

文章编号 1004-924X(2015)05-1331-09

运动副间隙引起的并联机器人误差及其补偿

余跃庆*, 田 浩

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘要: 针对运动副间隙引起的并联机器人定位误差, 提出了通过优化驱动杆的关节角位移参数来补偿运动副间隙误差的方法。以平面 3-RRR 并联机器人系统为研究对象, 建立运动副误差模型, 研究了间隙误差引起的杆件实际长度误差和驱动杆实际关节角位移误差的变化规律。根据机器人的逆运动学方程, 建立了基于全微分理论的机构误差分析模型。应用粒子群优化(PSO)算法优化驱动杆的关节角位移参数, 补偿了运动副间隙引起的系统结构误差。引入线性递减惯性权重和压缩因子对标准 PSO 算法进行改进, 给出了算法的统一表达式。误差补偿结果显示, 改进 PSO 算法能够有效提高优化算法的收敛性能, 使用优化后的关节角位移参数得到的机器人末端轨迹误差值比未补偿轨迹降低了 99% 以上。仿真实验结果显示本文方法能够有效补偿运动副间隙引起的系统结构误差, 保证并联机器人系统的定位精度。

关键词: 运动副间隙; 并联机器人; 误差分析模型; 粒子群优化算法; 误差补偿

中图分类号: TP242.6; TH112 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152305.1331

Error and compensation of parallel robot with joint clearances

YU Yue-qing*, TIAN Hao

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

* Corresponding author, E-mail: yqyu@bjut.edu.cn

Abstract: To reduce the position error of a parallel robot caused by joint clearances, a method to compensate the joint clearance errors was proposed by optimizing the joint angular displacement parameters of drivers. For the purpose of a planar 3-RRR parallel robot system, an error model of the joint was presented and the change rules of the errors of actual lengths of links and actual joint angular displacements of drivers caused by joint clearances were obtained. According to the inverse kinematics equation, the error analysis model of system was proposed by total derivative theory. The structural errors of system caused by joint clearance errors were compensated by optimizing the joint angular displacements of drivers using Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm. By inducing the linear decreasing weight and the compression factor, the standard PSO algorithm was improved, and an unified expression of algorithms was derived. The results of error compensation show that the improved PSO algorithm is effective for improving the convergence performance. The trajectory errors of end-effector using optimized joint angular displacements are decreased by 99% as compared with that of uncompensated trajectory. Obtained results demonstrate that the proposed method effectively compensates the structural errors caused by joint clearances and guarantees the position accuracy of

收稿日期: 2014-12-20; 修订日期: 2015-02-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 51175006)

parallel robot systems.

Key words: joint clearance; parallel robot; error analysis model; particle swarm optimization algorithm; error compensation

1 引言

并联机器人具有高刚度、高精度以及高承载能力等优点,被广泛应用于航空航天、医疗器械、数控机床以及精密定位等领域。并联机器人多使用铰链式运动副实现运动和能量的传递及转换,受加工制造误差及运动中的摩擦、磨损等影响,其运动副间隙误差不可避免^[1],而且这种误差对系统运行精度影响很大。

许多研究者分析了运动副间隙对系统运行精度的影响。Wu 等^[2]综合考虑了运行精度和生产成本间的相互关系,使用区间分析方法实现运动副间隙误差的最优分配;Venanzi 等^[3]基于虚功原理分析间隙误差的影响,提出的方法具有较强的通用性;Huang 等^[4]研究了运动副间隙对 2 自由度并联机器人位置精度的影响;Tsai 等^[5]使用虚功原理研究了运动副间隙误差对机构传动性能的影响;张义民等^[6]将虚功原理、误差分析理论及优化技术结合,提出了一种平面机构位姿误差分析的数值计算方法。

为降低间隙误差对运行精度的影响,Li 等^[7]使用附加弹簧或配重的方法减小了关节力,降低了间隙误差的影响;Feng 等^[8]根据最小单元叠加法优化构件的质量分布,减小惯性力变化,抑制了运动副间隙引起的振动和冲击;Bu 等^[9]使用轨迹规划的方法,通过优化轨迹曲线的运动参数,避免间隙误差的产生。这些研究降低了含运动副间隙系统在运行过程中的振动、冲击等误差因素,保证了系统的运行精度,但较少考虑补偿运动副间隙对系统定位精度的影响。

运动副间隙引起了各构件的结构误差,使得运动规划得到的期望轨迹和理想轨迹之间存在偏差,当机器人跟踪期望轨迹时,将不可避免地产生与理想轨迹间的运动误差。机器人系统的结构误差是产生定位误差的主要原因^[10]。文献[11]通过工作空间补偿法和关节空间补偿法,文献[12-13]使用驱动杆参数优化法,文献[10]使用神经网络法,均有效提高了机器人的定位精度。但这些

研究均没有分析误差的产生原因及变化规律。针对由运动副间隙引起的系统结构误差,有必要分析其特性,以选择合适的补偿方法。

本文以平面 3 自由度并联机器人为研究对象,首先建立铰链式运动副的误差模型,研究间隙误差引起的杆件实际长度误差和驱动杆实际关节角位移误差的变化规律,然后推导机器人的逆运动学方程,根据全微分理论,建立机构误差分析模型,并应用 PSO 算法优化驱动杆的关节角位移参数,补偿运动副间隙误差,最后对标准 PSO 算法进行改进,提出了误差补偿方法并通过实验验证了本文方法的有效性。

2 运动副误差模型

平面 3-RRR 并联机器人的机构如图 1 所示,由定平台 $A_1 A_2 A_3$ 、动平台 $D_1 D_2 D_3$ 和与定平台和动平台连接的 3 条结构相同的运动支链组成。各运动支链包含驱动杆 $A_i B_i$ 、从动杆 $B_i D_i$ 及铰链式运动副。驱动杆长度为 r_{i1} ,运动转角为 θ_{i1} ;从动杆长度为 r_{i2} ,运动转角为 θ_{i2} ;动平台边长为 h ,运动转角为 φ ;定平台边长为 a 。

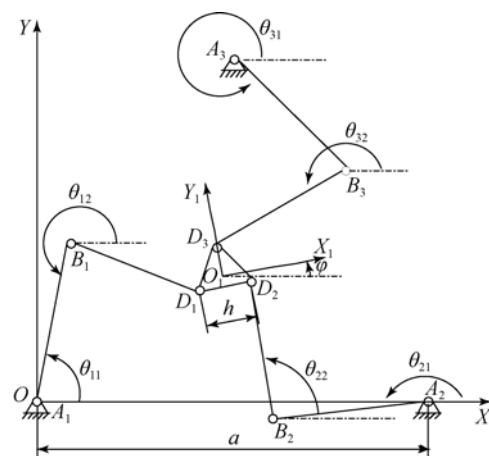


图 1 平面 3-RRR 并联机器人示意图

Fig. 1 Sketch of planar 3-RRR parallel robot

平面 3-RRR 并联机器人依靠铰链式运动副实现运动和能量的传递。考虑运动副间隙,在机

器运行过程中,运动副中的销轴在轴套内的位置是随机的,建立运动副的误差模型,如图 2 所示。图中 p 为轴套中心,即不考虑间隙误差时的运动副转动中心, q 为销轴中心,定义轴套中心与销轴中心连线 d 为运动副的径向误差。以 p 点为原点, ap 方向为 x 轴正向建立坐标系, α 为径向误差 d 与 x 轴正向的夹角,定义为运动副的误差角。

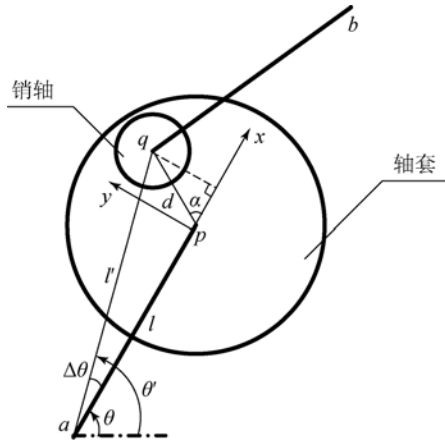


图 2 运动副误差模型

Fig. 2 Error model of joint

不考虑运动副间隙时,杆 ap 的名义长度为 l ,名义关节角位移为 θ ;受间隙误差影响, ap 的实际长度变为 l' ,实际关节角位移变为 θ' ,产生了结构误差,如果仍按名义结构参数进行运动规划,将使机器人的末端轨迹偏离理想轨迹。杆长及关节角位移的名义值和实际值之间满足:

$$l' = \sqrt{(l + d\cos\alpha)^2 + (d\sin\alpha)^2}, \quad (1)$$

$$\theta' = \theta + \arcsin \frac{d\sin\alpha}{l'}. \quad (2)$$

根据式(1)、(2),运动副间隙引起的结构误差为

$$\Delta l = \sqrt{(l + d\cos\alpha)^2 + (d\sin\alpha)^2} - l, \quad (3)$$

$$\Delta\theta = \arcsin \frac{d\sin\alpha}{\sqrt{(l + d\cos\alpha)^2 + (d\sin\alpha)^2}}. \quad (4)$$

根据式(3)、(4),由运动副间隙引起的系统结构误差由运动副的径向误差及误差角确定。考虑运动副销轴位置的随机性,根据运动副的误差模型可知:

$$\alpha \in [0, 2\pi], \quad (5)$$

$$d \in [0, (R - r)], \quad (6)$$

式中: R 和 r 分别为轴套和销轴半径。

根据式(5)、(6),运动副的径向误差及误差角均为有界随机变量,所以运动副间隙引起的系统结构误差(3)、(4)为可变函数。由于运动副间隙误差与构件名义结构参数相比是微小量,可认为间隙误差对机构位姿误差的影响是相互独立的^[6]。根据式(3)~(6),得到机器人各结构误差($i=1,2,3$):

$$\Delta r_{i1} = \sqrt{(r_{i1} + d_{i1}\cos\alpha_{i1})^2 + (d_{i1}\sin\alpha_{i1})^2} - r_{i1}, \quad (7)$$

$$\Delta r_{i2} = \sqrt{(r_{i2} + d_{i2}\cos\alpha_{i2})^2 + (d_{i2}\sin\alpha_{i2})^2} - r_{i2}, \quad (8)$$

$$\Delta h = \sqrt{(h + d_h\cos\alpha_h)^2 + (d_h\sin\alpha_h)^2} - h, \quad (9)$$

$$\Delta\theta_{i1} = \arcsin \frac{d_{i1}\sin\alpha_{i1}}{\sqrt{(r_{i1} + d_{i1}\cos\alpha_{i1})^2 + (d_{i1}\sin\alpha_{i1})^2}}, \quad (10)$$

式中: $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_h \in [0, 2\pi], d_{i1}, d_{i2}, d_h \in [0, (R - r)]$ 。

3 系统误差分析模型

图 1 中,在定平台上建立绝对坐标系 $O-XY$,原点 O 在 A_1 点, X 轴沿 A_1A_2 方向;相对坐标系 $O_1-X_1Y_1$ 建立在动平台上,原点 O_1 为动平台的几何中心, X_1 轴平行于 D_1D_2 。根据系统结构参数可以确定 $O-XY$ 系中 A_i 点的位置矢量 ${}^O\mathbf{A}_i$, \mathbf{B}_i 为:

$${}^O\mathbf{B}_i = {}^O\mathbf{A}_i + r_{i1} \begin{bmatrix} \cos \theta_{i1} \\ \sin \theta_{i1} \end{bmatrix}, i=1,2,3. \quad (11)$$

在 $O_1-X_1Y_1$ 系中, D_i 点的位置矢量为 ${}^{O_1}\mathbf{D}_i$,将其转换到 $O-XY$ 系中:

$${}^O\mathbf{D}_i = \mathbf{R}^{O_1} \mathbf{D}_i + {}^O\mathbf{O}_1, i=1,2,3, \quad (12)$$

式中: $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$, ${}^O\mathbf{O}_1$ 为相对坐标系原点在绝对坐标系中的位置矢量。

根据 $\|{}^O\mathbf{B}_i - {}^O\mathbf{D}_i\| = r_{i2}$,展开可得并联机器人的运动学方程:

$$\begin{aligned} f_1(x, y, \varphi, \theta_{11}, r_{11}, r_{12}, h, a) &= 0 \\ f_2(x, y, \varphi, \theta_{21}, r_{21}, r_{22}, h, a) &= 0 \\ f_3(x, y, \varphi, \theta_{31}, r_{31}, r_{32}, h, a) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

由于存在运动副间隙,使得机器人系统产生了结构误差。对式(13)求微分,得到:

$$\mathbf{J}_X d\mathbf{X} = -\mathbf{J}_\theta d\boldsymbol{\theta} - \mathbf{J}_r d\mathbf{r}, \quad (14)$$

其中:

$$\mathbf{J}_X = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial \varphi} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J}_\theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_{31}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J}_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial r_{11}} & 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial r_{12}} & 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial h} \\ 0 & \frac{\partial f_2}{\partial r_{21}} & 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial r_{22}} & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial h} \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial r_{31}} & 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial r_{32}} & \frac{\partial f_3}{\partial h} \end{bmatrix},$$

$$d\mathbf{X} = [dx, dy, d\varphi]^T,$$

$$d\boldsymbol{\theta} = [d\theta_{11}, d\theta_{21}, d\theta_{31}]^T,$$

$d\mathbf{r} = [\Delta r_{11}, \Delta r_{21}, \Delta r_{31}, \Delta r_{12}, \Delta r_{22}, \Delta r_{32}, \Delta h]^T$, 式中: $d\mathbf{X}$ 、 $d\boldsymbol{\theta}$ 和 $d\mathbf{r}$ 分别为动平台位姿误差、驱动杆关节角位移误差和系统结构误差, \mathbf{J}_X 、 \mathbf{J}_θ 和 \mathbf{J}_r 为关于动平台名义位姿和系统名义结构参数的误差矩阵。

并联机器人在其工作空间内运动时, \mathbf{J}_X 为非奇异矩阵, 式(14)可改写为:

$$d\mathbf{X} = -\mathbf{J}_X^{-1} \mathbf{J}_\theta d\boldsymbol{\theta} - \mathbf{J}_X^{-1} \mathbf{J}_r d\mathbf{r}. \quad (15)$$

由式(15)可知, 位姿误差 $d\mathbf{X}$ 受动平台名义位姿, 系统名义结构参数, 驱动杆关节角位移误差以及运动副间隙引起的系统结构误差的共同作用, 是一个多参数, 多输入, 强耦合的非线性函数, 很难通过解析方法获得位姿误差最小值。将其转化为多参数组合优化问题^[12], 定义 $d\theta_{i1} = \Delta\theta_{i1} + \delta\theta_{i1}$, 其中 $\delta\theta_{i1}$ 为驱动杆关节角位移调整参数, 通过优化 $\delta\theta_{i1}$, 调整 $d\boldsymbol{\theta}$, 降低末端位姿误差, 从而补偿运动副间隙误差。

4 粒子群优化(PSO)算法

群智能算法在计算机智能领域具有广泛应用, 通过模拟自然界的生物种群行为, 可实现优化过程^[14]。PSO 算法通过群体中个体间的协作与信息共享, 搜寻问题的最优解, 具有调整参数少,

结构简单, 全局优化能力强等特点^[15]。本文应用 PSO 算法实现驱动杆关节角位移参数的寻优, 并根据机器人位姿误差模型的特点对算法进行改进, 以提高算法的收敛速度, 同时防止陷入局部最优, 实现末端位姿误差的有效补偿。

根据式(14), 确定动平台的位姿误差指标, 即 PSO 算法的适应度函数为:

$$f = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (d\varphi)^2}. \quad (16)$$

平面 3-RRR 并联机器人有 3 个驱动杆, 可以确定 PSO 算法的搜寻空间为三维空间。粒子种群 \mathbf{X} 由 m 个粒子组成, 其中第 i 个粒子在搜寻空间中的位置为 $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})^T$, 表示驱动杆关节角位移的一组潜在最优解。使用粒子位置、速度和适应度三项指标表征粒子特性, 其中粒子适应度值由适应度函数(16)确定。

标准 PSO 算法为:

$$v_{ij}^{k+1} = \omega v_{ij}^k + c_1 r_1 (p_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_2 r_2 (p_{gi}^k - x_{ij}^k), \quad (17)$$

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1}, \quad (18)$$

其中: $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, 3$,

式中: ω 为惯性权重, k 为当前迭代步数, x_{ij} 和 v_{ij} 分别表示粒子 i 的位置和速度, $|x_{ij}| \leq x_{\max}$, $|v_{ij}| \leq v_{\max}$, x_{\max} 和 v_{\max} 分别为粒子的位置极值和速度极值, p_{ij} 为粒子 i 的个体历史最优位置, p_{gi} 为种群的历史最优位置, c_1 和 c_2 表示加速度因子, 且满足 $c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, r_1$ 和 r_2 为分布于 $[0, 1]$ 区间的随机数。

为弥补恒定惯性权重在迭代后期易陷入局部最优的缺陷, 引入线性递减惯性权重, 在迭代初期使用较大的权重保证全局搜寻能力, 迭代后期使用较小的权重, 利于精确的局部搜寻。

$$\omega = \omega_s - (\omega_s - \omega_e) (k/k_{\max})^2, \quad (19)$$

式中: ω_s 和 ω_e 分别表示初始和终止惯性权重, k_{\max} 为最大迭代步数。

机器人动平台的名义运动轨迹是根据采样时间确定的一系列离散位姿点; 根据式(7)~(10)可知由运动副间隙引起的结构误差是有界可变函数。机器人运动过程中的不同位姿点和结构误差值都需要重新进行 PSO 算法寻优, 耗费了大量的计算时间; 并且随着优化次数的增加, 优化过程陷入局部最优的概率也会相应增加, 当某一次的优化结果偏离最优值时, 将对整个优化过程产生严重影响。为了提高 PSO 算法的计算效率, 同时防

止陷入局部最优,这里引入压缩因子 $\gamma^{[16]}$,得到新的速度迭代方程为:

$$v_{ij}^{k+1} = \gamma[\omega v_{ij}^k + c_1 r_1 (p_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_2 r_2 (p_{gj}^k - x_{ij}^k)]$$

$$\gamma = 2 / |2 - \beta - \sqrt{\beta^2 - 4\beta}|, \beta > 4. \quad (20)$$

压缩因子 PSO 算法能够使系统在实数域内最终收敛至稳定状态,可以防止陷入局部最优^[16]。该算法能够避免因粒子速度过大而无法收敛至最优值的问题,因此可以调整 PSO 算法的速度极值 v_{max} ,以加快收敛速度,提高计算效率。

由式(17)~(20),PSO算法的表达式为:

$$v_{ij}^{k+1} = \gamma[\omega v_{ij}^k + c_1 r_1 (p_{ij}^k - x_{ij}^k) + c_2 r_2 (p_{gj}^k - x_{ij}^k)]$$

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1}, \quad (21)$$

其中: $\omega = \omega_s - (\omega_s - \omega_e) / (k / k_{max})^2$,

$$\gamma = 2 / |2 - \beta - \sqrt{\beta^2 - 4\beta}|.$$

- (1) $\omega_s = \omega_e, \beta = 0$, 标准 PSO 算法;
- (2) $\omega_s > \omega_e, \beta = 0$, 递减权重 PSO 算法;
- (3) $\omega_s = \omega_e, \beta > 4$, 压缩因子 PSO 算法;
- (4) $\omega_s > \omega_e, \beta > 4$, 递减权重压缩因子 PSO 算法。

PSO 算法的优化过程如图 3 所示。

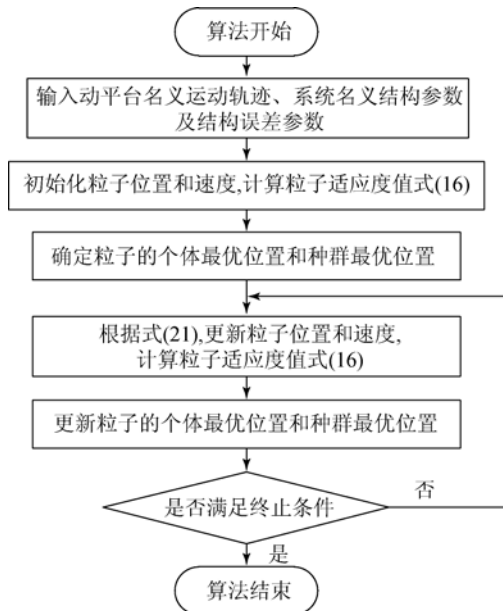


图 3 PSO 算法优化流程

Fig. 3 Procedure of PSO algorithm

5 误差补偿

根据系统误差分析模型(15),应用 PSO 算法

优化驱动杆的关节角位移参数,补偿运动副间隙引起的系统结构误差,降低动平台的位姿误差,从而提高含运动副间隙并联机器人的定位精度。

动平台的名义运动轨迹为(单位:m):

$$\begin{cases} x_d(t) = 0.45 + 0.1 \cos(\pi t) \\ y_d(t) = 0.15\sqrt{3} + 0.1 \sin(\pi t) \\ \varphi_d(t) = \pi/18 \sin(\pi t) \\ t = 0 \sim 2 \text{ s} \end{cases}, \quad (22)$$

式中: $x_d(t)$ 和 $y_d(t)$ 表示动平台的名义位置, $\varphi_d(t)$ 表示动平台的名义姿态,采样周期为 0.001 s。

并联机器人的结构参数为: $r_{11} = 0.4 \text{ m}$, $r_{12} = 0.4 \text{ m}$, $h = 0.08 \text{ m}$, $a = 0.9 \text{ m}$ 。铰链式运动副的结构参数为: $R = 8 \text{ mm}$, $r = 7.5 \text{ mm}$ 。

运动副间隙引起的系统结构误差是由运动副径向误差及误差角确定的可变函数。为模拟机器人的运行过程,在运动副径向误差及误差角的分布区间内,随机生成 2 001 组误差参数,根据式(7)~(10),计算机器人的各结构误差值。

根据上述条件,运动副间隙误差补偿过程如下:

(1)根据采样时间,依据动平台的名义运动轨迹方程确定动平台位姿点,依据运动副径向误差及误差角的分布区间,确定结构误差参数。

(2)将动平台的位姿点、结构误差参数以及系统的名义结构参数代入粒子群优化算法,根据图 3 所示的优化流程,通过迭代使得粒子群优化算法中粒子的适应度值,即动平台的位姿误差,逐步降低直到满足终止条件,当前采样时刻的迭代过程结束。

(3)将优化后的驱动杆关节角位移输入含运动副间隙并联机器人的正运动学模型中,实时计算出补偿运动副间隙误差后,机器人动平台的实际位姿。

(4)重复步骤(1)~(3),最终完成机器人整个运动过程的运动副间隙误差补偿。

根据动平台的名义运动轨迹方程及系统名义结构参数以及逆运动学方程,计算驱动杆的名义关节角位移,输入含运动副间隙并联机器人的正运动学模型中,计算未补偿运动副间隙误差时,机器人动平台的位姿,并与补偿后结果进行对比。

表 1 PSO 算法优化参数

Tab. 1 Parameters of PSO algorithms

	优化算法	优化参数
1	标准 PSO	$\omega_s=0.9, \omega_t=0.9, \beta=0$
2	递减权重 PSO	$\omega_s=0.9, \omega_t=0.4, \beta=0$
3	压缩因子 PSO	$\omega_s=0.9, \omega_t=0.9, \beta=4.3$
4	递减权重压缩因子 PSO	$\omega_s=0.9, \omega_t=0.4, \beta=4.3$

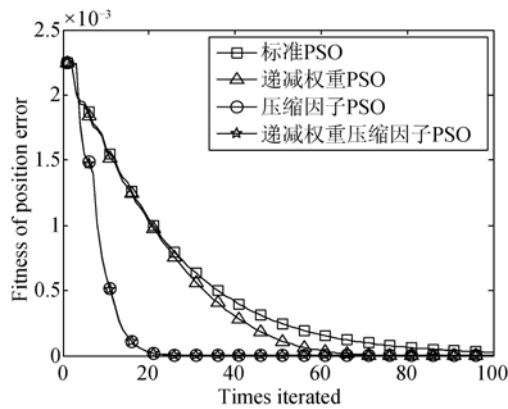


图 4 位姿误差适应度曲线

Fig. 4 Fitness curves of position errors

表 2 不同迭代步时适应度值比较

Tab. 2 Comparison of fitness at different iteration steps

迭代次数	适应度值			
	标准 PSO	递减权重 PSO	压缩因子 PSO	递减权重压缩因子 PSO
40	4.16×10^{-4}	3.05×10^{-4}	3.61×10^{-8}	2.37×10^{-8}
60	1.61×10^{-4}	3.96×10^{-5}	4.76×10^{-11}	1.08×10^{-11}
80	6.57×10^{-5}	9.89×10^{-7}	6.31×10^{-14}	2.17×10^{-15}
100	2.75×10^{-5}	1.60×10^{-9}	8.37×10^{-17}	3.59×10^{-17}

为比较算法的收敛性能,同时保证比较过程的公平性,优化算法的初始条件一致,4 种 PSO 算法均对机器人运动过程中全部采样时刻的位姿点及结构误差参数寻优。由于各算法所得适应度曲线变化趋势相似,所以对全部适应度曲线计算各迭代步的适应度平均值,得到该算法在整个优化过程中的适应度曲线,如图 4 所示,随着迭代次数的增加,改进 PSO 算法的收敛速度均优于标准

算法,其中两种含压缩因子算法的收敛速度较快,表明当合理选取优化参数时,各改进 PSO 算法均提高了算法性能。表 2 以迭代 40、60、80 和 100 步为例,统计了 PSO 算法的适应度值。当迭代 40 步时,递减权重压缩因子 PSO 算法的适应度值已经降至 2.37×10^{-8} ,表现出快速收敛性能,并且该算法的适应度值在 4 组统计结果中始终为最小值。其余迭代步适应度值的数值关系与本算例 4 组统计结果相似,表明递减权重压缩因子 PSO 算法能够有效提高算法的收敛性能,可利用该算法实现运动副间隙误差的优化补偿。

以 PSO 算法优化后的驱动杆关节角位移及名义关节角位移作为输入,得到含运动副间隙并联机器人的末端轨迹曲线,如图 5 所示,定义优化后的关节角位移所得末端轨迹为补偿后轨迹,名义关节角位移所得末端轨迹为未补偿轨迹。由图 5 可以看出,未补偿轨迹的起伏较明显,误差较大,而补偿后轨迹与名义轨迹的吻合度较高,无明显误差。为使结果更为直观,分别给出了未补偿轨迹及补偿后轨迹沿 X 轴和 Y 轴方向的误差曲线,如图 6、7 所示,对相关误差进行统计分析,如表 3 所示。图中未补偿轨迹的误差分布带为 10^{-3} m 数量级,而补偿后轨迹的误差分布带仅为 10^{-6} m 数量级。统计结果显示,补偿后轨迹的各项误差指标都降低了 99% 以上,补偿效果明显。研究表明,通过 PSO 算法优化驱动杆关节角位移参数,补偿运动副间隙引起的结构误差,降低动平台位姿误差的方法可行。

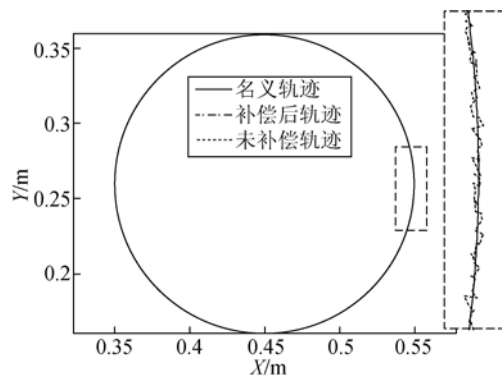
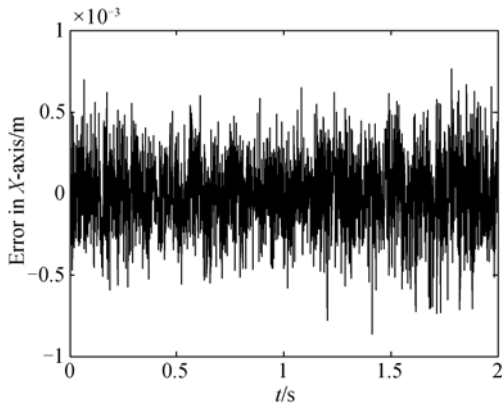


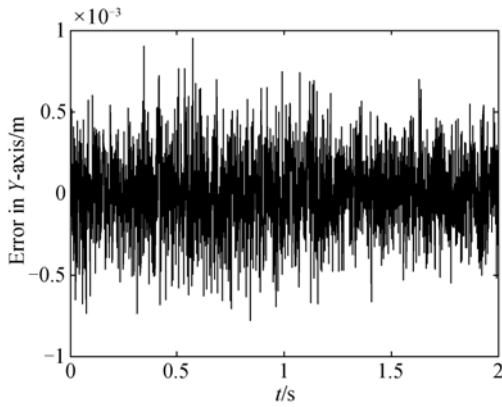
图 5 末端轨迹曲线对比

Fig. 5 Comparison of trajectory curves of end-effector



(a) 未补偿末端轨迹沿 X 轴方向误差

(a) Trajectory error curves of end-effector without compensation in X-axis

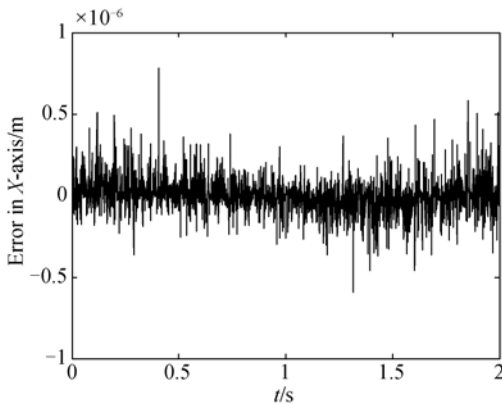


(b) 未补偿末端轨迹沿 Y 轴方向误差

(b) Trajectory error curves of end-effector without compensation in Y-axis

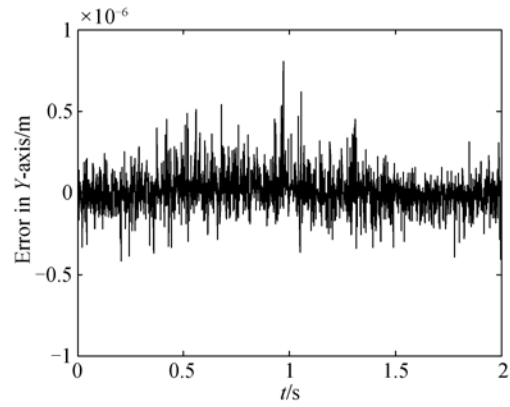
图 6 未补偿末端轨迹误差

Fig. 6 Trajectory error curves of end-effector without compensation



(a) 补偿后末端轨迹沿 X 轴方向误差

(a) Trajectory error curves of end-effector after compensation in X-axis



(b) 补偿后末端轨迹沿 Y 轴方向误差

(b) Trajectory error curves of end-effector after compensation in Y-axis

图 7 补偿后末端轨迹误差曲线

Fig. 7 Trajectory error curves of end-effector after compensation

表 3 误差统计

Tab. 3 Statistics of errors (mm)

误差指标	轨迹	X 轴	Y 轴
最大误差	未补偿	0.86	0.95
	补偿后	0.000 78	0.000 8
标准差	未补偿	0.24	0.26
	补偿后	0.000 11	0.000 11
均方根误差	未补偿		0.35
	补偿后		0.000 16

6 结 论

本文以平面 3-RRR 并联机器人为研究对象,建立了运动副的误差模型,探讨了运动副间隙误差引起的系统结构误差的变化规律。根据并联机器人逆运动学方程,建立了机构误差分析模型,并根据模型特点,通过优化驱动杆的关节角位移参数,补偿运动副间隙引起的系统结构误差。引入线性递减惯性权重及压缩因子对标准 PSO 算法进行了改进,给出了优化算法的统一表达式。误差补偿结果显示,与标准 PSO 算法相比,改进算法均加快了收敛速度;递减权重压缩因子 PSO 算法在迭代 40 步时,适应度值降至 10^{-8} 数量级,且在迭代过程中该算法的适应度值始终优于其他算法,有效提高了算法的收敛性能;利用该算法优化

后的关节角位移所得机器人末端轨迹误差值比未补偿轨迹降低了 99% 以上,验证了本文方法对于补偿运动副间隙误差,提高含运动副间隙并联机

器人末端定位精度的有效性。在下一步的研究中,将搭建实验系统,通过实验研究对本文方法做进一步验证。

参考文献:

- [1] 刘迎春,余跃庆. 考虑运动副间隙的连杆及机器人机构研究进展[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(4): 454-460.
LIU Y CH, YU Y Q. A survey of mechanism and robot with clearances [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2004, 23(4): 454-460. (in Chinese)
- [2] WU W D, RAO S S. Interval approach for the modeling of tolerances and clearances in mechanism analysis [J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2004, 126 (4): 581-592.
- [3] VENANZI S, PARENTI-CASTELLI V. A new technique for clearance influence analysis in spatial mechanisms [J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2005, 127 (3): 446-455.
- [4] HUANG T, CHETWYND D G, MEI J P, *et al.*. Tolerance design of a 2-DOF overconstrained translational parallel robot [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2006, 22(1): 167-172.
- [5] TSAI M J, LAI T H. Kinematic sensitivity analysis of linkage with joint clearance based on transmission quality [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2004, 39(11): 1189-1206.
- [6] 张义民,黄贤振,张旭方,等. 含运动副间隙平面机构位姿误差分析[J]. 东北大学学报:自然科学版, 2008, 29(8): 1147-1150.
ZHANG Y M, HUANG X ZH, ZHANG X F, *et al.*. Pose error analysis of planar mechanism with joint clearance [J]. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2008, 29(8): 1147-1150. (in Chinese)
- [7] LI Z, BAI S X. Optimum balancing of linkages with clearances[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 1992, 27(5): 535-541.
- [8] FENG B, MORITA N, TORII T. A new optimization method for dynamic design of planar linkage with clearances at joints-optimizing the mass distribution of links to reduce the change of joint forces [J]. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2002, 124(1): 68-73.
- [9] BU W H, LIU Z Y, TAN J R, *et al.*. Detachment avoidance of joint elements of a robotic manipulator with clearances based on trajectory planning [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2010, 45(6): 925-940.
- [10] 马立,于瀛浩,程维明,等. BP 神经网络补偿并联机器人定位误差[J]. 光学精密工程, 2008, 16(5): 878-883.
MA L, YU Y J, CHENG W M, *et al.*. Position error compensation for a parallel robot based on BP neural networks [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(5): 878-883. (in Chinese)
- [11] 马晓丽,陈艾华,陈晓英,等. 虚拟轴工作台机构的误差分析和补偿[J]. 农业机械学报, 2007, 38(11): 123-128.
MA X L, CHEN A H, CHEN X Y, *et al.*. Error analysis and compensation of a parallel mechanism for virtual-axial worktable [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(11): 123-128. (in Chinese)
- [12] 谢平,杜义浩,田培涛,等. 一种并联机器人误差综合补偿方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(9): 43-49.
XIE P, DU Y H, TIAN P T, *et al.*. A parallel robot error comprehensive compensation method [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(9): 43-49. (in Chinese)
- [13] 杜义浩,谢平,田培涛,等. 基于改进粒子群算法的并联机器人运动学精度提高新方法[J]. 中国机械工程, 2012, 23(16): 1938-1942.
DU Y H, XIE P, TIAN P T, *et al.*. A new method for improving kinematics accuracy of parallel robot based on improved PSO [J]. *China Mechanical Engineering*, 2012, 23(16): 1938-1942. (in Chinese)
- [14] 颜雪松,胡成玉,姚宏,等. 精英粒子群优化算法及其在机器人路径规划中的应用[J]. 光学精密工程, 2013, 21(12): 3160-3168.
YAN X S, HU CH Y, YAO H, *et al.*. Elite particle swarm optimization algorithm and its application in robot path planning [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(12): 3160-3168. (in Chinese)
- [15] 刘得军,刘彩平,韦荣方. 基于粒子群算法的 6-DOF 并联坐标测量机的测量建模[J]. 光学精密

工程, 2008, 16(1): 76-81.

LIU D J, LIU C P, WEI R F. Measurement modeling for 6-DOF parallel-link coordinate measuring machine based on particle swarm optimization [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(1): 76-81. (in Chinese)

[16] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1): 58-73.

作者简介:



余跃庆(1958—),男,北京人,博士,教授,博士生导师,1982年、1990年于北京工业大学分别获得学士、博士学位。主要从事机构学与机器人学等方面的研究。E-mail:yqyu@bjut.edu.cn



田浩(1986—),男,内蒙古呼和浩特人,博士研究生,2009年于北京工业大学获得学士学位,主要从事并联机器人运动规划与控制等方面的研究。E-mail:tankthwd@emails.bjut.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)