

## 压电驱动器迟滞非线性的分数阶建模及实验验证

李致富, 黄楠, 钟云, 曾俊海, 马鸽

引用本文:

李致富, 黄楠, 钟云, 等. 压电驱动器迟滞非线性的分数阶建模及实验验证[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(5): 1124–1131.

LI Zhi-fu, HUANG Nan, ZHONG Yun, et al. Fractional order modeling and experimental verification of hysteresis nonlinearities in piezoelectric actuators[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(5): 1124–1131.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/OPE.20202805.1124>

### 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

#### 压电陶瓷执行器迟滞补偿及复合控制

Hysteresis compensation and composite control for Piezoelectric actuator

*光学精密工程*. 2017, 25(8): 2113–2120 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172508.2113>

#### 压电执行器动态迟滞建模与LQG最优控制器设计

Dynamic hysteresis modeling and LQG optimal controller design of piezoelectric actuators

*光学精密工程*. 2018, 26(11): 2744–2753 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182611.2744>

#### 压电式高精度位移微扫描控制系统设计

Micro-scanning control system design for piezoelectric high-precision displacement

*光学精密工程*. 2016, 24(10s): 454–460 <https://doi.org/10.3788/OPE.20162413.0454>

#### 压电微定位台的率相关动态迟滞建模及参数辨识

Rate-dependent dynamic hysteresis modeling of piezoelectric micro platform and its parameter identification

*光学精密工程*. 2019, 27(3): 610–618 <https://doi.org/10.3788/OPE.20192703.0610>

#### 压电陶瓷作动器非对称迟滞建模与内模控制

Asymmetric hysteresis modeling and internal model control of piezoceramic actuators

*光学精密工程*. 2018, 26(10): 2484–2492 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182610.2484>

文章编号 1004-924X(2020)05-1124-08

# 压电驱动器迟滞非线性分数阶建模及实验验证

李致富<sup>1,2</sup>, 黄楠<sup>1</sup>, 钟云<sup>1</sup>, 曾俊海<sup>1</sup>, 马鸽<sup>1,2\*</sup>

(1. 广州大学机械与电气工程学院, 广东广州 510006;

2. 广州大学智能装备与网联系统研究中心, 广东广州 510006)

**摘要:** 存在于压电陶瓷全工作范围内的迟滞非线性特性, 往往会导致压电陶瓷执行器的系统精度下降、振荡, 甚至造成系统的不稳定。针对周期性的正弦输入信号, 提出一种基于分数阶算子的迟滞建模方法。首先, 在分析压电特性和分数阶算子特性的基础上, 采用结构简单参数少的分数阶算子来描述压电陶瓷的迟滞特性; 然后, 搭建了基于 dSpace 的压电驱动微位移定位实验平台; 最后, 将基于分数阶算子的迟滞建模方法应用于压电驱动微位移定位平台中, 对压电陶瓷的迟滞非线性特性进行辨识。实验结果表明: 采用基于分数阶的迟滞模型(FOM)比传统的 Prandtl-Ishlinskii 模型(PIM)及其改进的增强型 Prandtl-Ishlinskii 模型(EPIM)更有优势; 在低频段, FOM 模型比 PIM 模型和 EPIM 模型精度略有提高, 但是在高频段, FOM 模型比 PIM 模型和 EPIM 模型精度则提高显著。在输入频率为 100HZ 的情况下, 所提出的 FOM 模型较 PIM 模型的均方根误差(RMSE)值精度提高 69.84%, 较 EPIM 模型的 RMSE 值精度提高 68.88%。

**关键词:** 压电陶瓷执行器; 迟滞; 分数阶; 参数辨识

**中图分类号:** TP273.1; TN384 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20202805.1124

## Fractional order modeling and experimental verification of hysteresis nonlinearities in piezoelectric actuators

LI Zhi-fu<sup>1,2</sup>, HUANG Nan<sup>1</sup>, ZHONG Yun<sup>1</sup>, ZENG Jun-hai<sup>1</sup>, MA Ge<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China;

2. Center for Intelligent Equipment and Internet-connected Systems, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

\* Corresponding author, E-mail: m\_ge@gzhu.edu.cn

**Abstract:** Hysteresis nonlinearities in the entire working range of piezoelectric ceramic actuators often result in reduced system accuracy, oscillations, and system instability. For a periodic sinusoidal input signal, a hysteresis modeling method based on a fractional-order operator was proposed herein. First, based on the analysis of piezoelectric and fractional-order operator characteristics, a fractional-order operator involving a simple structure and few parameters was used to describe the hysteresis characteristics of piezoelectric ceramics. Subsequently, a piezoelectric actuated micro-displacement positioning experimental platform based on dSpace was built. Finally, a fractional-order-operator-based hys-

收稿日期: 2019-10-30; 修订日期: 2019-12-19.

基金项目: 广州市属高校科研项目资助(No. 1201610154); 国家自然科学基金资助项目(No. 61603105)

teresis modeling method was applied to the piezoelectric actuated micro-displacement positioning platform to identify the hysteretic nonlinear characteristics of piezoelectric ceramics. The experimental results show that the Fractional-Order hysteresis Model (FOM) is superior to the traditional Prandtl-Ishlinskii Model (PIM) and the Enhanced Prandtl-Ishlinskii model (EPIM). In the low-frequency range, the precision of the FOM is slightly higher than that of the PIM and EPIM models; however, in the high-frequency range, the precision of the FOM model is significantly higher than that of the PIM and EPIM models. When the input frequency is 100 Hz, the accuracy of the proposed FOM is 69.84% and 68.88% higher than that of the PIM and EPIM models on the root mean square error, respectively.

**Key words:** piezoelectric ceramic actuator; hysteresis; fractional order; parameter identification

## 1 引言

随着精密制造装备运动速度和精度的提高,微纳米级别的精密工程也越来越引起人们的关注。微纳定位执行器是实现高精度微纳米级定位的驱动机构。以压电陶瓷驱动器为代表的智能材料驱动器以其具有无磨损、分辨率高、效率高、强度高、响应速度快等优良特性,被广泛应用于MEMS、高速原子力显微镜、超精密机床和微加工平台的定位系统中<sup>[1-2]</sup>。存在于压电陶瓷驱动系统中的迟滞非线性往往会导致系统精度下降、振荡、甚至造成系统的不稳定<sup>[3-4]</sup>。例如,在开环情况下,迟滞会产生高达10%~15%的定位误差<sup>[5]</sup>。与传统非线性相比,迟滞表现出多值映射、记忆特性、率相关性等,使得其建模和控制变得异常困难。目前,以压电陶瓷为代表的智能材料的特性的建模和补偿控制已成为微纳定位技术领域中的一个热点问题<sup>[6-7]</sup>。

迟滞建模主要有三类方法<sup>[8-9]</sup>,一种是以Jiles Atherton模型为代表的物理建模方法,包括Duhem模型、Bouc-Wen模型等;另一种是以Preisach模型为代表的数学算子建模方法,包括Prandtl-Ishlinskii模型和Krasnosel'skii-Pokrovskii模型等;还有一种是基于计算智能的智能建模方法。在物理建模方法中,模型通常采用微分方程来描述,模型结构复杂,参数较难确定。基于数学算子的迟滞模型采用基本数学算子,如relay算子、play算子、stop算子等,进行线性叠加而成<sup>[9]</sup>。基于算子的迟滞模型虽脱离于迟滞特性的物理意义,但能够准确描述迟滞现象,也被称为

基于现象的迟滞描述方法。基于算子的迟滞模型,由于求解其逆模型或者近似逆模型相对容易,特别是Prandtl-Ishlinskii模型存在解析的逆模型,因此,被广泛应用于压电材料的迟滞建模。近年来,智能建模方法得到了国内外众多学者的关注<sup>[10]</sup>。这类模型利用神经网络、模糊树对非线性函数的通用逼近性来描述迟滞。神经网络、模糊树建模控制方法实现容易,但系统跟踪精度不够高。针对一些特定输入,也有学者提出不同的建模方法,例如文献[11]和文献[12]针对正弦输入信号,提出采用椭圆来对迟滞进行描述,取得了不错的效果。

近年来,分数阶微积分在工业和工程领域的研究和应用越来越多<sup>[13-14]</sup>,特别是在粘弹性物质、分形理论和电介质、储能材料等方面得到了很好的应用<sup>[15]</sup>。在系统建模领域,分数阶微积分的特点在于能更加准确的对包含记忆和遗传效应的系统建模。本文针对周期性的正弦输入信号,提出一种基于分数阶算子的迟滞建模方法。该迟滞模型只由一个分数阶算子构成,与文献[11]和[12]提出的基于椭圆的方法比较起来,在保证迟滞模型解析的前提下,具有更少的参数,而且以分数阶微积分来描述,更适合于控制器的设计。同时,以基于dSpace开发系统的压电微位移平台为对象,对提出的迟滞分数阶模型进行了验证。实验结果表明,本文提出的模型在低频段的描述精度与传统的Prandtl-Ishlinskii模型及其改进的增强模型略有提高,但在高频段,则其建模精度要高很多。这些都验证了本文基于分数阶的迟滞建模方法的优越性。

## 2 基于分数阶的迟滞建模方法

### 2.1 分数阶微积分算子

分数阶微积分的基本算子可以表示为:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t), & R(\alpha) > 0 \\ f(t), & R(\alpha) = 0, \\ \int_a^t f(\tau) d\tau = \alpha, & R(\alpha) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\alpha$ 为微积分的下限, $t$ 为上限, $\alpha$ 则是为微积分的阶次, $R(\alpha)$ 为阶次 $\alpha$ 的实部。

在分数阶微积分理论的发展过程中,出现了许多种对分数阶微积分进行定义的函数表达式,如由整数阶微积分直接扩展而来的 Cauchy 积分定义,Grünwald-Letnikov 分数阶微积分定义,Riemann-Liouville 分数阶微积分定义和 Caputo 定义等。文献[16]指出,在某些条件下,分数阶微积分的不同定义之间是相互等效的,有些定义是在某些条件下相互转换的。因本文主要处理的是正弦输入信号,Cauchy 分数阶微积分定义更为直观和容易计算,本文将基于 Cauchy 的分数阶微积分定义对压电陶瓷迟滞非线性进行建模。

函数  $f(t)$  的分数阶导数的 Cauchy 积分定义为:

$$D_t^\gamma f(t) = \frac{r(\gamma+1)}{2\pi j} \oint_C \frac{f(\tau)}{(\tau-t)^{\gamma+1}} d\tau, \quad (2)$$

其中: $C$ 为光滑的封闭曲线,阶次 $\gamma$ 可以是任意正实数,而 $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数,由下面的无穷积分定义:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt. \quad (3)$$

由上述定义,对于任意的实数 $\alpha$ ,可以直接扩展得出三角函数分数阶微积分公式<sup>[16]</sup>:

$$\begin{cases} D_t^\alpha (\sin \omega t) = \omega^\alpha \sin\left(\omega t + \frac{\alpha\pi}{2}\right) \\ D_t^\alpha (\cos \omega t) = \omega^\alpha \cos\left(\omega t + \frac{\alpha\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (4)$$

### 2.2 分数阶算子磁滞模型

本文提出的基于 Cauchy 分数阶算子的迟滞模型(FOM)表达式为:

$$H[v](t) = k \cdot D_t^\alpha v(t), \quad (5)$$

其中: $H(v)$ 为迟滞非线性, $v(t)$ 为系统输入, $k$ 为待定的比例系数, $\alpha$ 则是为迟滞微积分算子

的阶次。

对于输入为  $v(t) = 20\sin(\omega t)$ ,系统输入与系统输出  $y = H[V](t)$  之间随分数阶算子阶次 $\alpha$ 变化的曲线如图 1 所示。定义输出最大值与最小值之差为迟滞输出最大误差。图 1 可以清晰地看出随着分数阶算子阶次 $\alpha$ 的绝对值增大分数阶算子迟滞模型输出最大误差也随之增大。图 2 为输入电压幅值为 20 V 的正弦信号在不同频率下的压电陶瓷微位移平台的迟滞特性曲线。特别值得注意的是,随着频率的增大,压电陶瓷驱动器的迟滞模型输出最大误差变得越来越大。这与分数阶算子迟滞模型的特性是完全一致的。这也是本文采用分数阶算子迟滞模型的出发点。

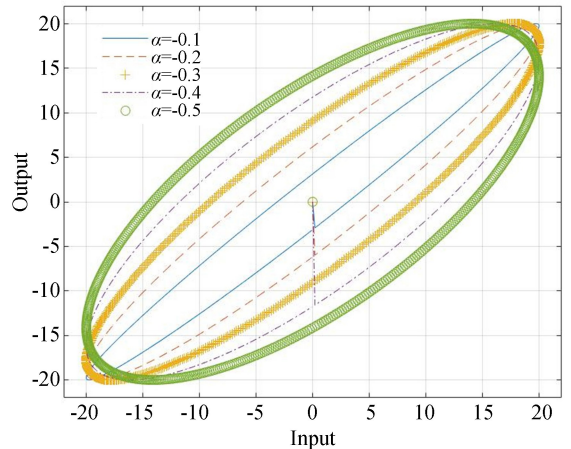


图 1 分数阶迟滞模型特性

Fig. 1 Fractional order hysteresis model characteristics

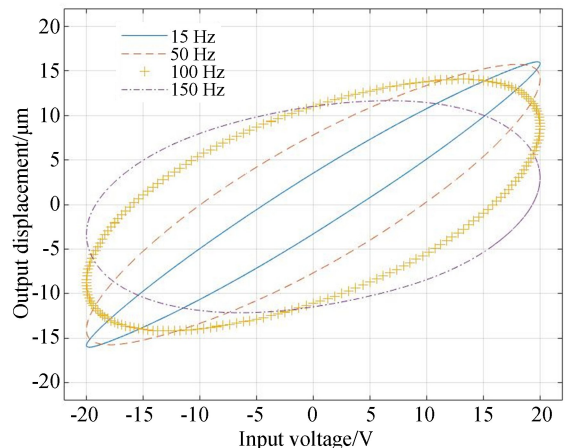


图 2 不同频率下压电陶瓷的迟滞特性

Fig. 2 Hysteresis characteristics of piezoelectric ceramics at different frequencies

### 3 基于 dSpace 开发系统的实验平台

#### 3.1 硬件结构

如图3所示,压电微位移实验平台由四部分组成:带集成电容式位移传感器的压电定位平台、低压驱动放大器、dSpace 开发系统和上位机。实验平台上使用的压电微位移定位平台被固定安装在气动隔振台上,以减少支撑结构的诱导振动。

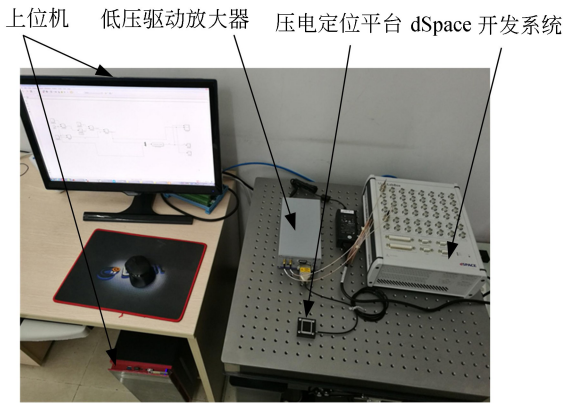


图3 压电微位移实验平台

Fig. 3 Piezoelectric positioning experimental platform

如图4所示是压电微位移实验平台的架构图,集成电容式位移传感器将位移信号 $-30 \sim 130 \mu\text{m}$ 转换成 $-3 \sim 1.3 \text{ V}$ 的模拟电压,再通过 dSpace 开发系统中的 16 位 ADC 转换成所需的数字信号。低压驱动放大器的输出电压范围为 $-30 \sim 130 \text{ V}$ ,控制输入电压范围为 $-2 \sim 12 \text{ V}$ ,放大倍数为 10。dSpace 开发系统主要用于输入信号的产生和控制算法的实现,以及位移传感器的信号的采集。

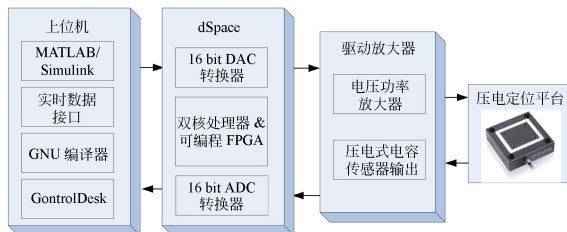


图4 压电微位移实验平台架构图

Fig. 4 Architecture of piezoelectric positioning experimental platform

#### 3.2 软件结构

如图4所示,dSpace 开发系统通过上位机的 Matlab/Simulink 环境和 ControlDesk 软件来实现编程和在线测量,从而实现对压电微位移实验平台的控制。ControlDesk 为实验时使用的自动化软件,同时 ControlDesk 的图形用户界面为压电微位移实验平台提供了实时的参数监控功能。GNU 编译器和 Matlab 生成由 dSpace 独立于 Simulink 运行的 .sdf 后缀可执行文件,从而构成了 dSpace 的快速控制原型实验环境。DAC 和 ADC 转换器提供了位于 dSpace 与 Simulink 及压电驱动器之间的接口。运行于 dSpace 中的程序采用基于 C 语言的 S-function 来实现。上位机中的实时数据模块为 ControlDesk 提供数据接口,这样当 dSpace 执行实时程序时,ControlDesk 可实时读取所需的测量数据。

### 4 测试实验与结果

#### 4.1 实验步骤

低压驱动放大器的输出电压范围为 $-30 \sim 130 \text{ V}$ ,控制输入电压范围为 $-2 \sim 12 \text{ V}$ ,放大倍数为 10,因此本实验将输入到低压驱动放大器的电压在 MATLAB 里面限制为 $-2 \sim 10 \text{ V}$ 。本实验采用放大器输出幅值为 $20 \text{ V}$ 的正弦波对压电微位移平台进行驱动。考虑到 dSpace 开发系统的 D/A 输出硬件接口设置时,进行了归一化处理,输出 $-1 \sim +1 \text{ V}$ 对应 D/A 输出接口的 $-10 \sim 10 \text{ V}$ ,因此,对应到上位机 MATLAB 中的输入信号则为 $v(t) = 0.2 \sin(\omega t)$ ,其中 $\omega$ 为正弦信号的角频率。dSpace 开发系统执行程序的采样频率设置为 $20 \text{ kHz}$ 。

设置好输入信号后,压电微位移平台的实际输出则通过 dSpace 的 A/D 转换器读入到上位机中。为了方便处理,本文将数据统一转换为压电微位移平台的实际输入和实际输出,即压电微位移平台的输入为归一化的信号,输出则为位移传感器的输出。

为了验证模型的有效性,本文在辨识得到分数阶算子迟滞模型的基础上,还将与经典的 Prandtl-Ishlinskii 迟滞模型 (PIM),以及文献

[17]提出的增强型迟滞模型 (EPIM) 进行对比。实验的具体步骤如下:首先,在不同频率的正弦输入信号下,利用 ControlDesk 软件实时采集压电定位平台的位移传感器输出信号;然后,根据测得的输入输出实验数据,分别对本文提出的 FOM 迟滞模型、PIM 迟滞模型和 EPIM 迟滞模型进行参数辨识;最后,得到不同输入信号下压电迟滞模型,并对数据进行分析。需要说明的是,为了对比方便,在所有模型参数辨识时,本文均采用的是 MATLAB 中的 fmincon 函数来完成。

#### 4.2 实验结果

本实验针对 15 Hz, 50 Hz, 100 Hz 和 150 Hz 等 4 个不同频率的输入正弦信号的压电迟滞特性进行建模,进行了迟滞模型参数辨识。基于本文提出的分数阶算子的迟滞模型辨识参数如表 1 所示。

表 1 分数阶算子模型参数辨识结果

Tab. 1 Parameter identification results of fractional order operator hysteresis model

输入信号频率/Hz	参数
15	$\alpha = -1.876\ 2; k = -40.718\ 2$
50	$\alpha = -0.700\ 0; k = 0.442\ 7$
100	$\alpha = -0.701\ 6; k = 0.650\ 7$
150	$\alpha = -0.114\ 3; k = 0.013\ 0$

从表 1 中可以看出,分数阶算子模型的阶次  $\alpha$  均为负数,表明对于分数阶算子迟滞模型主要表现为分数阶算子的积分特性。由分数阶理论易知,在初始条件为零的情况下,分数阶算子迟滞模型的拉式变换为  $\frac{k}{s^{|\alpha|}}$ 。这种特性简单的分数阶算子模型为压电微位移定位平台的控制器设计提供了方便。

经典的 Prandtl-Ishlinskii 迟滞模型 (PIM) 如下:

$$u(t) = H_d[v](t) = \sum_{i=1}^m p(r_i) E_{r_i}[v](t), \quad (6)$$

其中:  $p(r_i)$  为待辨识的密度函数,  $E_{r_i}[v](t)$  为 stop 算子,  $r_i$  为 stop 算子的阈值,其具体定义见文献[18]。

如文献[17],增强型 Prandtl-Ishlinskii 迟滞模型 (EPIM) 如下:

$$u(t) = \alpha_1 v^3(t) + \alpha_2 v(t) + \sum_{i=1}^n b(r_i) F_{r_i}[v](t), \quad (7)$$

其中:  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  为待辨识的增强系数,  $b(r_i)$  为待辨识的密度函数,  $F_{r_i}[v](t)$  为 play 算子,  $r_i$  为 play 算子的阈值,其具体定义见文献[17]。

本实验中,如文献[17],对于 PIM 迟滞模型和 EPIM 迟滞模型的算子个数均取 20,即  $m = n = 20$ 。如分数阶算子迟滞模型辨识一样,分别对 15 Hz, 50 Hz, 100 Hz 和 150 Hz 等 4 个不同频率的正弦输入信号下的迟滞模型参数进行辨识。图 5~图 7 给出了输入为 50 Hz 正弦信号下的 3 种

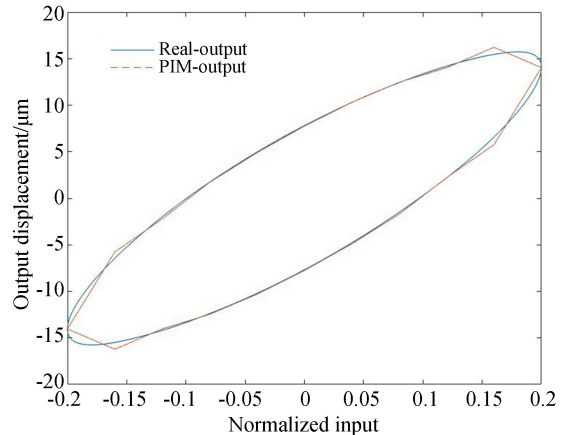


图 5 输入频率为 50 Hz 时 PIM 模型实验结果

Fig. 5 Results of PIM model at input frequency of 50 Hz

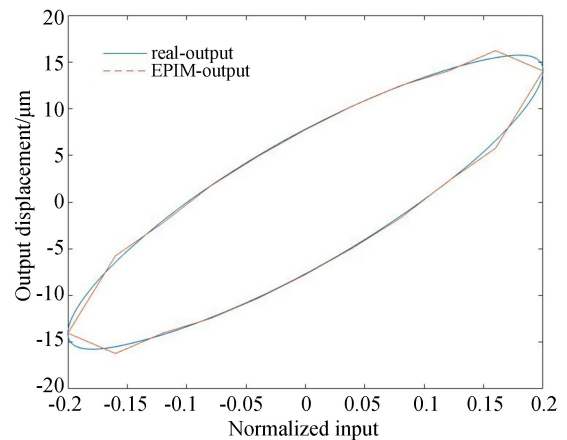


图 6 输入频率为 50 Hz 时 EPIM 模型实验结果

Fig. 6 Results of EPIM model at input frequency of 50 Hz

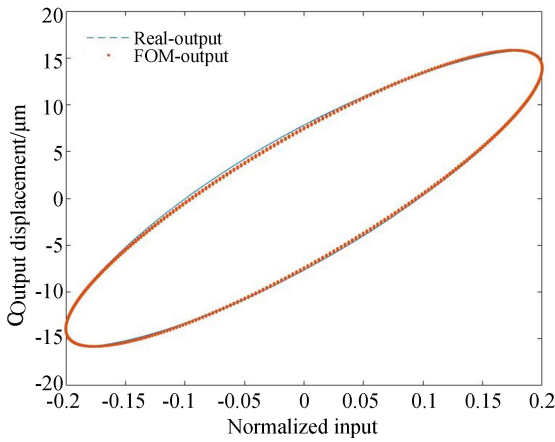


图 7 输入频率为 50 Hz 时 FOM 模型实验结果

Fig. 7 Results of FOM model at input frequency of 50 Hz

表 2 分数阶建模方法与其他方法比较结果

Tab. 2 Results of the fractional modeling method compared with those of other methods

输入信号频率/Hz	所采用建模方法	均方根误差/ $\mu\text{m}$
15	FOM	0.153 1
	PIM	0.182 9
	EPIM	0.174 3
50	FOM	0.190 0
	PIM	0.422 5
	EPIM	0.287 8
100	FOM	0.190 7
	PIM	0.632 3
	EPIM	0.612 8
150	FOM	0.286 3
	PIM	0.950 6
	EPIM	0.685 1

表 3 分数阶建模方法与其他方法相比提高的精度

Tab. 3 The improved accuracy of the fractional order modeling method compared with other methods

输入信号频率/Hz	FOM 较 PIM 提高精度/%	FOM 较 EPIM 提高精度/%
15	16.29	12.16
50	55.03	33.98
100	69.84	68.88
150	69.88	58.21

模型辨识结果,其他 3 种频率下也有类似的结果,不一一给出。图中,横坐标为归一化后的输入信号,纵坐标为输出位移信号,单位为  $\mu\text{m}$ 。从图中可以明显看出,3 种迟滞模型都能描述压电陶瓷驱动器的迟滞特性。至于模型描述的准确性,本文采用均方根误差来进行描述和对比。表 2 所示为 20 kHz 采样频率下 1.5 s 采样时间内不同输入信号下 3 种模型对应的均方根误差,表 3 为相应的精度提高百分比。从表 2 和表 3 中,可以总结出,在低频段,FOM 迟滞模型和 PIM 迟滞模型、EPIM 迟滞模型的均方根误差相差不大,随着输入信号频率的增大,FOM 迟滞模型的优势越来越明显,在输入信号频率为 50 Hz 时,FOM 模型比 PIM 模型的 RMSE 精度提高 55.03%,比 EPIM 模型的 RMSE 精度提高 33.98%;当输入信号频率为 150 Hz 时,FOM 模型比 PIM 模型的 RMSE 精度提高 69.88%,比 EPIM 模型的 RMSE 精度提高 58.21%。由此,证明采用分数阶来对描述迟滞特性比传统的 PIM 和 EPIM 都具有较大的优势。

## 5 结 论

本文针对周期性的正弦输入信号,采用分数阶算子来对压电陶瓷的迟滞特性进行描述。在分析了压电迟滞特性和分数阶特性的基础上,给出了压电陶瓷迟滞特性的分数阶模型。然后,搭建了基于 dSpace 的硬件在环测试平台用于模型的验证。最后,对比传统的 PIM 模型和改进的增强 EPIM 模型,给出了模型的实验验证结果。实验结果表明,针对 4 种不同频率的正弦输入信号,分数阶模型较 PIM 和 EPIM 模型均有优势,低频段描述精度略有提高,高频段则分数阶模型描述精度要高很多,在 100 Hz 时,本文所提出的分数阶迟滞模型较 PIM 模型的 RMSE 值精度提高 69.84%,较 EPIM 模型的 RMSE 值精度提高 68.88%。

## 参考文献:

- [1] DU J, FENG Y, SU C Y. On the Adaptive control of systems preceded by saturated hysteresis [C]. *Proceeding of the 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Application*, Xi'an, P. R. China, 2009:302-306.
- [2] RANA M S, POTA H R, PETERSEN I R. A survey of methods used to control piezoelectric tube scanners in high-speed AFM imaging [J]. *Asian Journal of Control*, 2018, 20(4):1379-1399.
- [3] 李致富, 袁鹏, 胡跃明. 基于 Prandtl-Ishlinskii 迟滞的一类不确定非线性系统自适应逆控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(6): 723-729.
- LI ZH F, YUAN P, HU Y M. Adaptive inverse control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6):723-729. (in Chinese)
- [4] 杨晓京, 胡俊文, 李庭树. 压电微定位台的率相关动态迟滞建模及参数辨识 [J]. *光学精密工程*, 2019, 27(3):610-618.
- YANG X J, HU J W, LI T SH. Rate-dependent dynamic hysteresis modeling of piezoelectric micro platform and its parameter identification [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(3): 610-618. (in Chinese)
- [5] KUHNEN K. Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities and log(t)-type creep dynamics [J]. *Control and Intelligent systems*, 2005, 33(2):134-147.
- [6] TAN X B, IYER R V. Modeling and control of hysteresis [J]. *IEEE Control System Magazine*, 2009, 29(1):26-29.
- [7] HUANG D Q, XU J X, VENKATARAMANAN V, et al.. High-performance tracking of Piezoelectric positioning stage using current-cycle iterative learning control with gain scheduling [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2):1085-1098.
- [8] WEI J D, SUN C T. Construction hysteretic memory in neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2000, 30(4):601-609.
- [9] JANAIDEH M A, RAKHEJA S, SU C Y. An analytical generalized Prandtl-Ishlinskii model inversion for hysteresis compensation in micropositioning control [J]. *IEEE/ASEM Transactions on Mechatronics*, 2011, 16(4):734-744.
- [10] 李朋志, 葛川, 苏志德, 等. 基于动态模糊系统模型的压电陶瓷驱动器控制 [J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2):394-399.
- LI P ZH, GE CH, SU ZH D, et al.. Control of piezoelectric ceramic actuator via dynamic fuzzy system model [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2):394-399. (in Chinese)
- [11] GU G Y, ZHU L M, SU C Y. Robust adaptive control of piezo-actuated positioning stages with an ellipse-based hysteresis model [C]. *Proceeding of the IEEE International Conference on Information and Automation, Shenzhen, P. R. China*, 2011:123-128.
- [12] GU G Y, ZHU L M. Modeling of rate-dependent hysteresis in piezoelectric actuators using a family of ellipses [J]. *Sensors and Actuators A*, 2011, 165: 303-309.
- [13] SHANG B, LIU J, ZHANG Y, et al.. Fractional-order flight control of quadrotor UAS on vision-based precision hovering with larger sampling period [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 97(2): 1735-1746.
- [14] AGRAWAL O P, XU Y. Generalized vector calculus on convex domain [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, 23(1), 129-140.
- [15] MASHAYEHI S, HUSSAINI M Y, OATES W. A physical interpretation of fractional viscoelasticity based on the fractal structure of media: Theory and experimental validation [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2019, 128:137-150.
- [16] 薛定宇. 分数阶微积分学与分数阶控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- XUE D Y. *Fractional Calculus and Fractional-Order Control* [M]. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese)
- [17] GU G Y, YANG M J, ZHU L M. Real-time inverse hysteresis compensation of piezoelectric actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J].

*Review of Scientific Instruments*, 2012, 83: 065106;1-8.

[18] LI Z F, HU Y M, LIU Y, *et al.*. Adaptive in-

verse control of non-linear systems with unknown complex hysteretic non-linearities [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2012, 6(1):1-7.

#### 作者简介:



李致富(1981—),男,湖南郴州人,博士,副研究员,硕士生导师,2003年,2006年于中南大学分别获得学士、硕士学位,2012年于华南理工大学获得博士学位,主要从事非线性控制理论与应用、分数阶建模与控制、智能优化算法、机器人技术等方面的研究。E-mail: lizhifu8@163.com

#### 通讯作者:



马 鸽(1988—),女,山东济宁人,博士,讲师。2010年于山东建筑大学获得学士学位,2016年于华南理工大学获得博士学位,主要从事图像处理、机器视觉、控制理论与应用等方面的研究。E-mail: m\_ge@gzhu.edu.cn