-S

模糊模型,后 10 000 组数据用于模型检验。首先用模糊搜索树法选取最佳输入变量,设待选输入变量为  $u(k), u(k-1), \dots, u(k-3)$  与  $y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-4)$ 。最终得到最佳输入变量为  $y(k-1), y(k-2), y(k-3)$  和  $u(k-2)$ ,选取过程中具体数据见表 2。

确定输入变量后,再由辨识算法得出最佳聚类中心数为 5。本模型中模糊规则数目也就是聚类中心数目,模型第  $i$  条模糊规则为:

$$R^i: \text{If } y(k-1) \text{ is } A_1^i, y(k-2) \text{ is } A_2^i,$$

$$y(k-3) \text{ is } A_3^i, u(k-2) \text{ is } A_4^i;$$

$$\text{then } y^i(k) = P_0^i + P_1^i y(k-1) + P_2^i y(k-2) + P_3^i y(k-3) + P_4^i u(k-2). \quad (9)$$

接着需要求解式(9)中的模糊集合  $A_j^i$ ,即式(2)中的参数  $\alpha$  和  $\beta$ 。使用 psFCM 算法可以得出 5 个聚类中心坐标,见式(10),每行依次是各聚类中心所对应的  $y(k-1), y(k-2), y(k-3)$  和  $u(k-2)$  的值。确定聚类中心后根据 psFCM 算法的结果和式(6)确定隶属函数参数,见式(11)。

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{51} & \cdots & \alpha_{54} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 614.8248 & 613.5150 & 612.6030 & 4.2349 \\ 728.0191 & 729.3557 & 730.4313 & 1.5984 \\ 588.0381 & 588.3645 & 588.8011 & 2.6388 \\ 986.1340 & 987.0371 & 987.5525 & 2.4637 \\ 861.7133 & 860.5243 & 859.4138 & 4.0864 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{14} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{51} & \cdots & \beta_{54} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 242.9953 & 243.2571 & 243.5752 & 1.2425 \\ 229.1243 & 229.0672 & 229.1259 & 1.2220 \\ 250.0243 & 249.9441 & 249.9362 & 1.1360 \\ 290.7163 & 291.0426 & 291.3577 & 1.2594 \\ 239.7874 & 239.4235 & 239.2233 & 1.2059 \end{pmatrix} \quad (11)$$

确定隶属函数后就可以得出 T-S 最终输出见式(12),其中 W 各项可由式(4)得出,式(9)中参数 P 各项可根据样本数据采用最小二乘法确

定,结果见式(13)。

$$y(k) = W^1 y^1(k) + W^2 y^2(k) + W^3 y^3(k) + W^4 y^4(k) + W^5 y^5(k), \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} P_0^1 & \cdots & P_4^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_0^5 & \cdots & P_4^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0144 & 2.7011 & -2.4075 & 0.7060 & 0.0831 \\ 0.0009 & 2.6995 & -2.4045 & 0.7046 & 0.0845 \\ 0.0002 & 2.7100 & -2.4252 & 0.7149 & 0.0821 \\ -0.0025 & 2.7061 & -2.4174 & 0.7109 & 0.0829 \\ 0.0103 & 2.7035 & -2.4122 & 0.7084 & 0.0832 \end{pmatrix} \quad (13)$$

表 2 最佳输入变量的选取

Tab. 2 Selection of best input variables

| Step1  |          | Step2<br>(与 y(k-1)组合) |         | Step3<br>(与 y(k-1) y(k-2)组合) |        | Step4(与 y(k-1)<br>y(k-2) y(k-3)组合) |                           |
|--------|----------|-----------------------|---------|------------------------------|--------|------------------------------------|---------------------------|
| 输入变量   | RC       | 输入变量                  | RC      | 输入变量                         | RC     | 输入变量                               | RC                        |
| y(k-1) | 47.3035  | y(k-2)                | 0.0804  | y(k-3)                       | 0.0033 | y(k-4)                             | 9.4312 × 10 <sup>-4</sup> |
| y(k-2) | 188.8244 | y(k-3)                | 0.1791  | y(k-4)                       | 0.0054 | u(k)                               | 0.0015                    |
| y(k-3) | 423.5350 | y(k-4)                | 0.3144  | u(k)                         | 0.0406 | u(k-1)                             | 8.2241 × 10 <sup>-4</sup> |
| y(k-4) | 749.8337 | u(k)                  | 46.9480 | u(k-1)                       | 0.0274 | u(k-2)                             | 1.8323 × 10 <sup>-4</sup> |
| u(k)   | 39514    | u(k-1)                | 46.4882 | u(k-2)                       | 0.0141 | u(k-3)                             | 0.0016                    |
| u(k-1) | 39531    | u(k-2)                | 45.8674 | u(k-3)                       | 0.0080 |                                    |                           |
| u(k-2) | 39546    | u(k-3)                | 45.1018 |                              |        |                                    |                           |
| u(k-3) | 39551    |                       |         |                              |        |                                    |                           |

4.2 模型输出与仿真输出比较

采用得出的 T-S 模糊模型,使用后 10 000 组样本数据检验模型预测效果,所得误差曲线见图 2,模型的均方根误差为 0.013 5 N。

为检验模型在不同输入信号下的预测效果,以斜坡信号为输入信号,模型输出与实际输出比较见图 3(a),误差曲线见图 3(b)。由图可见,拉力在由 0 N 逐渐增加到 2 000 N 的过程中,模型输出均方根误差为 0.006 1 N,最大误差为 0.010 6 N。以阶跃信号为输入信号,模型输出与实际输出的比较见图 4(a),误差曲线见图 4(b)。拉力输出在逐渐稳定到约 1 230 N 的过程中,模型输出均方根误差为 0.011 2 N(仅统计阶跃信号产生后至达到稳态的过渡部分),最大误差为

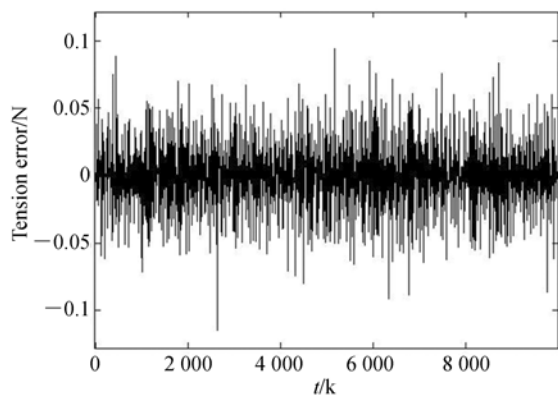
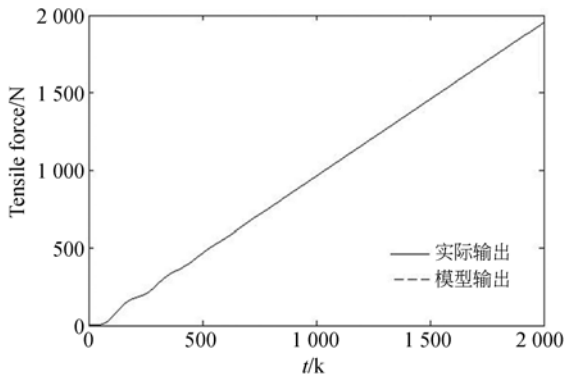
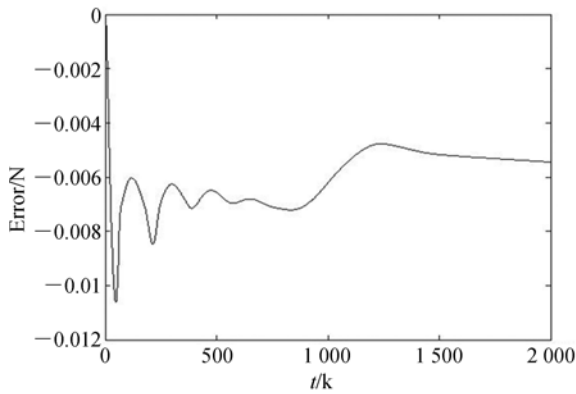


图 2 T-S 模糊模型误差曲线  
Fig. 2 Error curve of T-S fuzzy model

0.081 N。输入均值为 5 V 的正弦信号,模型输出与实际输出的比较见图 5(a),误差曲线见图 5(b)。拉力输出在 0~2 300 N 的震荡过程中,模型输出均方根误差为 0.005 0 N,最大误差为 0.014 N。



(a)模型输出与实际输出的比较  
(a)Comparison of model output with actual output



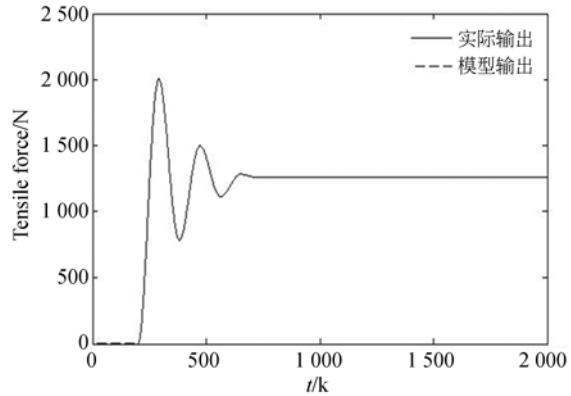
(b)误差曲线  
(b)Error curve

图 3 斜坡输入信号下的输出比较与误差曲线

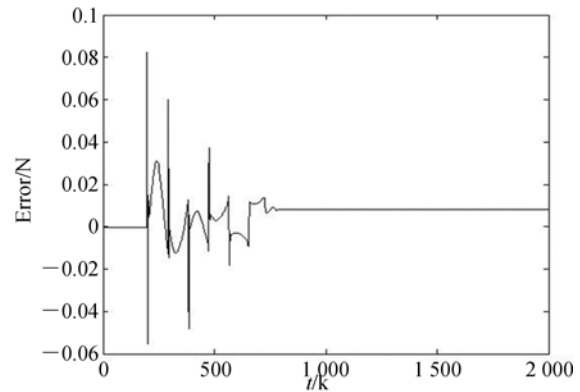
Fig. 3 Output comparison and error curve of slope input signal

从误差曲线图 4(b)和图 5(b)中可以发现,在某些时刻附近模型输出误差出现较大的值,通过进一步研究发现,这些误差较大的时刻与拉力输出出现极值的时间高度重合。事实上,由于本模型中采用理想弹簧与负载连接,拉力输出与弹簧位移量成正比,那么拉力输出出现极值的时刻也就是电机和滑轮转速为 0 的时刻。电机转速为 0 时摩擦力处于静摩擦与动摩擦转换阶段,摩擦力会产生大幅度的变化,从而导致模型输出误差出现极大值。图 3(b)中误差也在初始时刻附近出现了极大值,虽然这并不对应转速

为 0 的时刻,但从图 3(a)也可以看出此时拉力输出很小且变化缓慢,意味着电机刚脱离静止状态并以很低的速度运行时,同样处于摩擦力大幅改变的阶段。



(a)模型输出与实际输出的比较  
(a)Comparison of model output with actual output



(b)误差曲线  
(b)Error curve

图 4 阶跃输入信号下的输出比较与误差曲线

Fig. 4 Output comparison and error curve of step input signal

比较不同输入信号下的模型误差容易得出:对于阶跃信号这种存在突变的输入信号,模型输出平均误差明显较大,误差极值也比平均值高出不少;对于变化平缓的斜坡和正弦输入信号,平均误差则大大减小,误差极值的出现也比较平滑。但无论何种输入信号下模型的最大输出误差都在 0.1 N 以内,远小于在 1 000 N 数量级的拉力输出,同时考虑到实际中控制电压也很少出现突变的情况,模型精度完全可以满足需求。

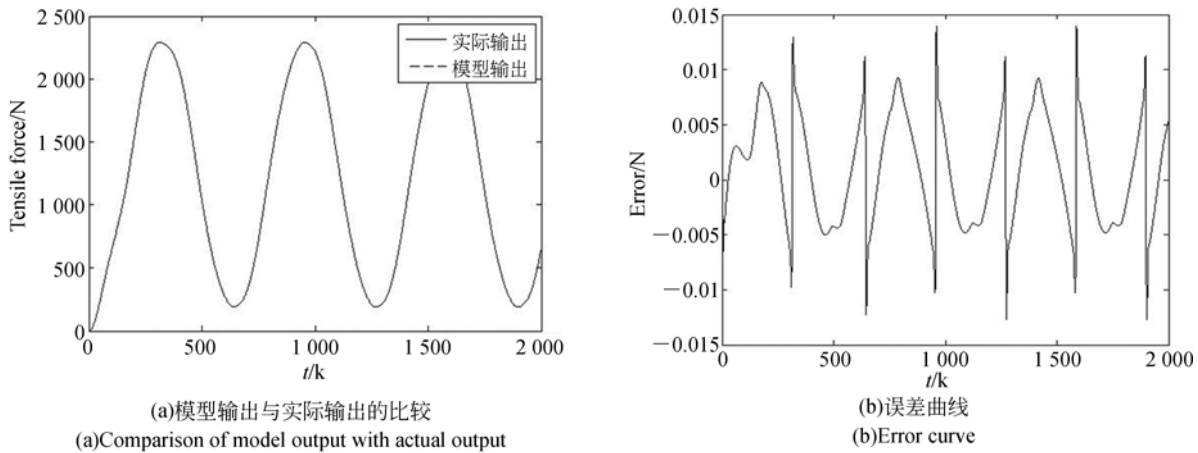


图 5 正弦输入信号下的输出比较与误差曲线

Fig. 5 Output comparison and error curve of sinusoidal input signal

## 5 结 论

本文研究了吊索恒张力悬挂系统中的摩擦预测问题,由于系统中摩擦力具有非线性和不确定性,基于 T-S 模糊模型通过模糊辨识的方法对摩擦力进行建模和预测。以恒张力系统的简化仿真模型为基础进行了仿真实验,并根据实验数据完

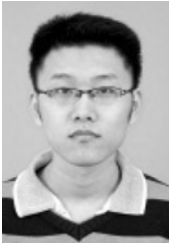
成了输入变量选取、聚类中心数目确定、输入空间划分以及模型参数辨识的工作,得出了系统的 T-S 模糊模型,并对模型输出与实际输出进行了比较。结果表明,在斜坡、正弦等典型输入信号下,模型输出在 1 000 N 数量级,而平均误差在 0.01 N 左右,最大误差也在 0.1 N 之内。由此可见,基于 T-S 模糊模型的摩擦预测方法具有较高的精度,可有效解决恒张力系统的摩擦预测问题。

## 参考文献:

- [1] WHITE G C, XU Y SH. An active vertical-direction gravity compensation system[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1994, 43(6): 786-792.
- [2] SAHA A, WAHI P, WIERCIGROCH M, *et al.*. A modified LuGre friction model for an accurate prediction of friction force in the pure sliding regime [J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2016, 80: 122-131.
- [3] 晋超琼, 张葆, 李贤涛, 等. 基于 LuGre 模型的航空光电稳定平台的摩擦力矩补偿[J]. *科学技术与工程*, 2016, 16(30): 103-107.  
JIN CH Q, ZHANG B, LI X T, *et al.*. Friction compensation of aerial photoelectrical stabilized platform based on the LuGre model [J]. *Science Technology and Engineering*, 2016, 16(30): 103-107. (in Chinese)
- [4] FREIDOVICH L, ROBERTSSON A, SHIRIAEV A, *et al.*. LuGre-Model-Based friction compensation [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(1): 194-200.
- [5] YU Y, LI Y C, LI J CH. Parameter identification and sensitivity analysis of an improved LuGre friction model for magnetorheological elastomer base isolator [J]. *Meccanica*, 2015, 50(11): 2691-2707.
- [6] 刘强, 尔联洁, 刘金琨. 摩擦非线性环节的特性、建模与控制补偿综述 [J]. *系统工程与电子技术*, 2002, 24(11): 45-52.  
LIU Q, ER L J, LIU J K. Overview of characteristics, modeling and compensation of nonlinear friction in servo systems [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(11): 45-52. (in Chinese)
- [7] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1985, SMC-15(1): 116-132.
- [8] SUGENO M, YASUKAWA T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling [J]. *IEEE*

- Transactions on Fuzzy Systems*, 1993, 1(1): 7.
- [9] YOSHINARI Y, PEDRYCZ W, HIROTA K. Construction of fuzzy models through clustering techniques[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993, 54(2): 157-165.
- [10] GÓMEZ-SKARMETA A F, JIMÉNEZ F. Fuzzy modeling with hybrid systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 104(2): 199-208.
- [11] WANG H O, LI J, NIEMANN D, *et al.*. T-S fuzzy model with linear rule consequence and PDC controller: a universal framework for nonlinear control systems[C]. *Proceedings of 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, IEEE, 2000, 2: 549-554.
- [12] HUNG M CH, YANG D L. An efficient fuzzy c-means clustering algorithm[C]. *Proceedings of 2001 IEEE International Conference on Data Mining*, IEEE, 2001: 225-232.
- [13] HUNG M CH, WU J P, CHANG J H, *et al.*. An efficient k-means clustering algorithm using simple partitioning[J]. *Journal of Information Science and Engineering*, 2005, 21(6): 1157-1177.
- [14] REZAEE B. A cluster validity index for fuzzy clustering[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 161(23): 3014-3025.

## 作者简介:



李 杨(1994—),男,河北石家庄人,2017年于哈尔滨工业大学获得学士学位,主要研究方向为模糊控制和系统辨识。E-mail:1130410503@hit.edu.cn

## 导师简介:



黄显林(1956—),男,山东蓬莱人,教授,1982年、1986年、1991年于哈尔滨工业大学分别获得学士、硕士和博士学位,主要研究方向为飞行器制导与控制、复杂系统自适应控制。E-mail:xlinhuang@hit.edu.cn

## 通讯作者:



班晓军(1978—),男,陕西富平人,教授,博士生导师,2001年于哈尔滨工程大学获得学士学位,2003年、2006年于哈尔滨工业大学分别获得硕士和博士学位,主要研究方向为模糊增益调度控制理论、系统辨识与自适应控制。E-mail:banxiaojun@hit.edu.cn