

文章编号 1004-924X(2014)01-0186-07

应用通用自回归模型实现图像的自适应滤波

郝 飞^{1,2}, 史金飞^{1*}, 张志胜¹, 陈茹雯²

(1. 东南大学 机械工程学院, 江苏 南京 211189;

2. 南京工程学院 机械工程学院, 江苏 南京 211167)

摘要:考虑数字图像滤波处理对融线性和非线性于一体的数学模型的需求,根据 Weierstrass 逼近理论推导建立了通用的自回归数学模型。该模型将线性自回归模型和非线性自回归模型融合于一个统一的数学表达式中,仿真实验表明其能够较好地拟合现有的线性和非线性自回归模型。用二维向量取代标量参数,推导了通用自回归模型的二维数学表达式。通过对比分析,确定采用 GM(Generalized M estimator)参数估计法进行参数估计。实验结果表明,该算法收敛较快,平均迭代次数不超过 6 次,线性模型平均计算耗时为 150 s,二次模型平均耗时为 418 s。提出的二维通用自回归模型滤波方法能较好地保留图像的细节信息,图像滤波效果好。

关键词:图像处理; 自适应滤波; 自回归数学模型; GM 参数估计

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142201.0186

Image adaptive filtering using general auto-regressive model

HAO Fei^{1,2}, SHI Jin-fei^{2*}, ZHANG Zhi-sheng¹, CHEN Ru-wen²

(1. School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. School of Mechanical Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211189, China)

* Corresponding author, E-mail: shijf@njit.edu.cn

Abstract: As the model fused a linear model and a nonlinear model is beneficial to digital image filtering, this paper explores a generalized autoregressive model on the basis of Weierstrass theory for image adaptive filtering. The model fuses both linear and nonlinear autoregressive models into a uniform expression and simulation experiments verify that the model can fit both conventional linear and nonlinear autoregressive models well. By using a bi-vector instead of a scalar parameter, the bi-dimensional expression of the model is deduced, then a generalized M-estimator is chosen to estimate parameters by a contrast analysis. The experimental results indicate that the proposed algorithm has a fast convergence speed, the average iterations are no more than 6 times and the computing time for linear model and quadratic model is 150 s and 418 s respectively. Moreover, it can remove image noises while conserve detailed image information effectively.

Key words: image processing; adaptive filtering; autoregressive model; generalized M-estimator

收稿日期:2013-05-10;修订日期:2013-07-01.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51205182);江苏省高校自然科学基金基础研究项目(No. 12KJB510006);南京工程学院创新基金面上项目(No. CKJB201202)

1 引 言

作为数理统计学科的一个重要分支,时序分析不仅是重要的现代数据处理方法,也是系统辨识与系统分析的重要方法。时序分析的应用涉及的学科领域众多,包括自然界、社会界以及工程界,应用范围也很广,从一般的市场预测到地震预测,从机械设备的工况分析到生物生理、心理状态的研究^[1-5]。

传统的线性时序模型有自回归模型(Auto Regressive model, AR)、移动平均模型(Moving Average model, MA)以及自适应回归与移动平均混合模型(Auto Regressive and Moving Average model, ARMA)模型。然而实际中,事物的变化规律往往表现出非线性特征。因此,这一类线性模型的工程应用就受到了限制。H. Tong 博士^[6]于 1978 年首次提出的门限自回归模型、Ozaki 和 Haggan^[7]在 1980 年提出的指数自回归模型以及 Granger 和 Andersen^[8]提出的双线性模型是工程中最常见的几种非线性时序模型,但上述几种模型都是结合各自的工程背景所提出的,并不具有普遍的适用性。Kashyap 和 Eom^[9]用线性自回归模型开展了图像复原研究,他们重点研究了自回归模型参数的 M 估计方法。Allende 等^[10]也用线性自回归模型研究了图像的复原,但他们工作的重点仍然是模型的参数估计。Amirmazlaghani 和 Amindavar^[11]给出了线性自回归模型二维化的一种方法,并进行合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)图像复原研究。Bustos 等^[12]综合分析了自回归模型图像复原的研究现状,所研究的自回归模型均为线性自回归模型。Takalo 等^[13]用线性自回归模型对含泊松噪声的图像进行降噪处理,取得了很好的效果。不过,当信号频谱与噪声频谱混叠时或者当信号中含有非叠加性噪声时,线性滤波的处理结果就很难令人满意。因此,本文推导了一种融线性和非线性于一体的通用自回归模型,以对数字图像进行滤波处理。文中将该一维数学模型推广到二维平面,并对运用该模型进行图像的自适应滤波进行了有益探索。

2 通用自回归模型

2.1 数学模型

根据时间序列的建模策略,系统的输入为零均值的白噪声 $\{a_t\}$,系统的输出为观测值 $\{\omega_t\}$:

$$\omega_t = f(\omega_{t-1}, \omega_{t-2}, \dots, \omega_{t-\infty}, a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-\infty}) + a_t. \quad (1)$$

式中: ω_{t-i} 为历史时刻 $t-i$ 的观测值, $i=1,2,\dots$; a_{t-j} 为历史时刻 $t-j$ 的白噪声, $j=1,2,\dots$ 。

根据 Weierstrass 定理,函数 $f(\cdot)$ 可以用多项式任意准确地逼近。考虑到系统具有零初始状态,多项式取有限项,则有:

$$\omega_t = \sum_p \varphi_p \omega_{t-p} + \sum_{P_1} \sum_{P_2} \varphi_{p_1, p_2} \prod_{i=1}^2 \omega_{t-i} + \dots \\ \sum_{P_1} \dots \sum_{P_n} \varphi_{p_1, \dots, p_n} \prod_{i=1}^n \omega_{t-i} + a_t. \quad (2)$$

在二次自回归模型中,若线性项和二次项均利用两项的历史数据建模,则模型为:

$$\omega_t = \sum_p \varphi_p \omega_{t-p} + \sum_{p_1} \sum_{p_2} \varphi_{p_1, p_2} \prod_{i=1}^2 \omega_{t-i} + a_t. \quad (3)$$

定义 1:通用自回归模型是采用统一的数学表达式,通过使用不同的参数,既可以将它作为线性自回归模型使用,也可以将它作为非线性自回归模型(General Expression for Linear and Nonlinear Auto-Regressive mode, GNAR)使用。GNAR 的数学表达式是 $G(p; n_1, n_2, \dots, n_p)$,其中: p 是模型的阶次, n_j ($j=1,2,\dots,p$)是各子项的记忆步长。

2.2 GNAR 模型与线性自回归模型的关系

GNAR 模型包含 AR 模型。但 GNAR 模型和 AR 模型也并非完全等同。采用不同的 GNAR 模型拟合 AR(3)和 AR(5)模型,发现它们的线性参数都稳定在真值附近,这说明模型参数主要由建模数据决定。2 次以上的 GNAR 模型包含线性项和非线性项,采用高次 GNAR 模型拟合线性数据时,模型中非线性部分所占比重很小,这说明采用非线性 GNAR 模型拟合线性系统时,并不会改变模型的主要参数。

2.3 GNAR 模型与非线性自回归模型的关系

下文选取常见的非线性自回归模型包括双线性模型、指数自回归模型、门限自回归模型进行了分析。双线性模型是 ARMA 模型的特例,而

ARMA 模型可由 GNAR 模型等价描述,因此,双线性模型也可由 GNAR 模型描述。施招云等^[14]在满足工程要求的前提下对指数模型进行简化,将指数自回归模型在零点附近进行 Taylor 级数展开,由于它是一个线性模型,近似模型可以由 GNAR 模型来描述,因此在一定的精度范围内,可以用 GNAR 模型等价描述指数模型。门限自回归模型可理解为分段 AR 模型,其也可以用 GNAR 模型描述。综上所述,GNAR 模型可以作为常见线性自回归模型和非线性自回归模型统一的数学表达,是一种更为通用的模型结构形式。

3 二维 GNAR 模型

3.1 邻域结构与窗口

时间序列的数据是按照时间先后顺序进行排列的,容易计算邻域结构。但是,平面上点的邻域结构有着各种不同的定义。一般来说,邻域结构的定义会考虑二维信号数据采集系统的特征。根据相关文献,给出常见的邻域结构的定义如下:

定义 2:对于任意给定的平面上的点 $(u, v) \in z^2$

(1) 第一类邻域结构,也称为无关联预测回归: $N_1(u, v) = \{(k, l) \in z^2 : (k, l) \neq (u, v)\}$,

(2) 第二类邻域结构,也称为半关联预测回归: $N_2(u, v) = \{(k, l) \in z^2 : k < u\} \cup \{(u, l) \in z^2 : l \neq v\}$,

(3) 第三类邻域结构,也称为关联预测回归: $N_3(u, v) = \{(k, l) \in z^2 : k < u\} \cup \{(u, l) \in z^2 : l > v\}$,

(4) 第四类邻域结构,也称为强关联预测回归: $N_4(u, v) = \{(k, l) \in z^2 : k \leq u, l \leq v\} - \{(u, v)\}$ 。

根据定义 2,若给定计算窗口参数,即可以确定相应的四类计算窗口。图 1 所示是尺寸为 2 的强关联预测窗口,即取两项历史数据进行预测时,计算出窗口的尺寸是 2。

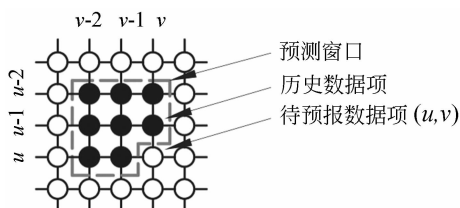


图 1 尺寸为 2 的强关联预测窗口

Fig. 1 Strongly correlated forecast window with size of 2

3.2 GNAR 模型二维化——以 $G(2; 2, 2)$ 为例

式(3)是 $G(2; 2, 2)$ 的表达式,它是一个二次的模型,线性项计算和二次项计算均只考虑两项历史数据对结果的影响,因此,它的窗口尺寸为 2,若考虑采用第 4 类邻域结构,即采用图 1 的强关联预测窗口,式(3)的线性项部分则可写为如下的形式:

$$w_{(u,v)}^{\text{linear}} = \varphi_{(u-1,v)} \omega_{(u-1,v)} + \varphi_{(u-2,v)} \omega_{(u-2,v)} + \varphi_{(u,v-1)} \omega_{(u,v-1)} + \varphi_{(u-1,v-1)} \omega_{(u-1,v-1)} + \varphi_{(u-2,v-1)} \omega_{(u-2,v-1)} + \varphi_{(u,v-2)} \omega_{(u,v-2)} + \varphi_{(u-1,v-2)} \omega_{(u-1,v-2)} + \varphi_{(u-2,v-2)} \omega_{(u-2,v-2)}. \quad (4)$$

记向量 (u, v) 为 p , 分别记向量 $(1, 0)$ 、 $(2, 0)$ 、 $(0, 1)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(2, 2)$ 为 s_1 、 s_2 、 s_3 、 s_4 、 s_5 、 s_6 、 s_7 、 s_8 。则式(4)可以改写为:

$$w_p^{\text{linear}} = \varphi_{p-s_1} w_{p-s_1} + \varphi_{p-s_2} w_{p-s_2} + \varphi_{p-s_3} w_{p-s_3} + \varphi_{p-s_4} w_{p-s_4} + \varphi_{p-s_5} w_{p-s_5} + \varphi_{p-s_6} w_{p-s_6} + \varphi_{p-s_7} w_{p-s_7} + \varphi_{p-s_8} w_{p-s_8} = \sum_{s \in A} \varphi_{p-s} w_{p-s}. \quad (5)$$

式中: A 是以向量 s_1 、 s_2 、 s_3 、 s_4 、 s_5 、 s_6 、 s_7 、 s_8 为元素的集合。

式(5)即为 $G(2; 2, 2)$ 线性部分二维化的模型,可采用同样的方法建立非线性项的二维模型,从而得到 GNAR 模型的二维模型:

$$w_p = \sum_{s \in A} \varphi_{p-s} w_{p-s} + \sum_{s_1 \in A, s_2 \in A} \varphi_{p-s_1, p-s_2} \prod w_{p-s_1} \cdot w_{p-s_2}. \quad (6)$$

4 参数估计

Ha 和 Newton^[15]用 Yule-Walker 方程和最小二乘法对第 3 类邻域结构的回归模型进行了参数估计,推导出了 Yule-Walker 估计的偏差表达式,仿真实验表明,最小二乘和渐进无偏 Yule-Walker 估计具有较相似的性能。时间序列有两类异常值,一类是创新异常值,另一类是加性异常值。Allende^[10]的研究指出,最小二乘估计在有异常值的情况下,算法鲁棒性差。Kashyap 和 Eom^[9]提出采用 M 估计方法估计模型参数,然而该方法对加性异常值非常敏感。之后,Allende 等^[10]对 Kashyap 的 M 估计进行了改进,将其称之为 GM 估计。他们是通过引入 2 个权系数来

提高算法的鲁棒性。具体方法是用 AR(2) 模型对图像进行建模,运用 GM 估计计算模型参数以对图像进行滤波,该方法取得了很好的效果。本文尝试将 GM 参数估计方法用于 GNAR 模型进行图像的滤波,参数估计流程如下:

算法 1:由图像数据组得到 2 个序列 $\{w_p\}$ 和 $\{w_{p-s}, w_{p-s_1}, w_{p-s_2}\}$ (以下用符号 Z 表示),用最小二乘估计方法获得初始的参数 $\varphi_s^{(0)}$ 、 $\varphi_{s_1, s_2}^{(0)}$ 和 $\sigma^{(0)}$;

(1) 令 $k=0$;

(2) 第 k 次迭代得到参数 $\varphi_s^{(k)}$ 和 $\varphi_{s_1, s_2}^{(k)}$, 残差为:

$$\{r^{(k)}\} = \{w_p\} - Z \cdot \{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\}^T, \quad (7)$$

(3) 估计标准差 $\hat{\sigma}^{(k)} = 1.483 \text{ median}\{r^{(k)}\}$;

(4) 根据 GM 估计函数计算权值 Ψ_i , 以 ψ_i 为对角线元素组装权矩阵 Ψ ;

(5) 求解下式

$$\begin{aligned} \{\tau_s^{(k)}, \tau_{s_1, s_2}^{(k)}\} = \\ [Z^T \Psi Z]^{-1} Z^T \Psi \{w_p^{(k)}\} - \{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\}. \end{aligned} \quad (8)$$

(6) 按下式更新参数

$$\{\varphi_s^{(k+1)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k+1)}\} = \{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\} + \lambda \cdot \{\tau_s^{(k)}, \tau_{s_1, s_2}^{(k)}\}, \quad (9)$$

式中: λ 为松弛因子, 其取值应满足 $0 < \lambda < 2$ 。

(7) 重复步骤 2 至步骤 7 直到满足下式:

$$\begin{aligned} |\hat{\sigma}^{(k)} - \hat{\sigma}^{(k+1)}| < \epsilon \\ \|\{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\} - \{\varphi_s^{(k+1)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k+1)}\}\| < \epsilon, \end{aligned} \quad (10)$$

式中: ϵ 为一个比较小的正常数, 如 10^{-3} 或 10^{-6} , $\|\cdot\|$ 为矩阵范数。

5 图像滤波实现

噪声图像复原是图像处理中的一项基础性问题^[16]。图像降质主要是由一些加性噪声造成的^[17]。若图像尺寸比较小, 可先建立观测数据的自回归模型, 再通过鲁棒的参数估计, 得到的复原图像可以较好地保留图像边缘信息, 算法流程如下:

算法 2:

(1) 分割图像为正方形窗口, 尺寸可取为 8×8 、 10×10 、 12×12 、 16×16 等;

(2) 根据子图像数据, 组装 2 个序列 $\{w_p\}$ 和 $\{w_{p-s}, w_{p-s_1}, w_{p-s_2}\}$ (以下用符号 Z 表示), 用最小二乘估计方法获得初始的参数 $\varphi_s^{(0)}$ 、 $\varphi_{s_1, s_2}^{(0)}$ 和 $\sigma^{(0)}$;

(3) 当前为第 k 次迭代计算, 相关数据分别为 $\{w_p^{(k)}\}$ 、 $Z^{(k)}$ 、 $\{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\}$, 根据下式计算残差并做归一化处理:

$$\{\hat{r}^{(k)}\} = \rho\left(\frac{\{r^{(k)}\}}{\hat{\sigma}^{(k)}}\right) \cdot \hat{\sigma}^{(k)}, \quad (11)$$

式中: $\rho(\cdot)$ 是一个与 GM 估计相关联的有界连续函数。

(4) 恢复子图像

$$\{w_p^{(k+1)}\} = Z^{(k)} \cdot \{\varphi_s^{(k)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k)}\}^T + \{\hat{r}^{(k)}\}. \quad (12)$$

(5) 按照算法 1 的流程进行第 $k+1$ 次迭代, 第 $k+1$ 次迭代的参数为 $\{\varphi_s^{(k+1)}, \varphi_{s_1, s_2}^{(k+1)}\}$ 和 $\sigma^{(k+1)}$;

(6) 重复第 3 步至第 5 步直到相邻 2 次参数估计差值足够小;

(7) 重复第 2 步至第 6 步直至全部分块完成。

6 实验结果

用 $G(1;2)$ 和 $G(2;2,2)$ 模型对 16 幅含高斯噪声 ($a_1 \sim N(0, 0.005)$, $a_2 \sim N(0, 0.01)$, $a_3 \sim N(0, 0.05)$) 的图像进行降噪处理。计算线性模型时, 图像分块窗口为 $8 \text{ pixel} \times 8 \text{ pixel}$ 。计算 $G(2;2,2)$ 模型时, 图像分块窗口则为 $16 \text{ pixel} \times 16 \text{ pixel}$ 。GM 估计所涉及的其它参数按文献[9]取值。图 2 和图 3 列举了部分图像及其滤波后的图像。图 2 直接显示噪声图像和滤波后图像, 图 3(a) 是原图像, 图 3(b) 是叠加的高斯噪声, 即噪声图像与原图像的差值, 图 3(c) 是经 $G(1;2)$ 滤波后图像与原图像的差值, 图 3(d) 是经 $G(2;2,2)$ 滤波后图像与原图像差值。

对 16 幅图像先叠加 3 种水平的噪声, 然后, 分别采用 $G(1;2)$ 和 $G(2;2,2)$ 模型进行滤波, 计算滤波后图像的峰值信噪比, 如图 4 所示。经 $G(2;2,2)$ 滤波后, 图像峰值信噪比大的为 23 幅图像, 约占总测试用图像(共 48 幅)的 48%。经 $G(1;2)$ 滤波后, 符合噪声方差越小, 而峰值信噪比越大这一规律的为 11 幅图像, 约占 16 幅图像的 69%; 而用 $G(2;2,2)$ 模型滤波的为 8 幅, 占 16 幅

图像的 50%。上述结果表明, (一)非线性模型的效果并非一定优于线性模型,模型结构参数的确定与图像的纹理特征有关; (二)由于参数估计的

性能与异常值的关系密切,从而使得 GNAR 模型的滤波结果不再符合噪声方差越小,峰值信噪比越大这样的规律。

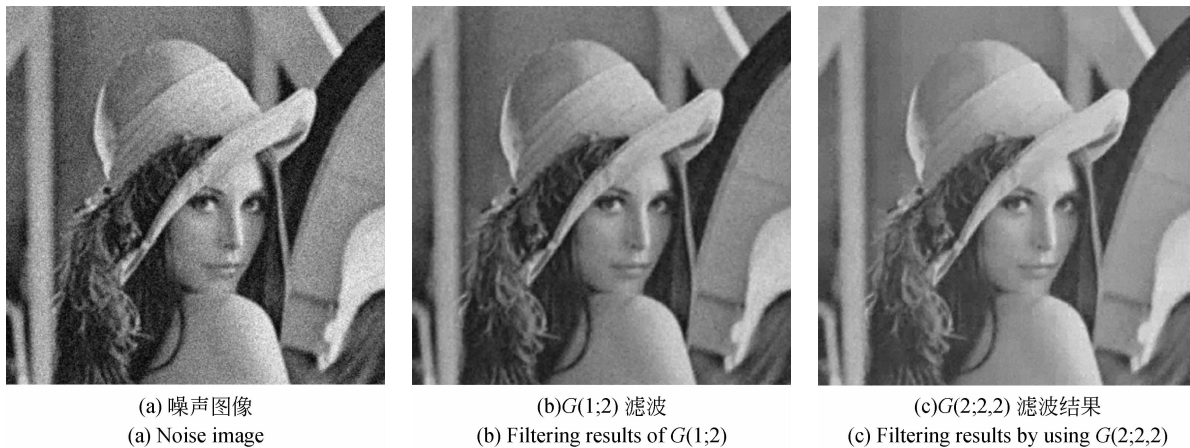


图 2 Lena 图 GNAR 模型滤波结果

Fig. 2 Filtering results of Lena image by using GNAR model

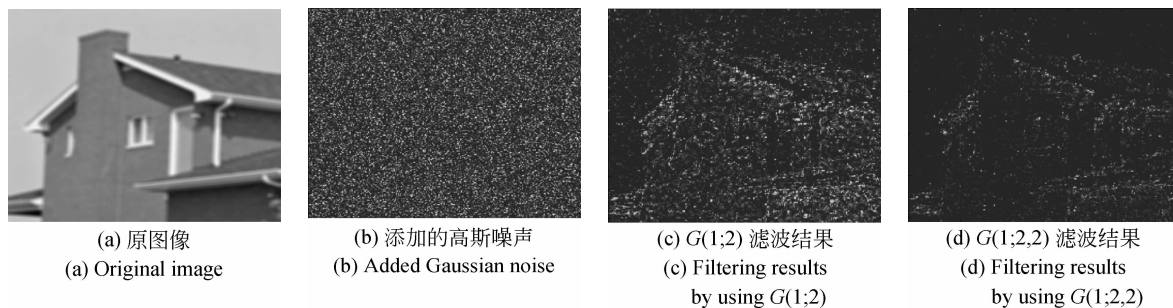


图 3 House 图 GNAR 模型滤波结果

Fig. 3 Filtering results of House image by using GNAR model

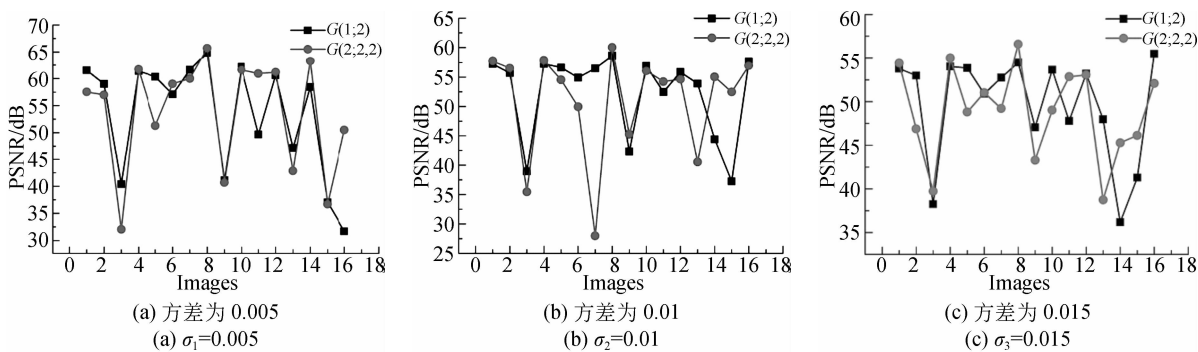


图 4 用 GNAR 模型滤除高斯噪声后的峰值信噪比

Fig. 4 PSNRs of images after filtering Gaussian noises by GNAR model

GM 估计算法仍存在问题,算法中人为 设置异常次数指标来统计子图像 GM 参数估计

表 1 $G(1;2)$ 参数估计算法迭代情况($\sigma=0.015$)Tab.1 Iterations of $G(1;2)$ parameter estimation algorithm($\sigma=0.015$)

序号	异常次数	平均 迭代次数	最大 迭代次数	计算耗时 /s
1	0	5.17	17	33.43
2	36	5.29	14	136.75
3	0	5.12	16	132.91
4	0	5.21	17	134.60
5	7	5.26	12	136.29
6	0	5.22	13	154.30
7	7	5.19	12	134.25
8	0	5.24	13	33.97
9	0	5.23	13	34.03
10	1	5.39	12	46.12
11	0	5.18	14	183.58
12	2	5.21	12	134.45
13	451	5.20	23	559.87
14	0	5.33	19	677.11
15	2	5.24	12	167.87
16	0	5.17	12	165.08

的异常情况,结果除第 2 幅图和第 13 幅图像外,其他 14 幅图像异常次数并不高,绝大部分图像并未发生异常情况。 $\sigma=0.005$ 、 $\sigma=0.01$ 以及 $\sigma=0.015$ 三种情况下, $G(1;2)$ 模型滤波共计发生异常 36 次(图 2 和图 13 除外), $G(2;2,2)$ 模型滤波共计发生异常 15 次(同上)。因此,可以认为 GM 估计算法对非线性自回归模型具有很好的适应性。尽管算法仍存在问题,但是 GM 估计是收敛的。如表 1 所列,线性模型的平均迭代次数约为 5.3 次,最大迭代次数一般在 14~16 次,平均耗时约为 160 s;二次模型的平均迭代次数约为 5.9 次,最大迭代次数一般在 16~18 次,平均耗时约为线性模型的 2.4 倍。

参考文献:

- [1] FAN H J, SONG Q. A sparse kernel algorithm for online time series data prediction [J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(6): 2174-2181.
- [2] STEPNIKA M, CORTEZ P, DONATE J P, et al.. Forecasting seasonal time series with computational intelligence: On recent methods and the potential of their combinations [J]. *Expert Systems with Applications*, 2013, 40(6): 1981-1992.

表 2 $G(2;2,2)$ 参数估计算法迭代情况($\sigma=0.015$)Tab.2 Iterations of $G(2;2,2)$ parameter estimation algorithm($\sigma=0.015$)

序号	异常次数	平均 迭代次数	最大 迭代次数	计算耗时 /s
1	0	5.75	10	212.11
2	16	5.66	13	392.27
3	0	6.31	12	432.60
4	0	5.72	11	397.09
5	4	5.68	13	392.13
6	0	5.61	10	388.75
7	2	5.71	11	394.64
8	0	5.88	11	101.46
9	0	5.63	10	98.37
10	0	5.30	11	91.96
11	0	5.85	11	402.84
12	2	5.57	11	384.77
13	239	5.42	16	1 510.17
14	0	5.51	14	1 514.64
15	0	5.75	14	395.41
16	0	6.03	12	411.18

7 结 论

本文通过研究现有的图像自适应滤波方法,提出了一种利用通用自回归模型进行图像滤波的新方法。该方法将线性模型和非线性模型融于一个统一的数学表达式中,并推导建立了通用自回归模型的一维和二维数学表达式。对自回归模型的参数估计方法进行了研究,确定了适于二维通用自回归数学模型的参数估计方法。滤波实验结果表明,算法的平均迭代次数不超过 6 次,线性模型的平均耗时为 150 s,二次模型的平均耗时为 418 s,算法收敛性能好。结果表明,该滤波方法能够用于图像的自适应滤波。

- [3] TANG R, SHAO J, ZHANG Z J. Sparse moving maxima models for tail dependence in multivariate financial time series [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2013, 143(5): 882-895.
- [4] ZACCARELLI N, LI B L, PETROSILLO I, et al.. Order and disorder in ecological time-series: Introducing normalized spectral entropy [J]. *Ecological Indicators*, 2013, 28(SI): 22-30.
- [5] 刘志兵,王西彬. 积屑瘤状态对微细切削表面轮廓特征的影响[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(1):

- 90-96.
- LIU ZH B, WANG X B. Influence of built-up edge phases on characteristics of surface profile of micro cutting [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(1): 90-96. (in Chinese)
- [6] TONG H, LIM K S. Threshold autoregression, limit-cycles and cyclical data [J]. *Journal of the Royal Statistical Society Series B-Methodological*, 1980, 42(3): 245-292.
- [7] HAGGAN V, OZAKI T. *Amplitude-Dependent Exponential AR Model Fitting for Non-linear Random Vibrations* [M]. Time Series. Amsterdam: North-Holland. 1980: 57-71.
- [8] GRANGER C, ANDERSON A. An introduction to bilinear time-series models [J]. *International Statistical Review*, 1980, 48(2): 238.
- [9] KASHYAP R L, EOM K B. Robust images techniques with an image restoration application [J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1988, 36(8): 1313-1325.
- [10] ALLENDE H, GALBIATI J, VALLEJOS R. Robust image modeling on image processing [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2001, 22(11): 1219-1231.
- [11] AMIRMAZAGHANI M, AMINDAVAR H. A novel statistical approach for speckle filtering of SAR images [C]. *IEEE 13th Digital Signal Processing Workshop & 5th IEEE Processing Education Workshop, Marco Isl, FL, JAN 04-07*, 2009: 457-462.
- [12] BUSTOS O, OJEDA S, VALLEJOS R. Spatial ARMA models and its applications to image filtering [J]. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, 2009, 23(2): 141-165.
- [13] TAKALO R, HYTTI H, IHALAINEN H. Adaptive autoregressive model for reduction of poisson noise in scintigraphic images [J]. *Journal of Nuclear Medicine Technology*, 2011, 39(1): 19-26.
- [14] 施招云, 万德钧, 黄仁. 一种非线性时序模型的结构辨识方法 [J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 1993, 16(S1): 44-49.
- SHI ZH Y, WAN D J, HUANG R. A structure identification method of nonlinear time series models [J]. *Journal of Hefei University of Technology: Natural Science*, 1993, 16(S1): 44-49. (in Chinese)
- [15] HA E, NEWTON H J. The bias of estimators of causal spatial autoregressive processes [J]. *Biometrika*, 1993, 80(1): 242-245.
- [16] 魏彤, 郭蕊. 自适应卡尔曼滤波在无刷直流电机系统辨识中的应用 [J]. 光学精密工程, 2012, 20(10): 2308-2314.
- WEI T, GUO R. Application of adaptive identification of Kalman filtering to system brushless DC motor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(10): 2308-2314. (in Chinese)
- [17] 冯肖维, 何永义, 方明伦, 等. 应用特征估计的距离图像多尺度滤波 [J]. 光学精密工程, 2011, 19(5): 1118-1125.
- FENG X W, HE Y Y, FANG M L, et al.. Multi-scale smoothing of noisy ranges image using feature estimation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(5): 1118-1125. (in Chinese)

作者简介:



郝 飞(1982—),男,江苏滨海人,博士研究生,2004年、2007年于长安大学分别获得学士、硕士学位,主要从事机械视觉测量、机械振动控制方面的研究。
E-mail: hf_1982@njit.edu.cn

导师简介:



史金飞(1964—),男,江苏丹阳人,教授,博士生导师,1998年于东南大学获得博士学位,主要从事机电系统工程与一体化技术、基于网络的动态质量信息检测与全过程质量控制、新型电子机械的驱动与控制、机器视觉理论与应用等方面的研究。E-mail: shijf@njit.edu.cn