

文章编号 1004-924X(2017)增-0067-07

## 自由漂浮空间机器人最小基座扰动路径规划

曾祥鑫<sup>1\*</sup>, 关英姿<sup>1</sup>, 晏卓<sup>2</sup>, 李伟<sup>1</sup>, 郭继峰<sup>1</sup>

- (1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 西安航天动力试验技术研究所, 陕西 西安 710000)

**摘要:**为改善空间自由漂浮机器人抓捕目标的运动过程中基座姿态扰动较大的情况,建立了一种基于 Gauss 伪谱法的最优路径规划方法。首先,利用空间多刚体动力学理论建立空间机械臂的运动学和动力学模型。然后,采用最优控制问题来描述空间机器人最小基座扰动的路径规划问题,并基于 Gauss 伪谱法将该最优控制问题在一系列 LG(Legendre-Gauss)点上离散化,将其转化为非线性规划问题。最后,将所设计的机械臂路径规划方法应用在平面二自由度空间机器人上进行仿真验证。仿真结果表明,该规划算法可快速求解出基座扰动最小的路径规划问题,并且所得到的机械臂运动轨迹连续平滑,与分解加速度控制(RAC)方法比较,基座姿态扰动减小 17.5%。可有效的减小机械臂捕捉目标过程中,基座姿态扰动对通信和对地观察等任务的影响。

**关键词:**自由漂浮机器人;姿态扰动;Gauss 伪谱法;路径规划

**中图分类号:**TP242 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172514.0067

## Path planning for minimizing base disturbance of free-floating space robot

ZENG Xiang-xin<sup>1\*</sup>, GUAN Ying-zi<sup>1</sup>, YAN Zhuo<sup>2</sup>, LI Wei<sup>1</sup>, GUO Ji-feng<sup>1</sup>

- (1. Department of Astronautic Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
  2. Xi'an Aerospace Propulsion Test Technology Institute, Xi'an 710000, China)
- \* Corresponding author, E-mail:13B918043@hit.edu.cn

**Abstract:** In order to minimize the base attitude disturbance while free-floating robots captures targets, an optimal path planning method based on Gauss pseudospectral method was proposed. Firstly, the kinetic and dynamical models of space manipulator were established based on space multi-rigid-body dynamics. Then, the optimal control problem was employed to describe the path planning problem for minimum base disturbance, and the optimal control problem was discretized on a series of LG (Legendre-Gauss) points based on the Gauss pseudospectral method, and the optimal control problem was transformed into nonlinear programming problem. Finally, the designed path planning method was simulated by using a planar two degree-of-freedom space manipulator. The simulation results show that the designed algorithm can quickly calculate the path planning problem for minimum base disturbance, and the optimal trajectory of the manipulator is continuous and smooth. The attitude dis-

收稿日期:2017-08-24;修订日期:2017-09-10.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2015BAF09B02);国家自然科学基金资助项目(No. 11472090)

turbance of the base decreases by 17.5% compared with the Resolved Acceleration Control (RAC) method. It effectively reduces the influence of the base attitude disturbance on the communication and observation of the ground in the process of target acquisition.

**Key words:** space free-floating robot; attitude disturbance; Gauss pseudospectral method; path planning

## 1 引言

近年来,越来越多的空间碎片出现在地球轨道上,这些空间碎片的来源主要包括故障卫星及耗尽的火箭发动机等,因此自由漂浮机器人在空间在轨服务(OOS)方面成为越来越重要的角色<sup>[1-3]</sup>。然而,空间机械臂在抓捕非合作目标的过程中,机械臂运动对基座产生的反作用力矩会使基座姿态产生较大扰动,影响其通信及对地定向等任务,甚至会使机械臂结构受到损坏。因此,有必要对机械臂抓捕目标的路径进行规划,寻找使基座姿态扰动最小的优化路径。

对于空间机械臂路径规划问题,国内外许多学者都进行了相关研究。Lapariello 等<sup>[4]</sup>提出了一种关节空间内的时间最优路径规划方法,然而该方法并未考虑机械臂运动对关节的影响。Aghili 等<sup>[5]</sup>针对空间机器人抓捕滚动目标问题,以机械臂末端执行器与目标抓捕点相对速度为零作为约束条件,以抓捕时间最小为目标函数设计了一种路径规划方法,但此方法在目标运动较快的情况下可能会使基座姿态失稳。廖一寰等<sup>[6]</sup>提出一种基于混合策略的关节能量最优机械臂路径规划方法,但该方法没有严格约束关节的角速度,运动过程中加速度可能发生跳变情况。Rybus 等<sup>[7-8]</sup>针对空间机器人系统初始动量不为零的情况,设计了一种关节驱动能量最小的路径规划方法,同样,该方法并未考虑基座所受反作用力矩的影响。戈新生等<sup>[9]</sup>提出了一种末端时刻与初始时刻基座姿态相同的关节能量最优路径规划方法,但对于运动过程中基座姿态扰动并未进行约束。

本文针对空间自由漂浮机械臂抓捕目标过程中基座姿态扰动较大的问题,提出了一种基于 Gauss 伪谱法的路径规划方法。首先,建立空间机械臂运动学与动力学模型,并详细推导了平面二自由度空间机械臂运动学与动力学模型。然后,采用 Gauss 伪谱法对最小基座姿态扰动的优化问题进行离散化处理,将它转化为非线性规划

问题并进行求解。最后,以平面二自由度机械臂为例进行仿真分析,并将所设计方法与分解加速度控制(Resolved Acceleration Control, RAC)方法进行对比,验证设计方法的有效性。

## 2 空间机器人运动学与动力学模型

### 2.1 运动学模型

#### 2.1.1 通用运动学方程

由于空间自由漂浮机器人处在微重力的太空环境中,为方便分析,在建模过程中忽略重力、空气阻力及太阳风等作用力的影响。同时将整个系统看作由 1 个刚性基座和  $n$  个刚性连杆组成的多刚体系统。

图 1 为空间机器人结构示意图。在惯性坐标系下,机器人末端执行器的位置可表示为:

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_0 + \mathbf{b}_0 + \sum_{i=1}^n (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i). \quad (1)$$

末端执行器在惯性系下的线速度为:

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_0) + \sum_{i=1}^n [\mathbf{k}_i \times (\mathbf{r}_e - \mathbf{p}_i)] \dot{q}_i, \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{v}_0$  和  $\boldsymbol{\omega}_0$  分别为基座的线速度和角速度矢量,  $q_i$  为各关节角度 ( $i=1, \dots, n$ )。末端执行器在惯性系下的角速度为:

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i \dot{q}_i, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{k}_i$  为关节旋转轴方向的单位矢量。

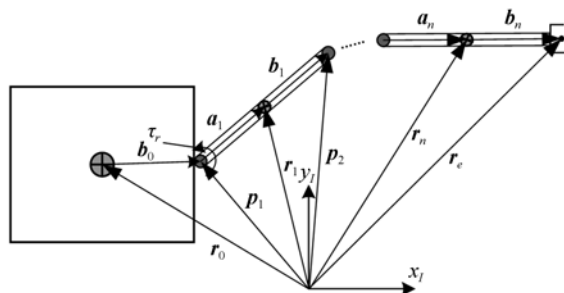


图 1 空间机器人结构示意图

Fig. 1 Construction of space robot

### 2.1.2 平面二自由度空间机械臂运动学方程

由式(1)可以得到,平面二自由度空间机械臂末端执行器的位置方程为:

$$\begin{aligned} x_e &= x_0 + b_0 \cos q_0 + l_1 \cos(q_0 + q_1) + \\ &\quad l_2 \cos(q_0 + q_1 + q_2) \\ y_e &= y_0 + b_0 \sin q_0 + l_1 \sin(q_0 + q_1) + \\ &\quad l_2 \sin(q_0 + q_1 + q_2). \end{aligned} \quad (4)$$

其中:  $x_0, y_0$  分别为基座质心在惯性系中的  $x, y$  坐标值;  $l_i = a_i + b_i (i=1, 2)$ , 为各连杆长度。

对式(4)进行求导,可得到机械臂末端执行器在惯性系下的速度方程为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= \dot{x}_0 + b_0 \dot{q}_0 \sin q_0 + l_1 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \sin(q_0 + q_1) + \\ &\quad l_2 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_0 + q_1 + q_2) \\ \dot{y}_e &= \dot{y}_0 + b_0 \dot{q}_0 \cos q_0 + l_1 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \cos(q_0 + q_1) + \\ &\quad l_2 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_0 + q_1 + q_2). \end{aligned} \quad (5)$$

由式(3)可得,二自由度空间机械臂末端执行器的角速度为:

$$\omega_e = \dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2. \quad (6)$$

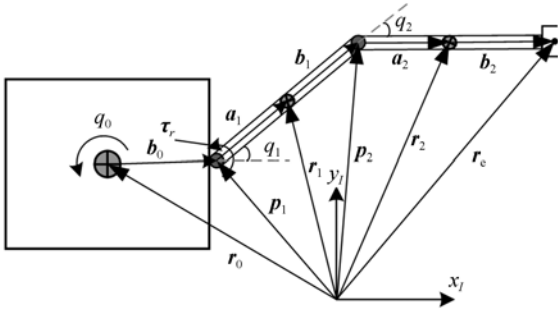


图 2 二自由度空间机械臂示意图

Fig. 2 Construction of 2-DOF space manipulator

## 2.2 动力学模型

### 2.2.1 通用动力学方程

取机器人系统的广义坐标为:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{x}_0^T \quad \boldsymbol{\varphi}_0^T \quad \mathbf{q}_m^T]^T, \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^3$ , 为基座位置向量;  $\boldsymbol{\varphi}_0 \in \mathbb{R}^3$ , 为基座姿态向量;  $\mathbf{q}_m = [q_1, \dots, q_n]^T \in \mathbb{R}^n$ , 为各关节角组成的向量。

空间机器人系统总动能为:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}. \quad (8)$$

其中  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  为机械臂的广义张量矩阵。

将式(8)代入拉格朗日方程,得到:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{u}. \quad (9)$$

可得到机器人系统的动力学方程为:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{u}, \quad (10)$$

其中  $\mathbf{u}$  为对应广义坐标  $\mathbf{q}$  的广义力,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}$  为系统非线性项。

### 2.2.2 平面二自由度空间机械臂运动学方程

对于平面二自由度空间机械臂,取广义坐标为  $\mathbf{q} = [x_0, y_0, q_0, q_1, q_2]^T$ , 式(10)中矩阵  $\mathbf{H}(\mathbf{q})$  和  $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  分别为:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} & H_{35} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} & H_{45} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} & H_{54} & H_{55} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

上式中矩阵各元素分别表示为:

$$\begin{aligned} H_{11} &= 2L_5, H_{12} = 0, \\ H_{13} &= -L_6 \sin q_0 - L_7 \sin(q_0 + q_1) - L_8 \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{14} &= -L_7 \sin(q_0 + q_1) - L_8 \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{15} &= -L_8 \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{21} &= H_{12}, H_{22} = 2L_5, \\ H_{23} &= L_6 \cos q_0 + L_7 \cos(q_0 + q_1) + L_8 \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{24} &= L_7 \cos(q_0 + q_1) + L_8 \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{25} &= L_8 \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\ H_{31} &= H_{13}, H_{32} = H_{23}, \\ H_{33} &= 2L_1 + 2L_9 \cos q_1 + 2L_{10} \cos(q_1 + q_2) + 2L_{11} \cos q_2, \\ H_{34} &= L_3 + L_9 \cos q_1 + L_{10} \cos(q_1 + q_2) + 2L_{11} \cos q_2, \\ H_{35} &= 2L_4 + L_{10} \cos(q_1 + q_2) + L_{11} \cos q_2, \\ H_{41} &= H_{14}, H_{42} = H_{24}, H_{43} = H_{34}, \\ H_{44} &= 2L_2 + 2L_{11} \cos q_2, \\ H_{45} &= 2L_4 + L_{11} \cos q_2, \\ H_{51} &= H_{15}, H_{52} = H_{25}, H_{53} = H_{35}, H_{54} = H_{45}, \\ H_{55} &= 2L_4, \\ C_{11} &= C_{12} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{13} &= -L_6 \dot{q}_0 \cos q_0 - L_7 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \cos(q_0 + q_1) - \\
&L_8 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{14} &= -L_7 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \cos(q_0 + q_1) - L_8 (\dot{q}_0 + \\
&\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{15} &= -L_8 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{21} &= C_{22} = 0, \\
C_{23} &= -L_6 \dot{q}_0 \sin q_0 - L_7 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \sin(q_0 + q_1) - \\
&L_8 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{24} &= -L_7 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \sin(q_0 + q_1) - \\
&L_8 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{25} &= -L_8 (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_0 + q_1 + q_2), \\
C_{31} &= C_{32} = 0, \\
C_{33} &= -2L_9 \dot{q}_1 \sin q_1 - 2L_{10} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + \\
&q_2) - 2L_{11} \dot{q}_2 \sin q_2, \\
C_{34} &= -L_9 \dot{q}_1 \sin q_1 - L_{10} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) - \\
&2L_{11} \dot{q}_2 \sin q_2, \\
C_{35} &= -L_{10} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) - L_{11} \dot{q}_2 \sin q_2, \\
C_{41} &= C_{42} = 0, \\
C_{43} &= L_9 \dot{q}_0 \sin q_1 + L_{10} \dot{q}_0 \sin(q_1 + q_2) - \\
&L_{11} \dot{q}_2 \sin q_2, \\
C_{44} &= -L_{11} \dot{q}_2 \sin q_2, \\
C_{45} &= -L_{11} (\dot{q}_0 + \dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2, \\
C_{51} &= C_{52} = 0, \\
C_{53} &= L_{10} \dot{q}_0 \sin(q_1 + q_2) + L_{11} (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \sin q_2, \\
C_{54} &= L_{11} (\dot{q}_0 + \dot{q}_1) \sin q_2, \\
C_{55} &= 0.
\end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
L_1 &= \frac{1}{2} (I_0 + I_1 + I_2) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) b_0^2 + \\
&\frac{1}{2} m_1 a_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 + \frac{1}{2} m_2 a_2^2, \\
L_2 &= \frac{1}{2} (I_1 + I_2) + \frac{1}{2} m_1 a_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_1^2 + \\
&\frac{1}{2} m_2 a_2^2, \\
L_3 &= I_1 + I_2 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2, \\
L_4 &= \frac{1}{2} I_2 + \frac{1}{2} m_2 a_2^2, L_5 = \frac{1}{2} (m_0 + m_1 + m_2), \\
L_6 &= (m_1 + m_2) b_0, L_7 = (m_1 + m_2) a_1 + m_2 b_1, \\
L_8 &= m_2 a_2, L_9 = (m_1 + m_2) r_0 a_1 + m_2 b_0 b_1, \\
L_{10} &= m_2 b_0 a_2, L_{11} = m_2 l_1 a_2.
\end{aligned}$$

### 3 最优路径规划

#### 3.1 路径规划问题描述

假设目标在机械臂可达范围内,且目标质心与机器人系统质心相对位置保持不变。规划的目的为寻找机械臂各关节控制力矩,使末端执行器从初始位置平滑运动到目标的抓捕位置,并保证在此过程中基座姿态扰动最小。

##### 3.1.1 状态方程

将机械臂关节角和角速度一起作为状态变量,即:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T \quad \dot{\mathbf{q}}^T]^T. \quad (13)$$

采用状态空间形式描述机械臂动力学方程(10)为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \mathbf{u}, \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{H}(x_1)^{-1} \mathbf{C}(x_1) \end{bmatrix} \mathbf{x}, \\
\mathbf{G}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{H}(x_1)^{-1} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

##### 3.1.2 边界条件约束

为保证机械臂运动的平滑行,在初始时刻和终端时刻,状态变量应满足约束:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}(0) &= [\mathbf{q}_0^T \quad \dot{\mathbf{q}}_0^T]^T = [\mathbf{q}_0^T \quad \mathbf{0}^T]^T, \\
\mathbf{x}(t_f) &= [\mathbf{q}_f^T \quad \dot{\mathbf{q}}_f^T]^T = [\mathbf{q}_f^T \quad \mathbf{0}^T]^T.
\end{aligned} \quad (15)$$

##### 3.1.3 路径约束

在抓捕目标的过程中,由于机械臂结构及执行机构的限制,状态变量和控制变量应满足路径约束条件:

$$\mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{x}_{\max}, \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_{\max}. \quad (16)$$

##### 3.1.4 目标函数

机械臂抓捕目标过程中,基座所受的反作用力矩为:

$$\mathbf{u}_r = - \sum_{i=1}^n (\mathbf{I}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + (\mathbf{r}_i - \mathbf{b}_0) \times m_i \dot{\mathbf{v}}_i). \quad (17)$$

为了得到使基座姿态扰动最小的控制力矩,定义目标函数为:

$$J = \int_0^{t_f} \mathbf{u}_r^T \mathbf{u}_r dt. \quad (18)$$

### 3.2 Gauss 伪谱法

Gauss 伪谱法的主要思想为将控制变量和状态变量在一系列 LG(Legendre-Gauss) 点进行离散化处理,并采用 Lagrange 插值多项式在离散点上近似逼近控制变量和状态变量。

Gauss 伪谱法的时间区间为 $[-1, 1]$ ,故需将控制问题的时间区域 $[0, t_f]$ 转换到 $[-1, 1]$ ,引入中间变量  $\tau$ ,并定义其为:

$$\tau = (2t - t_f)/t_f. \quad (19)$$

当  $t$  在 $[0, t_f]$ 内变化时, $\tau \in [-1, 1]$ 。

#### 3.2.1 控制变量与状态变量离散化

离散点为  $N$  个 LG 节点与  $\tau_0 = -1$  点组成的  $N+1$  个离散点,其中  $N$  个 LG 节点为  $N$  次 Legendre 多项式的零点,Legendre 多项式表示为:

$$P_N = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{d\tau^N} ((\tau^2 - 1)^N). \quad (20)$$

状态变量在各离散点可近似为:

$$\mathbf{x}(\tau) \approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^N \mathbf{X}(\tau_i) L_i(\tau), \quad (21)$$

其中  $L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}, i = 0, 1, \dots, N$ 。

控制变量在各离散点近似为:

$$\mathbf{u}(\tau) \approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=1}^N \tilde{L}_i(\tau) \mathbf{U}(\tau_i). \quad (22)$$

其中  $\tilde{L}_i(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}, i = 1, 2, \dots, N$ 。

#### 3.2.2 动力学方程离散化

状态变量导数的近似可由求导式(21)得到,在  $\tau = \tau_k$  离散点状态变量导数近似为:

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau_k) \approx \dot{\mathbf{X}}(\tau_k) = \sum_{i=0}^N \mathbf{X}(\tau_i) \dot{L}_i(\tau_k) = \sum_{i=0}^N \mathbf{D} \mathbf{X}(\tau_i), \quad (23)$$

其中  $\mathbf{D}$  为微分状态矩阵,各元素为:

$$D_{k,i} = \dot{L}_i(\tau_k) = \begin{cases} \frac{\dot{b}(\tau_k)}{b(\tau_i)(\tau_k - \tau_i)}, & k \neq i \\ \frac{b(\tau_k)}{2\dot{b}(\tau_k)}, & k = i \end{cases},$$

其中  $b(\tau)$  为以各离散点为根的多项式,表示为:

$$b(\tau) = \prod_{i=0}^N (\tau - \tau_i). \quad (24)$$

故状态方程可在各离散点转化为代数约束方程为:

$$\sum_{i=0}^N D_{k,i} \mathbf{X}(\tau_i) - \frac{t_f}{2} (\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\tau}) = 0. \quad (25)$$

#### 3.2.3 终端约束离散化

对式(14)求积分,得到:

$$\int_0^{x_f} d\mathbf{x} = \frac{t_f}{2} \int_{-1}^1 (\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\tau}) d\tau \approx \frac{t_f}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i (\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\tau}), \quad (26)$$

其中:  $\omega_i = \frac{2}{(1 - \tau_i^2) (\dot{P}_N(\tau_i))^2}, i = 1, 2, \dots, N$ 。

则终端状态在各离散点近似为:

$$\mathbf{X}_f \approx \mathbf{X}_0 + \frac{t_f}{2} \sum_{i=1}^N \omega_i (\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\tau}). \quad (27)$$

#### 3.2.4 目标函数离散化

目标函数在各离散点近似为:

$$J = \frac{t_f}{2} \int_{\tau_0}^{\tau_f} \mathbf{u}^T \mathbf{u} d\tau \approx \frac{t_f}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{U}_r(\tau_i)^T \mathbf{U}_r(\tau_i). \quad (28)$$

#### 3.2.5 路径约束离散化

路径约束条件在各离散点近似为:

$$\mathbf{X}(\tau_i) \leq \mathbf{x}_{\min}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (29)$$

经过上述离散化,机械臂最小基座扰动优化问题转化为以式(28)为目标函数,以式(25)、式(27)、式(29)为约束条件的非线性规划问题。

## 4 仿真算例

为验证所设计规划方法的有效性,以平面二关节机械臂系统为例进行仿真。以机械臂基座的初始质心位置为原点建立惯性坐标系,机械臂的质量及结构参数如表 1 所示。

表 1 机械臂系统参数

Tab.1 Parameters of manipulator system

部件	序号	$a_i/m$	$b_i/m$	$m_i/kg$	$I_i/(N \cdot m)$
基座	0	0.5	—	250	120
杆件 1	1	0.5	0.5	5	1.5
杆件 2	2	0.5	0.5	5	1.5

设定初始关节角  $q_1 = \pi/6, q_2 = \pi/4$ , 此时末端执行器的初始位置为  $\mathbf{r}_e(0) = [1.6248 \ 1.4659]^T$ , 设定末端执行器的终端位

置为  $\mathbf{r}_e(t_f) = [2.2 \ 1.0]^T$ , 规划时间为  $t_f = 4 \text{ s}$ 。

由于关节角和执行机构的限制, 取约束条件为:

$$\begin{aligned} -3 &\leq u_1 \leq 3, \\ -3 &\leq u_2 \leq 3, \\ -\pi/2 &\leq \theta_1 \leq \pi/2, \\ -\pi/2 &\leq \theta_2 \leq \pi/2. \end{aligned}$$

综合权衡计算速度与计算精度, LG 节点个数选取为  $N=20$ , 利用 Gauss 伪谱法转化得到的非线性规划问题在 MATLAB 中的 GPOPS-II 求解器进行求解计算, 并将本文所设计的规划方法与分解加速度控制(RAC)方法<sup>[10]</sup>进行对比。得到的仿真结果如图 3~图 7 所示。

图 3 为机械臂末端执行器轨迹, 由图中可以看出, 两种方法都可在给定时间内实现末端执行器从初始位置到目标位置的移动, 其中 RAC 方法设计为末端执行器从初始位置以直线形式运动到目标位置。图 4 为基座姿态角变化曲线, 从图像中可以看出, 在终端时刻, RAC 方法得到的运动路径引起的基座姿态扰动为  $0.044 \text{ rad}$ , 而采用 Gauss 伪谱法规划得到的运动路径所引起的基座姿态扰动为  $0.036 \text{ rad}$ , 相比前者降低了  $17.5\%$ , 验证了本文所设计方法的有效性。

图 5 为采用 Gauss 伪谱法得到的各关节角变化曲线, 可以看出关节角运动平滑, 且满足约束条件。图 6 为采用 Gauss 伪谱法得到的机械臂基座姿态扰动最小时各关节的最优控制力矩, 由图可以看出各关节控制力矩变化连续, 且满足控制力矩约束条件。图 7 为两种方法得到的运动过程

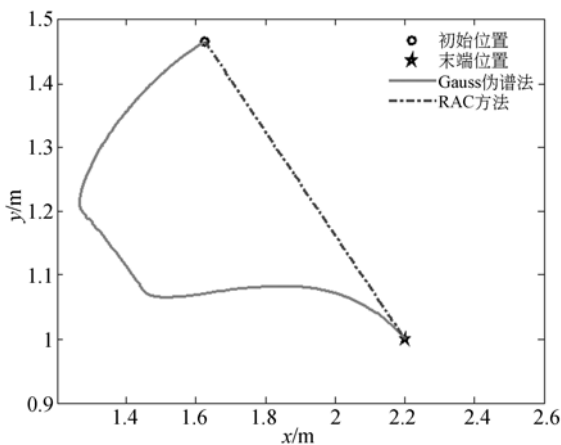


图 3 机械臂末端执行器轨迹

Fig. 3 Trajectory of end-effector

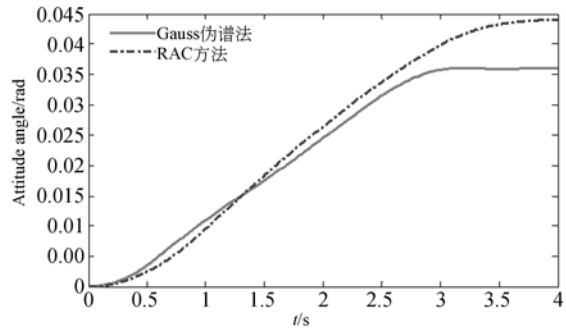


图 4 基座姿态角变化轨迹

Fig. 4 Attitude angle trajectory of base

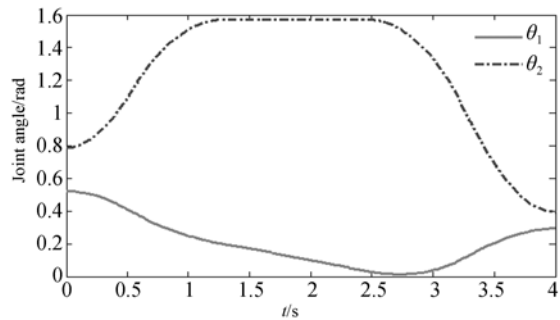


图 5 关节角轨迹

Fig. 5 Trajectory of joint angles

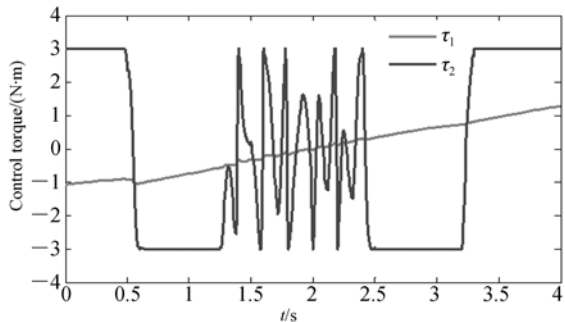


图 6 控制力矩变化曲线

Fig. 6 Curves of control torques

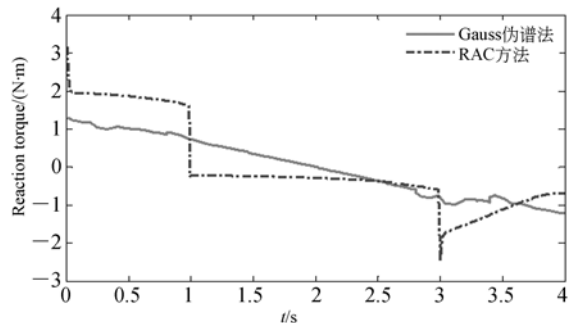


图 7 基座反作用力矩曲线

Fig. 7 Reaction torques acting on base

对机械臂基座的反作用力矩变化曲线,可以看出采用 Gauss 伪谱法得到的反作用力矩较小且变化平滑,在运动过程中反作用力矩没有产生突变现象。

为验证本文所设计方法的鲁棒性,经过多次改变机械臂终端状态进行仿真,该方法都能快速有效地收敛到终端状态。

## 5 结 论

本文针对机械臂由初始状态向终端状态运动过程中机械臂基座姿态产生较大扰动的问题,提

出了一种最优路径规划方法。首先,建立了空间机械臂运动学与动力学模型,并以平面二自由度机械臂为例对运动学和动力学模型进行详细推导。然后,采用 Gauss 伪谱法对运动规划的优化问题进行离散化处理,将其转换为非线性规划问题。最后,以平面二自由度机械臂为例对所设计规划方法进行了仿真验证。仿真结果表明:在机械臂运动终端时刻,Gauss 伪谱法得到的运动路径对基座姿态影响较 RAC 方法降低了 17.5%,并通过多次调节终端状态进行仿真,充分验证了本文所设计方法的有效性和鲁棒性。

### 参考文献:

- [1] KESSLER D J, JOHNSON N L, LIOU J C, *et al.*. The Kessler syndrome; implications to future space operations[C]. *33rd Annual AAS Guidance and Control Conference*, AAS, 2010: 6-10.
- [2] 崔乃刚,王平,郭继峰,等.空间在轨服务技术发展综述[J].*宇航学报*,2007,28(4):805-811.
- CUI N G, WANG P, GUO J F, *et al.*. A review of on-orbit servicing [J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(4): 805-811. (in Chinese)
- [3] GEFKE G, JANAS A, CHIEI R, *et al.*. Advances in robotic servicing technology development [C]. *AIAA SPACE 2015 Conference and Exposition*, AIAA, 2015: 1-9.
- [4] LAMPARIELLO R, AGRAWAL S, HIRZINGER G. Optimal motion planning for free-flying robots [C]. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, 2003, 3: 3029-3035.
- [5] AGHILI F. A prediction and motion-planning scheme for visually guided robotic capturing of free-floating tumbling objects with uncertain dynamics [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2012, 28(3): 634-649.
- [6] 廖一寰,李道奎,唐国金.基于混合规划策略的空间机械臂运动规划研究[J].*宇航学报*,2011,32(1):98-103.
- LIAO Y H, LI D K, TANG G J. Motion planning of space manipulator system based on a hybrid programming strategy [J]. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(1): 98-103. (in Chinese)
- [7] RYBUS T, SEWERYN K. Trajectory planning and simulations of the manipulator mounted on a free-floating satellite [C]. *Conference on Robotics in Aeronautics and Astronautics*. Springer, 2013: 61-73.
- [8] RYBUS T, SEWERYN K, SASIADEK J Z. Trajectory optimization of space manipulator with non-zero angular momentum during orbital capture maneuver [C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA, 2016: 1-13.
- [9] 戈新生,陈凯捷.自由漂浮空间机器人路径优化的 Legendre 伪谱法[J].*力学学报*,2016,48(4):823-831.
- GE X SH, CHEN K J. Path planning of free-floating space robot using Legendre pseudospectral method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(4): 823-831. (in Chinese)
- [10] XU Y SH, KANADE T. *Space Robotics: Dynamics and Control*[M]. Boston: Springer, 1993: 165-204.

### 作者简介:



曾祥鑫(1988—),男,黑龙江绥化人,博士研究生,2010年、2013年于哈尔滨工业大学分别获得学士、硕士学位,主要从事空间机器人技术和飞行器制导与控制的研究。E-mail: 13B918043@hit.edu.cn



关英姿(1979—),女,黑龙江哈尔滨人,博士,教授,1990年、1993年于南京理工大学分别获得学士、硕士学位,2000年于哈尔滨工业大学获得博士学位,主要从事航天器动力学建模与仿真和光学目标仿真与测试的研究。E-mail: guanyz@hit.edu.cn