

文章编号 1004-924X(2015)06-1642-08

翼展直线旋转作动机构的最速展开曲线

黄铁球^{1*}, 莫怡华², 王江²

(1. 北京交通大学 机械与电子控制工程学院, 北京 100044;
2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

摘要:研究了高速飞行器侧翼展开机构直线旋转作动器的最速展开问题。采用变分方法, 推导了最速展开槽线方程, 建立了直线旋转作动器的平面等效运动模型。推导的最速展开槽线方程虽与摆线方程近似, 但不同于以往任意一类摆线方程及其变种, 命名其为缩放摆线。给出了缩放摆线方程的一些基本特性并推导了基于该曲线方程的最速展开时间计算公式; 采用 MSC. Adams 运动仿真软件, 对缩放摆线方程和展开时间进行了动力学仿真验证, 仿真结果与理论计算吻合。与标准摆线展开时间的对比研究显示, 当缩放系数大于 1 时, 缩放摆线展开时间与标准线无明显提升, 但在缩放系数小于 1 的区间, 随着缩放系数的减小, 展开时间的缩短非常明显。当缩放系数为 0.24 时, 缩放摆线展开时间仅为原标准摆线的 87%。

关键词: 高速飞行器; 直线旋转作动器; 机翼展开; 最速展开; 摆线; 缩放摆线

中图分类号: TH132.1; V224.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152306.1642

Quickest deployable curve of linear-rotary actuator

HUANG Tie-qiu^{1*}, MO Yi-hua², WANG Jiang²

(1. *School of Mechanical, Electronic and Control Engineering,
Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;*
2. *Beijing Institute of Astronautical System Engineering, Beijing 100076, China*)
** Corresponding author, E-mail: tqhuang@bjtu.edu.cn*

Abstract: The quickest deploying of a linear-rotary actuator for wing deployment in a fast air vehicle was explored. The quickest deployable equation was deduced by using the variational method, and a planar equivalent motion model for the linear-rotary actuator was established. The quickest deployable equation is a new kind of curve named by scaled-cycloid here, which is similar to the cycloid curve, but is not any kind of curve from the former research. Some basic characteristics of the scaled-cycloid were studied and the quickest deploying time was calculated. The MSC. Adams software was used to simulate the scaled-cycloid equation and deploying time, and simulation results are well coincident with that of the theoretical analysis. The comparison results with that of cycloid curve show there is no obvious difference of the deployment time between standard cycloid and scaled-cycloid when scaled coefficient (k_c) is large than 1, but the deployment time decreases quickly with the decreasing of scaled coefficient when k_c is less than 1. The deployment time of scaled-cycloid is just 87% of standard

收稿日期: 2015-01-21; 修订日期: 2015-03-11.

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (No. 2011JBM105)

cycloid when the k_c decreases to 0.24.

Key words: high speed aircraft; linear-rotary actuator; wing deployment; quickest deployment; cycloid; scaled-cycloid

1 引言

直线旋转作动器是将直线运动部件的直线运动直接转换为旋转部件的旋转运动的机构,具有结构紧凑,运行可靠等特点,被广泛应用于各类机械产品中,如飞机升降翼、方向舵、尾翼以及舰载机折翼等的展开机构^[1-6]。另外,一些高速、甚至超音速带折叠翼飞行器的折叠翼展开机构也会由于对展开可靠性和展开速度有较高要求而采用直线旋转作动器机构^[7]。

直线旋转作动器至少应具有直线运动部件和由直线运动部件带动而产生旋转运动的旋转运动部件。典型的直线旋转作动器如螺母丝杆式、滚珠丝杆式等在旋转部件上均有一条或多条螺旋状展开槽线,由螺旋状展开槽线将直线运动转换成旋转运动。

展开槽线是作动器的关键结构,它关系到作动器旋转部件是否能有效快速展开、冲击是否可控等。胡明^[3]等将某折叠翼面展开机构作为空间圆柱凸轮机构,建立了折叠翼面展开机构展开运动学理论模型,进行了运动规律设计和包括凸轮槽道廓线、压力角及廓线曲率半径的设计。梁锡昌^[6]等研究了一种利用逆滚动螺旋机构将油缸的直线运动直接转换为旋转运动的作动器。该作动器采用标准的螺旋槽线,通过研究槽线螺旋升角对结构尺寸、受力等的影响,设计出具有输出力矩大,直径小,重量轻等优点的作动器。

上述研究主要集中在展开槽线对结构尺寸、受力和展开运动的可靠性上,均没有研究不同展开槽线对展开时间的影响,而在工程应用中,快速展开往往是非常关键的。

对于质点受力后在曲线上运动时间的探讨,最著名的为最速降线的研究。该研究利用变分方法求出质点在重力作用下的最速下降曲线,该曲线为摆线,也称为旋轮线(圆沿直线滚动其圆周上一定点的轨迹)。近年来一些学者^[8-10]先后讨论了利用变分方法推导摆线的具体过程以及一般化的旋轮线方程等问题,对于其他学科摆线也有诸

多应用,Hall^[12]研究了非圆轮在包括摆线在内的曲线路面滚动后的曲线形状,Matsuura^[13]等通过建立具有滑转特性的摆线模型研究了滑转特性对摆线形状的影响。

直线旋转作动器机构的运动是直线部件和旋转部件的运动合成,多运动合成得到更复杂运动的模式在机构设计中是非常普遍的,但是对该类合成运动的最小运动时间问题却鲜有研究。本研究建立了直线旋转作动器机构的平面等效力学模型,采用变分方法从理论上研究了在给定直线运动部件驱动力的条件下,槽线的最速展开问题,推导出解决该类问题的曲线方程,给出最速展开时间的计算方法,最终比较了新曲线与传统摆线的展开效率。

2 最速展开曲线方程的研究

2.1 直线旋转作动机构平面等效力学模型

图1所示为直线旋转作动器机构示意图,直线运动部件质量为 m_1 ,与机架之间由移动副连接,只能沿 y 方向滑动,不可转动;旋转运动部件转动惯量为 J_2 ,套在直动部件上,并与机架以回转副相连,只可绕 y 轴转动。旋转部件上开有展开槽线,直动部件沿径向伸出的销头嵌入到旋转部件的槽线中,直动部件上作用有给定驱动力,使其产生直线运动,由销头带动旋转部件完成旋转运动。

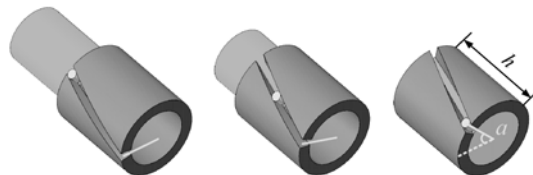


图1 直线旋转作动机构示意图

Fig.1 Mechanism sketch of linear-rotary actuators

假设槽线所在圆柱面的半径为 r (销头与槽线接触重合点所在的圆柱面),直动部件所受推力为 N ,忽略摩擦和阻尼对运动的影响。上述直线旋转作动机构的动力学模型可转化为平面问题的

等效力学模型,如图 2 所示。将转动部件槽线所在圆柱面沿母线剪开并展成平面,槽线展成后成为平面曲线,其运动可被认为是沿图 2 中 x 轴的平动。转化后的模型中,直动部件仍只沿 y 轴方向平动,转动部件变为只沿 x 轴方向的平动。

假设旋转作动器中直动部件的运动距离为 h ,旋转部件转开角度为 α ,展开为平面系统后,直动部件的运动行程仍为 h ,旋转部件的直线运动距离为:

$$l = \alpha r. \quad (1)$$

旋转物体转化为沿平面 x 方向运动的物体后,令其等效质量为 m_2 ,则有:

$$m_2 = \frac{J_2}{r^2}. \quad (2)$$

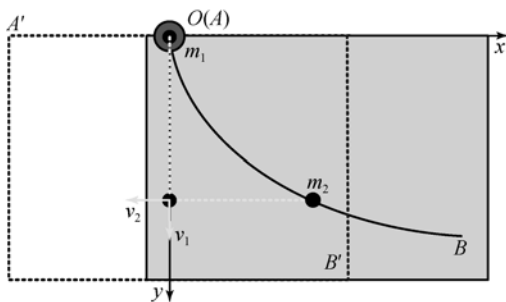


图 2 直线旋转作动机构平面展开示意图

Fig. 2 Plane sketch of linear-rotary actuator mechanism

2.2 最速展开曲线方程的研究

如图 2 所示, y 向运动的为物体 1,其质量为 m_1 ; x 向运动的为物体 2,当量质量为 m_2 ,展开槽线起始点位置为 $A(x_A, y_A)$,终止点位置为 $B(x_B, y_B)$,则有:

$$\begin{aligned} h &= y_B - y_A, \\ l &= x_B - x_A. \end{aligned} \quad (3)$$

对图 2 所描述的机构,物体 2 上必有一条或多条槽线,该曲线(或曲线组)使得机构能最快完成展开运动。最速展开曲线方程的求解可转化为求一个曲线(或曲线组)函数 $y = f(x)$,使得该机构展开时间最短。这是一个泛函求极值问题,可以利用变分方法来求解。

在展开过程的任意时刻,销头相对槽线的速度 v 可以分解为物体 2 在 x 向的速度 v_2 与垂直质量块在 y 向的速度 v_1 ,且两速度与该点的斜率存在如下关系:

$$y' = \frac{v_1}{-v_2}. \quad (4)$$

垂直运动质量块动能为:

$$E_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2. \quad (5)$$

水平运动质量块动能为:

$$E_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2. \quad (6)$$

则系统的总体动能为:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \\ &= \left[\frac{1}{2} m_1 y'^2 + \frac{1}{2} m_2 \right] v_2^2. \end{aligned} \quad (7)$$

由能量守恒定律,可知总能量等于推力所做的功:

$$E = Ny, \quad (8)$$

式中: N 为推力, y 为物体 1 的运动距离。

将式(8)代入式(7),可得到水平速度表达式:

$$v_2^2 = \frac{2Ny}{(m_1 y'^2 + m_2)}. \quad (9)$$

由于曲线在 x 轴正向,所以有:

$$v_2 = -\sqrt{\frac{2Ny/m_1}{y'^2 + m_2/m_1}}. \quad (10)$$

对于物体 2,又有:

$$v_2 = \frac{dx}{dt}. \quad (11)$$

将式(10)代入到(11)中:

$$dt = -\sqrt{\frac{y'^2 + m_2/m_1}{2Ny/m_1}} dx. \quad (12)$$

对式(12)进行积分,即得到展开所需要的时间:

$$t = \int_0^{-l} -\sqrt{\frac{y'^2 + m_2/m_1}{2Ny/m_1}} dx. \quad (13)$$

这是一个含有 y 以及 y' 的变分问题,其边界条件为: $y(x_A) = y_A, y(x_B) = y_B$,因为 $F(y, y') =$

$\sqrt{\frac{y'^2 + m_2/m_1}{2Ny/m_1}}$,所以根据 E-L 方程变换得到^[8]:

$$F(y, y') - y' \frac{\partial F}{\partial y'} = C. \quad (14)$$

进而得到:

$$\sqrt{\frac{y'^2 + m_2/m_1}{2Ny/m_1}} - y' \frac{y'}{\sqrt{2Ny/m_1} \sqrt{y'^2 + m_2/m_1}} = C. \quad (15)$$

将式(15)简化为:

$$y \left[\frac{m_1}{m_2} y'^2 + 1 \right] = 2R, \quad (16)$$

其中: $R = \frac{m_2}{4NC^2}$ 。

令: $y' = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cot \frac{\theta}{2}$, 可以求出:

$$y = 2R \sin^2 \frac{\theta}{2} = R(1 - \cos \theta). \quad (17)$$

将上式对 θ 求导, 可以得到:

$$y \frac{dx}{d\theta} = R \sin \theta. \quad (18)$$

即:

$$\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cot \frac{\theta}{2} \frac{dx}{d\theta} = R \sin \theta. \quad (19)$$

进而有:

$$\frac{dx}{d\theta} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} R(1 - \cos \theta). \quad (20)$$

对 θ 积分可得:

$$x = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} R_1 (\theta - \sin \theta) + x_0. \quad (21)$$

由于槽线过原点(0,0)所以得到:

$$\begin{aligned} x &= k_C R(\theta - \sin \theta), \\ y &= R(1 - \cos \theta). \end{aligned} \quad (22)$$

式(22)即为该机构最速展开曲线方程, 其中

$$k_C = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}.$$

将式(22)所对应的曲线重新包裹到原槽线所在的圆柱面上, 即可实现直线旋转作动器的最速展开。

2.3 缩放摆线方程的提出

式(22)与摆线方程类似, 但却不是摆线方程。标准摆线方程又叫旋轮线方程, 它是轮边缘上一点在轮沿直线无滑动滚动时在惯性系下形成的轨迹方程。一般可以写成:

$$\begin{aligned} x &= R(\theta - \sin \theta), \\ y &= R(1 - \cos \theta), \end{aligned} \quad (23)$$

其中: R 为旋轮半径, θ 为滚动角。

若轮在滚动过程中存在滑动, 该方程可改进为^[13]:

$$\begin{aligned} x &= R(k_s \theta - \sin \theta), \\ y &= R(1 - \cos \theta), \end{aligned} \quad (24)$$

其中: k_s 为滑转率, $k_s = 0$ 时轮子为平动, $k_s = 1$ 时为纯滚动。

对比可知, 式(22)与标准摆线方程和滑转摆线方程相似, 但实质不同。它类似于摆线方程在 x 方向上被缩放了一个比例系数, 该系数与 x, y 方向的质量比相关, 等于 y 向质量与 x 向质量比的平方根, 因此命名该曲线为缩放摆线。另将两

质量比的平方根定义为缩放系数, 计为 k_C 。这里的 R 为等效滚动圆半径; θ 为等效滚动角, 单位为弧度, 它们由起始点终止点位置及 k_C 决定。如将 $R = 10, 20, 30, \dots, 400$ 的摆线簇 ($k_C = 1$) 分别按照比例 $k_C = 0.5$ 和 $k_C = 1.5$ 在 X 轴方向缩放后得到的两组缩放摆线簇如图 3 所示。当两质量系统的质量比给定, 只要给定起点和终点, 就可以采用传统最速降线的求解思路, 求取两质量系统的最速降线, 且所得的最速降线具有唯一性。

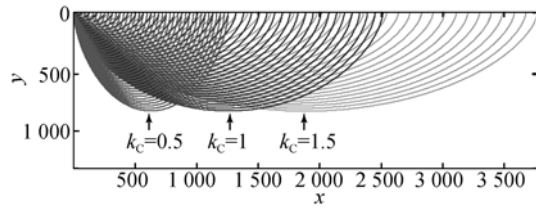


图 3 缩放系数 $k_C = 0.5, 1, 1.5$ 时缩放摆线簇示意图
Fig. 3 Scaled-cycloid curves with $k_C = 0.5, 1, 1.5$

当起始点为坐标原点, 终止点为(5 000, 5 000)时, 对于 $k_C = 0.25, 0.5, 1, 1.25, 1.5$ 等不同缩放系数情况下的缩放摆线如图 4 所示。以 $k_C = 1$ 为分界线, 此时对应标准摆线。当缩放系数 k_C 小于 1 时, 摆线被压缩, 但并非基于 $k_C = 1$ 时 $R = 2 865$ 的摆线进行压缩, 而是其相对应 R 的摆线进行压缩得到。且 k_C 越小, 最速展开部分曲线占总曲线的比例越大; 反之, 当摆线缩放系数 k_C 趋近于 $+\infty$, 则所求取的最速降线占缩放摆线的比例越小, 越趋近于直线。

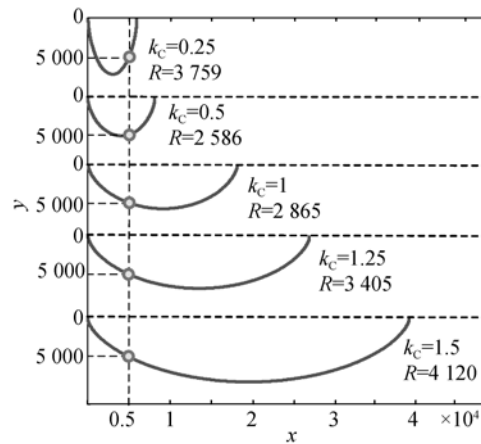


图 4 $k_C = 0.25, 0.5, 1, 1.25, 1.5$ 最速展开曲线对比示意图
Fig. 4 Fastest deployment curves with $k_C = 0.25, 0.5, 1, 1.25, 1.5$

对于不同的缩放系数,给定相同的起点和终点,所得的缩放摆线的等效滚动半径不同。如仍给定终止点为(5 000, 5 000),可以求出等效滚动半径随缩放系数的变化曲线如图 5 所示。缩放系数 $k_c=0.25, 0.5, 1, 1.25, 1.5$ 对应的等效滚动半径在图中标出,可以看出,等效滚动半径在 k_c 变大和变小的情况下均上升,存在某一 k_c 值,该值对应的等效半径 R 最小。

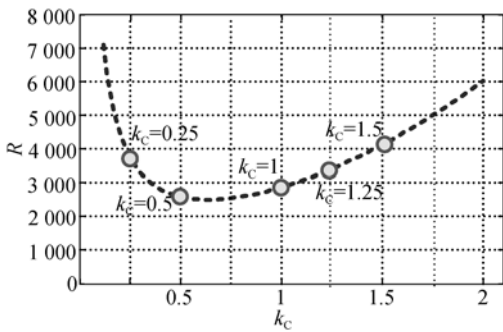


图 5 等效滚动半径随缩放系数变化曲线图

Fig. 5 Equivalent rolling radians with scaled coefficients

2.4 最速展开时间

上述系统在缩放摆线上展开所需时间对比其它曲线展开时间最短,称为最速展开时间。由于两质量块运动时间相同,因此求出任一质量块的时间即为最速展开时间,这里取水平质量块的运动时间进行求解,当给定了缩放系数和起止位置,展开时间只与滚动弧度相关:

$$t_c = \int_0^{\theta_b} \sqrt{\frac{dy^2 + dx^2}{2Ny/m_1}} d\theta = \sqrt{\frac{R}{N/m_1}} \int_0^{\theta_b} d\theta. \quad (25)$$

也可以通过积分求得当槽线为标准摆线时,两质量系统的展开时间,设为 t_b ,将缩放摆线展开时间对标准摆线展开时间的比值 t_c/t_b 表示为 p_t , p_t 越小,表明缩放摆线的展开效率越高。当两质量的运动位移的比例给定, p_t 只与缩放系数 k_c 相关。图 6 所示为当两质量块位移相同 $h=l$ 时, p_t 随缩放系数 k_c 变化示意图,当 $k_c=1$ 时,缩放摆线即是摆线,此时 $p_t=1$;当 $k_c>1$ 时, $p_t<1$,且随着 k_c 增大, p_t 变化很小,趋近于 1;当 $k_c<1$ 时, $p_t<1$,且随着 k_c 减小, p_t 快速趋近于 0。说

明在 p_t 很小时,展开效率的提升较明显。

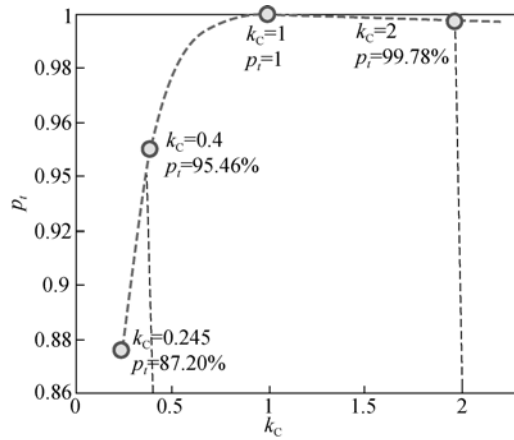


图 6 p_t 随缩放系数 k_c 变化示意图

Fig. 6 p_t varying with k_c

3 验证

采用 MSC. Adams 动力学分析软件对上述最速展开曲线展开时间进行验证。图 7 所示为 Adams 仿真模型示意图,仿真模型包括 2 个质量块 m_1 和 m_2 , m_1 与机架建立垂直方向移动副, m_2 与机架建立水平方向移动副;式(22)通过 matlab 生成曲线数据点,导入到 Adams 模型后,与质量块 m_2 固定;在 m_1 与槽线间建立凸轮运动副,并在 m_1 上添加作用力 N 。分析了缩放摆线的缩放系数分别为 0.4 和 2 两种情况。

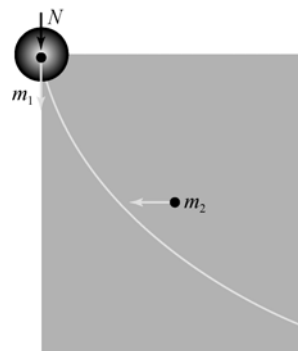


图 7 Adams 仿真模型示意图

Fig. 7 Adams dynamic simulation model

3.1 $k_c=0.4$ 时

取 $m_1=1.6 \text{ kg}$, $m_2=10 \text{ kg}$, $N=100 \text{ N}$,可以

计算缩放系数 $k_c = 0.4$, 给定终止点 P_B 坐标为: $(x_B, y_B) = (50 \text{ mm}, 50 \text{ mm})$, 可以计算得等效滚动圆半径 $R = 28.11 \text{ mm}$, 滚动过角度 $\Delta\theta = 3.82 \text{ rad}$, 将上述数值代入式(25)得到下降时间为:

$$t = \int_0^{\theta_B} \sqrt{\frac{R}{N/m_1}} d\theta = \sqrt{\frac{28.11/1\,000}{100/1.6}} \times 3.82 = 81 \text{ ms.} \quad (26)$$

为了对比分析验证最速降线的下降时间, 选取通过原点和 P_B 的直线与摆线作对比仿真分析, 如图 8 所示, 虚线表示直线槽线, 点划线表示摆线槽线, 实线表示缩放摆线槽线, 由于缩放系数小于 1, 所以缩放摆线位于摆线的外侧。

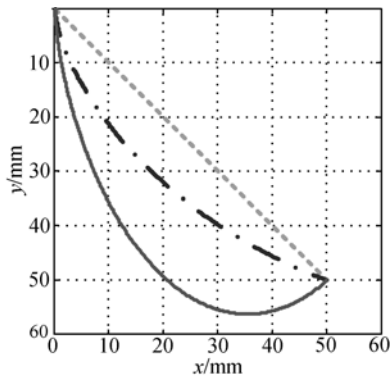


图 8 $k_c = 0.4$ 时, 缩放摆线、标准摆线以及直线对比示意图
Fig. 8 Comparison of scaled-cycloid, standard cycloid and line at $k_c = 0.4$

表 1 $k_c = 0.4$ 时, 直线、摆线和缩放摆线展开时间对比表
Tab. 1 Deploying time of line, cycloid and scaled-cycloid at $k_c = 0.4$

	直线	常规摆线	缩放摆线	$p_t/\%$
方程	$y=x$	$x=28.65(\theta-\sin\theta)$ $y=28.65(1-\cos\theta)$	$x=11.244(\theta-\sin\theta)$ $y=28.11(1-\cos\theta)$	
理论时间/ms	107.703 20	84.857 82	81.004 42	95.46
仿真时间/ms	107.703 26	84.857 65	81.003 74	95.46

利用 Adams 软件分别仿真 3 条槽线下机构的运动时间, 如表 1 所示, 缩放摆线所用时间与理论计算时间基本相同。且所计算得到 p_t 对应图 6 所示 $k_c = 0.4$ 位置。

3.2 $k_c = 2$ 时

$m_1 = 10 \text{ kg}$, $m_2 = 2.5 \text{ kg}$, $N = 100 \text{ N}$, 可得到缩放系数 $k_c = 2$, 给定终止点 P_B 坐标为: $(x_B, y_B) = (50 \text{ mm}, 50 \text{ mm})$, 等效滚动圆半径 $R = 60.14 \text{ mm}$, 滚动过角度 $\Delta\theta = 1.401 4 \text{ rad}$, 将上述数值代入式(25)得到下降时间为:

$$t = \int_0^{\theta_B} \sqrt{\frac{R}{N/m_1}} d\theta = \sqrt{\frac{60.14/1\,000}{100/10}} \times 1.401 4 = 108.7 \text{ ms.} \quad (27)$$

仿真分析如图 9 所示, 虚线表示直线槽线, 点划线表示摆线槽线, 实线表示缩放摆线槽线, 由于缩放系数大于 1, 所以缩放摆线位于摆线的内侧。

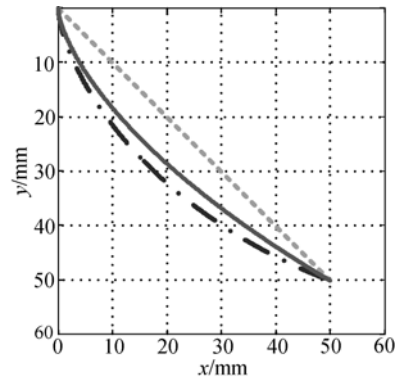


图 9 $k_c = 2$ 时, 缩放摆线、标准摆线以及直线对比示意图
Fig. 9 Comparison of scaled-cycloid, standard cycloid and line at $k_c = 2$

3 条曲线的运动时间如表 2 所示, 缩放摆线所用时间与理论计算时间基本相同, 且所计算得到 p_t 对应图 6 所示 $k_c = 2$ 位置。

表 2 $k_c = 2$ 时, 直线、摆线和缩放摆线展开时间对比表

Tab. 2 Deployment time of line, cycloid and scaled-cycloid at $k_c = 2$

	直线	常规摆线	缩放摆线	$p_t/\%$
方程	$y=x$	$x=28.65(\theta-\sin\theta)$ $y=28.65(1-\cos\theta)$	$x=120.28(\theta-\sin\theta)$ $y=60.14(1-\cos\theta)$	
理论时间/ms	111.803 399	108.916 12	108.677 02	99.78
仿真时间/ms	111.803 172	108.911 31	108.676 50	99.78

两工况仿真结果均证明了缩放摆线展开时间

推导的正确性。

4 结 论

本文针对直线旋转作动器机构,建立了该机构的平面等效力学模型;采用变分原理,推导出最速展开槽线方程;给出基于缩放摆线最速展开时间的计算公式,采用 MSC. Adams 运动仿真软件对缩放摆线方程和展开时间进行了动力学仿真验

证,仿真结果与理论计算吻合。在此基础上,与标准摆线的展开时间进行了对比研究。结果表明,当 $k_c > 1$ 时,缩放摆线展开时间与标准线比较无明显提升,但在 $k_c < 1$ 的区间,随着 k_c 的减小,展开时间的缩短是非常明显的。如 $k_c = 0.24$ 时,缩放摆线展开时间是原标准摆线的 0.87 倍。

该研究对于各类机构中运动合成后的最短运动时间求解均有重要的借鉴意义。

参考文献:

- [1] 金光,谢晓光,古松,等. 卫星太阳帆板展开的动力学仿真分析与应用[J]. 光学精密工程, 2014, 22(3):745-753.
JIN G, XIE X G, GU S, *et al.*. Dynamic simulation and application of deployable mechanism of satellite solar panels [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(3):745-753. (in Chinese)
- [2] 樊金柱,王卫英,徐荣华,等. 双螺旋副直旋作动器[J]. 轻工机械, 2013, 31(2):29-31.
FAN J ZH, WANG W Y, XU R H. Double helix straight-rotary actuator [J]. *Light Industry Machinery*, 2013, 31(2):29-31. (in Chinese)
- [3] 胡明,黎德蓓,陈文华,等. 空间凸轮-螺旋组合式折叠翼面展开机构设计及其运动特性分析[J]. 中国机械工程, 2012, 23(012): 1475-1478.
HU M, LI D B, CHEN W H, *et al.*. Design and kinematic characteristics analysis oil space cam-helix deployable mechanism of folding missile wing [J]. *China Mechanical Engineering*, 2012, 23(012): 1475-1478. (in Chinese)
- [4] 刘源,董立珉,孔宪仁,等. 飞行器虚拟振动试验平台构建[J]. 光学精密工程, 2013, 21(5): 1258-1264.
LIU Y, DONG L M, KONG X R, *et al.*. Construction of virtual vibration testing platform for Spacecraft [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5):1258-1264. (in Chinese)
- [5] 刘彦,谭久彬,王雷. 差动电磁作动器的超大型光学仪器隔振基础的主动控制机理[J]. 光学精密工程, 2007, 15(10):1602-1607.
LIU Y, TAN J B, WANG L. Control mechanism based on differential electromagnet actuator for a room-sized optical instrument vibration isolation foundation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(10):1602-1607. (in Chinese)
- [6] 梁锡昌,王光建,郑小光. 基于螺旋机构的旋转作动器研究[J]. 航空学报, 2003, 24(3):282-285.
LIANG X CH, WANG G J, ZHENG X G. Research on rotary actuator based on screw device [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2003, 24(3): 282-285. (in Chinese)
- [7] 黄葵,唐金兰,王占利,等. 燃气活塞式弹翼展开动力系统内弹道性能分析[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(4):143-146.
HUANG Y, TANG J L, WANG ZH L, *et al.*. Analysis on internal ballistic property of gas piston missile wing expanding propulsion system [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2009, 29(4):143-146. (in Chinese)
- [8] NISHIYAMA Y. The brachistochrone curve: the problem of quickest descent [J]. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2013, 82(3): 409-419.
- [9] FUENTES H E. On generalized cycloids [J]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1994, 25(1): 45-54.
- [10] FUENTES H E. Total generalization of the cycloid [J]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1997, 28(2): 243-247.
- [11] DETEMPLE D W. The generalized polygonal cycloid [J]. *College Mathematics Journal*, 1988: 417-419.
- [12] HALL L, WAGON S. Roads and wheels [J]. *Mathematics Magazine*, 1992: 283-301.
- [13] MATSUURA T, MATSUYAMA T, TANDA S. Cycloid crystals by topology change [J]. *Journal of Crystal Growth*, 2013, 371: 17-22.
- [14] CHEN B K, ZHONG H. Generation and investigation of a new cycloid drive with double contact

- [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 49: 270-283.
- [15] LEGEZA V P. Quickest-descent curve in the problem of rolling of a homogeneous cylinder [J]. *International Applied Mechanics*, 2008, 44(12): 1430-1436.
- [16] LI K J, DING Y J. The application of the quickest-descent method to the analysis of the H_a line in loops [J]. *Solar Physics*, 1994, 150 (1-2): 87-97.
- [17] HIRANO Y. Quickest descent line during alpine ski racing [J]. *Sports Engineering*, 2006, 9(4): 221-228.

作者简介:



黄铁球(1971—),男,湖南湘潭人,博士,工程师,1996年于天津大学获得硕士学位,1999年于中国运载火箭技术研究院获得博士学位,主要从事柔性多体动力学、协同仿真、挠性模拟器设计等方面的研究。E-mail: tqhuang@bjtu.edu.cn



莫怡华(1983—),男,广西桂林人,硕士,工程师,2006年、2008年于清华大学分别获得学士、硕士学位,主要从事结构强度分析及动力学仿真研究。E-mail: pmyhp@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)