

文章编号 1004-924X(2015)01-0282-06

基于最小二乘法拟合估计傅里叶望远镜的缺失分量

于树海^{1,2*}, 王建立¹, 董磊¹, 刘欣悦¹, 王亮^{1,2}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:为了采用非均匀发射阵列的傅里叶望远镜清晰重构深空目标图像,提出了一种基于最小二乘法拟合缺失傅里叶分量的新方法。首先采用 T 型非均匀发射阵列作为傅里叶望远镜的激光发射系统,并对返回的时域信号进行直流滤波;然后,基于傅里叶望远镜的基本原理对信号进行解调并通过相位闭合得到三重积。采用最小二乘法对没有抽取的傅里叶分量进行拟合估计,作为连乘恢复单一傅里叶分量信息的基础;最后,进行非均匀傅里叶逆变换重构目标图像。在不同信噪比条件下对 4 个目标进行了数值模拟,并与简单估算方法进行了对比。结果显示:信噪比(SNR)为 200 db,采用 7 阶最小二乘法拟合估计时,重构图像细节分辨更为清晰,其斯特里尔比(Strehl)比衍射极限图像的斯特里尔比(Strehl)最高可提高 0.074 2,最低可提高 0.009 8。采用新方法对外场实验数据进行重构的结果表明:提出的方法克服了频谱偏差造成的重构图像失真,可为实际工程系统提供理论参考。

关键词:傅里叶望远镜;成像系统;非均匀发射阵列;非均匀傅里叶变换;最小二乘法;图像重构

中图分类号:TH743 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152301.0282

Estimation of missing components of Fourier Telescopy based on least square fitting

YU Shu-hai^{1,2*}, WANG Jian-li¹, DONG Lei¹, LIU Xin-yue¹, WANG Liang^{1,2}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: yushuhai_0707@sina.com

Abstract: To reconstruct the image of a deep space target by using non-uniform sparse launch array of a Fourier Telescopy(FT), a new method based on the least square fitting was proposed to estimate the lack of Fourier component of the target. Firstly, the T-sparse emitter array of laser transmitter system was used as transmitter configuration of FT, and the returned time-domain signal was processed by a DC filter. According to the basic principle of FT, the signal was demodulated to obtain a triple product by the phase closure. The least square fitting method was used to estimate and fit the absent Fourier components and to take it for the information recovery basis. Finally, the image was reconstructed with inverse non-uniform Fourier transform. Four targets were simulated with different SNRs. As compared with the original method, the new method resolves the details of targets and the

收稿日期:2013-08-16;修订日期:2013-09-29.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2012AAXXX003)

Strehl Ratios are improved by a maximum value of 0.074 2 and the minimum value of 0.009 8 at a SNR of 200 db and seven rank fitting. Obtain data in a field experiment show that the new method overcomes the distortion of reconstructed image come from frequency spectral deviation and provides a reference for practical engineering.

Key words: Fourier Telescopy(FT); imaging system; non-uniform launch array; non-uniform Fourier transform; least square method; image reconstruction

1 引言

随着科学技术的进步,卫星及火箭技术的发展,人造空间目标存有量不断增加,因此,研究空间目标的高分辨率成像探测技术尤为必要。现阶段,地基深空探测主要采用大口径望远镜技术,随着望远镜口径的增大及自适应光学技术单元数的增加,其探测深度和分辨率都有很大的提升,但由于对地球同步静止轨道的小、暗卫星目标进行成像探测时技术难度较大,学者们提出了一些非常规光学成像技术。

傅里叶望远镜(Fourier Telescopy, FT)^[1-5]作为一种非常规光学成像技术,在上世纪 90 年代得到了快速发展。FT 采用空间位置不同且具有一定差频的多束干涉激光照明目标,在目标表面形成移动的干涉条纹,进而将目标的空间信息在时域上编码。然后通过返回的时域信号解调得到目标的傅里叶分量信息,接着采用相位闭合技术消除大气低阶 Piston 相差,得到一个包含目标多个傅里叶分量信息的三重积。最后,进行相应的信号处理即可得到目标单一的傅里叶分量。通过改变发射器位置,抽取足够多的傅里叶分量得到目标频谱矩阵后,采用傅里叶逆变换即可清晰重构出目标图像。目前,学者们已开展了基于时域平均^[6]、全相位技术^[7-8]及非均匀采样^[9-11]等技术的傅里叶望远镜系统研究。为了降低系统成本并减少系统成像时间,已有人提出将非均匀稀疏发射阵列配置作为 FT 发射系统,通过对抽取的目标频谱矩阵进行补零或者非均匀傅里叶逆变换来得到目标图像^[10],但对目标缺失的单一傅里叶分量置零考虑。

很明显上述置零方法会降低非均匀稀疏发射阵列系统的成像质量,而现有公开资料中未见对缺失分量的详尽研究。本文采用了最小二乘拟合方法对缺失的单一傅里叶分量进行估计,数值模拟验证了该方法的可行性,克服了频谱偏差造成的重构

图像失真,并对外场实验进行了对比分析验证。

2 傅里叶望远镜基本原理

以两光束干涉照明目标为例介绍傅里叶望远镜的基本原理^[1],任意时刻在目标表面的光场表达式 E_{12} 为:

$$E_{12}(x, y, t) = E_1 e^{-i(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_1)} + E_2 e^{-i(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_2)}, \quad (1)$$

其中: E_1 、 E_2 为两束光在目标表面的振幅; ω_1 、 ω_2 分别为两光源的圆频率; k_1 、 k_2 为两光束的光波数; r_1 和 r_2 分别为两光束在发射平面的坐标向量; φ_1 、 φ_2 为光束初始相位和大气扰动引入的低阶相位变化; t 为采样时刻。假设两光束光强相等($I_0 = E_1^2 = E_2^2$),则式(1)转化为干涉条纹 I_{12} ,如式(2)所示:

$$I_{12}(x, y, t) = 2I_0 + I_0 e^{i(\Delta\omega_{21} t - 2\pi k_{21x} x - 2\pi k_{21y} y + \Delta\varphi_{21})} + c. \quad (2)$$

式中: $c = I_0 e^{-i(\Delta\omega_{21} t - 2\pi k_{21x} x - 2\pi k_{21y} y + \Delta\varphi_{21})}$ 表示共轭项; $\Delta\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$ 为两光束间的差频; k_{21x} 、 k_{21y} 分别为两光束对应的空间频率。干涉条纹和目标作用后,进行傅里叶变换,采样周期 T 和采样点数 N 满足 $N\Delta\omega_{21} T = 2n\pi$, n 为整数(对于采用全相位处理信号的方法可不必满足此式),由此可得到一个傅里叶分量值 $M(k)$,如式(3)所示:

$$M(k) = NTI_0 O(f_x, f_y) e^{i(\Delta\omega t + \Delta\varphi)}. \quad (3)$$

为了消除大气 Piston 相差对系统的影响,傅里叶望远镜要求同时至少发射 3 束具有一定频差(满足 Golomb 准则)的激光束照明目标,因此每次至少同时得到 3 个傅里叶分量值,以 X 扫描轴为例,合并表达如式 4 所示:

$$\begin{cases} M(k_1) = M_{1,0} = NTI_0 O(f_{10x}, 0) e^{i(\Delta\omega t + \varphi_1 - \varphi_0)} \\ M(k_2) = M_{m,1} = NTI_0 O(f_{m1x}, 0) e^{i(2\Delta\omega t + \varphi_m - \varphi_1)} \\ M(k_3) = M_{m,0} = NTI_0 O(f_{m0x}, 0) e^{i(3\Delta\omega t + \varphi_m - \varphi_0)} \end{cases} \quad (4)$$

其中 0, 1, m 分别代表固定、剪切和扫描三光束。计算三者比值,即可消除 Piston 相差(相位闭合

技术),从而得到一个三重积:

$$R(k_m) = \frac{M_{m,0}}{M_{m,1} M_{1,0}} = \frac{O(f_{m0,x}, 0)}{NTI_0 O(f_{m1,x}, 0) O(f_{10,x}, 0)} \quad (5)$$

为了从比值中获得非比值的傅里叶分量信息,必须完成一系列的测量,然后采用相应算法来得到单一的目标傅里叶分量。图 1 为傅里叶望远镜的概念图。

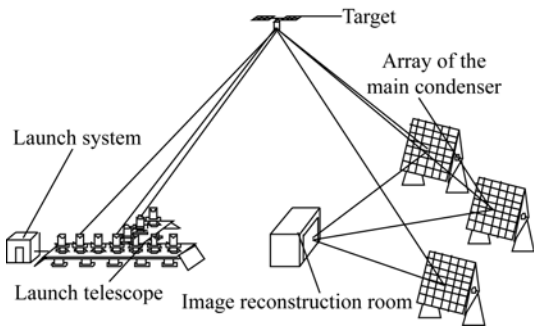


图 1 傅里叶望远镜成像原理

Fig. 1 Imaging principle of Fourier Telescope

3 最小二乘法拟合估算缺失分量

T 型非均匀稀疏发射阵列的配置模式^[10]如图 2 所示。X 轴上首先以相同间隔均匀放置 8 个

$$\begin{cases} O(\Delta k) = R(k_1) = 1 \\ O(2\Delta k) = R(k_2) R(k_1) = O(f_{20,x}, 0) / O(f_{21,x}, 0) / O(f_{10,x}, 0) \\ = O(f_{20,x}, 0) / O^2(f_{10,x}, 0) \\ O(3\Delta k) = R(k_3) R(k_2) R(k_1) = O(f_{30,x}, 0) / O^3(f_{10,x}, 0) \\ \dots \\ O(m\Delta k) = R(k_n) R(k_2) R(k_1) = O(f_{m0,x}, 0) / O^m(f_{10,x}, 0) \end{cases} \quad (6)$$

当采用图 2 所示的发射配置时,并不知道 0、13 号发射器抽取的值 $O(13\Delta k)$,也就无法准确计算 0、14 抽取的单一傅里叶分量 $O(14\Delta k)$ 。以往的研究以 0、8 号抽取的值 $O(8\Delta k)$ 直接作为 0、13 抽取的傅里叶分量信息 $O(13\Delta k)$ ^[10] 的估计,必然引入了空间频谱的偏差,使重构图像在细节上存在一定的误差,文中称该方法为原方法(Original Method, OM),并且偏差严重依赖目标频谱特性的变化,从而降低了 FT 系统的适应能力。

得到前 8 个等间隔发射器抽取的傅里叶分量信息后,采用最小二乘法拟合估计 $O(13\Delta k)$,为计算 $O(14\Delta k)$ 做准备,本文称其为新方法(new method, NM)。以实部拟合为例,对于表 1 中的 1

发射器,再与位置 8 相距 6 个最小基线间隔后均匀放置 3 个发射器(采用同时发射 3 束激光照明目标时,扫描光束从位置 2 开始均匀扫描至位置 8,再间隔 6 个基线长度运动到位置 14,最后均匀扫描直至 16),图中数字代表发射器编号。

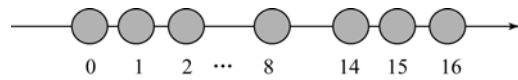


图 2 T 型稀疏单臂 11 个发射器配置方案

Fig. 2 Configuration program of 11 transmitters for T-type sparse arm

对频域信号进行相位闭合得到一个三重积(公式(5))后,需要进行一定的信号处理才能得到目标的单一傅里叶分量信息。当采用 T 型均匀间隔的发射阵列时,可以利用式(6)进行计算,由式(6)可以发现:计算 0、3 号发射器抽取的目标傅里叶分量 $O(3\Delta k)$ 时,需要知道 0、2 号发射器抽取的值 $O(2\Delta k)$ ($O(f_{10,x}, 0)$) 相移仅仅造成重构目标图像的平移,可以通过空域延拓来保证重构图像中有一个完整的目标图像,具体可参考文献[1-3]。采用均匀发射配置方法的傅里叶望远镜,通过递推方法可得到目标的频谱矩阵:

号目标,得到的拟合多项式如式(7)所示,得到的拟合曲线如图 3 所示:

$$f = (787\ 855x^7) / 2\ 048 - (2\ 104\ 975x^6) / 256 + (306\ 117x^5) / 8 + 378\ 610x^4 - 4\ 968\ 556x^3 + 21\ 919\ 796x^2 - 43\ 360\ 848x + 32\ 019\ 222. \quad (7)$$

为了便于阐述新方法的可行性,暂不考虑光束间 Piston 相差。不妨先采用连续均匀间隔发射配置得到 0、13 抽取的真实傅里叶分量信息,记为 $O_i(13\Delta k)$;在同等条件下,采用 NM 得到相应傅里叶分量信息,记为 $O_n(13\Delta k)$,采用 OM 方法得到的相应傅里叶分量信息记为 $O_o(13\Delta k)$ 。计算结果如式(8)所示,其中 i 为虚数。

$$O_i(13\Delta k) = 6\ 834 + 9\ 561i$$

$$O_o(13\Delta k) = O(8\Delta k) = 19\ 305 + 30\ 347i. \quad (8)$$

$$O_n(13\Delta k) = 9\ 622 + 7\ 920i$$

由式(8)可见新方法的优越性。

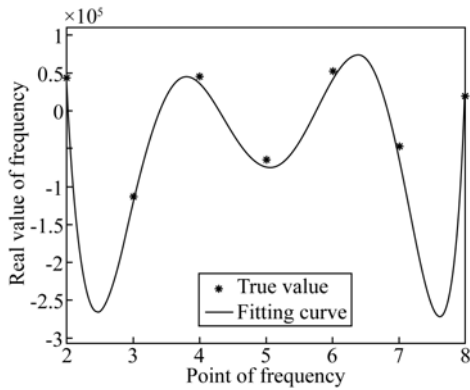


图 3 拟合曲线图
Fig. 3 Fitting curve

4 数值模拟结果

本文数值模拟条件如下:单周期采样点数为 128,目标尺寸为 20 m,目标高度为 40 000 km;最小基线间隔为 1 m;激光波长为 500 nm。采用方法为 7 阶最小二乘法。4 个卫星目标的衍射极限(Diffraction Limited, DL)图像及不同方法的重构图像如表 1 所示。表 1 中第一行从左右的 4 个目标分别称为目标 1、2、3、4,采用重构图像与衍射极限图像的 Strehl 比来定量评价成像质量^[8]。两种方法下,重构图像和衍射极限图像的 Strehl 比值如表 2 所示。

表 1 SNR 为 200 db 时的重构图像

Tab. 1 Reconstructed images with SNR=200 db

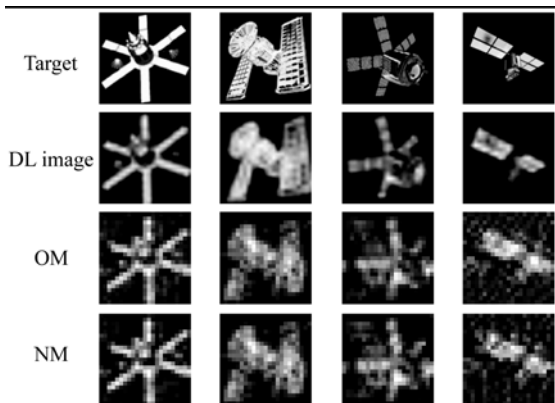


表 2 重构图像的 Strehl 比

Tab. 2 Strehl ratios of reconstructed images

	target1	target2	target3	target4
OM	0.786 8	0.850 3	0.657 6	0.556 5
NM	0.844 3	0.860 1	0.675 7	0.630 7

由表 1 可以发现:对于 1 号目标,由于空间频率间断,原方法重构图像的左上角太阳能帆板微微上翘,右下角太阳能帆板可见断层感,并且整体灰度对比度较差;对于 2 号目标,原方法连接性不如新方法,但两者差别并不是很大;对于 3 号目标,新方法可以分辨左侧和上侧太阳能帆板的间断结构,右上角太阳能帆板平直;对于 4 号目标,新方法重构图像的右侧太阳能帆板轮廓平直,卫星主体分辨清晰。

采用 7 阶最小二乘法拟合时,不同信噪比条件下重构图像与衍射极限图像的 Strehl 比如图 4 所示。可以发现,新方法重构结果都优于原方法,特别是在低信噪比条件下尤为明显,当 SNR = 40 db 时,前 3 个目标的 Strehl 比都超过了 0.6,可清晰分辨目标细节。

5 实验结果

本课题组 2011 年上半年在实验室外开展了下行链路往返 200 m 试验验证^[8,12]。虽然外场采用的基线配置方法是均匀间隔的发射阵列,但可以通过舍弃一些中频发射结构获得 T 型非均匀阵列的实验数据。发射望远镜配置模式及数量与上述模拟结果相同,重构图像及 Strehl ratios (SR) 如图 5 所示。(图像大小为 23 pixels × 23 pixels,因此打印效果不明显,电子版对比结果更佳)

对比原始目标,采用新方法时,可以清晰分辨最上面及右上角太阳能帆板的间断结构,而原方法重构存在一定的失真,如右下角太阳能帆板微微下垂,新方法完全可以克服此差异。

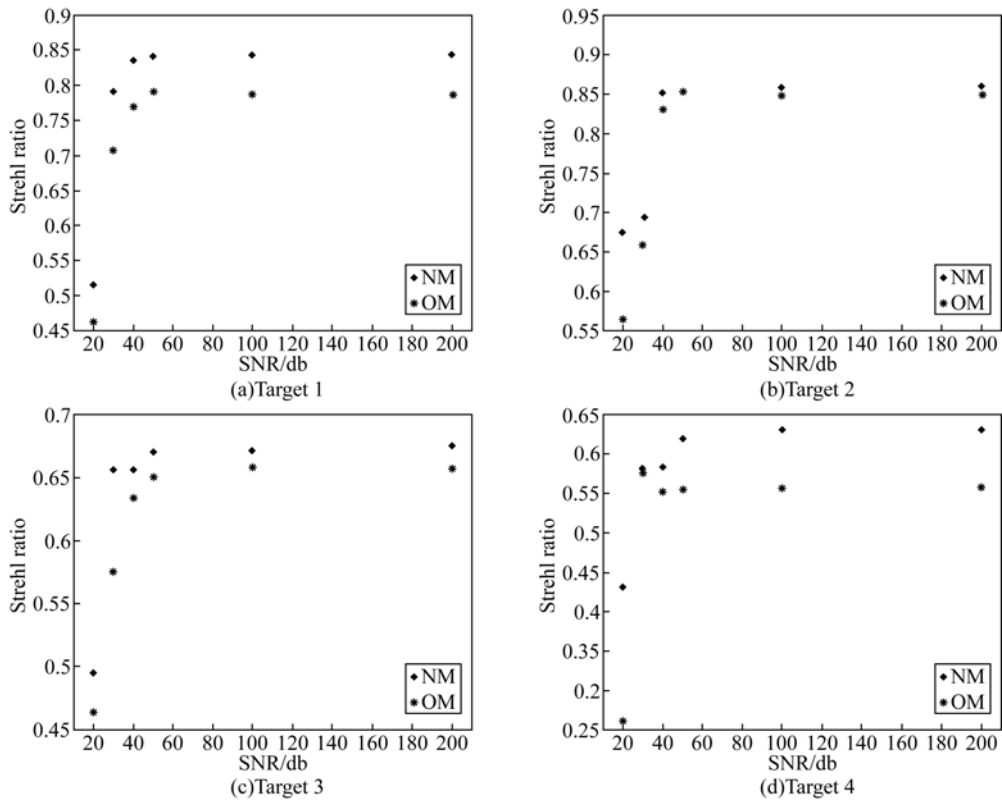


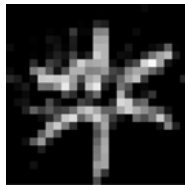
图 4 不同 SNR 条件下的 Strehl 比

Fig. 4 Strehl ratios with different SNRs



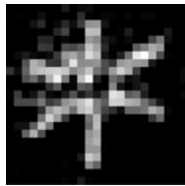
(a) 均匀发射 (SR=0.659 2)

(a) Uniform transmission



(b) 非均匀发射原方法重构 (SR=0.659 2)

(b) OM with non-uniform transmission



(c) 非均匀发射新方法重构 (SR=0.659 9)

(c) NM with non-uniform transmission

图 5 重构结果

Fig. 5 Reconstructed images

6 结 论

T 型非均匀稀疏发射阵列的傅里叶望远镜舍弃了一些中频信息,从而在减少发射器数量的同时获得了目标的高频分量,可以分辨目标的细节结构。在采用相位闭合技术时,需要已知目标低频傅里叶分量,而非均匀发射阵列会造成抽取目标频谱不连续,如不能很好地估计其低频值,必将对成像质量造成影响。

文中验证了采用最小二乘法拟合估计的可行性,并对不同信噪比、不同目标进行了数值模拟研究。实验证明该方法在低信噪比条件下的重构目标图像更为清晰,同时克服了由于空间频率偏差造成的重构图像失真。当 SNR 为 40 db 时,3 个目标的重构图像与衍射极限图像的 Strehl 比达到 0.6 以上,满足系统设计要求。对外场实验数据进行非均匀处理,得到非均匀发射阵列实验结果。通过比较,验证了新方法分辨目标细节能力更强。该方法降低了重构图像失真度,完善了 T 型非均匀稀疏发射阵列下傅里叶望远镜重构图像算法,为实际工程系统提供了理论参考。

参考文献:

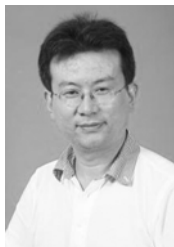
- [1] HOLMES R B, MA S, BHOWMIK A, *et al.*. Analysis and simulation of a synthetic-aperture technique for imaging through a turbulent medium [J]. *Optical Society of America*, 1996, 13 (2): 351-364.
- [2] BRINKLEY T J, SANDLER D G. Effects of atmospheric turbulence and jitter on Fourier telescope Imaging systems [J]. *SPIE*, 1999, 3815: 42-47.
- [3] MACDONALD K R, BOGER J K, FETROW M, *et al.*. An experimental demonstration of Fourier telescope [J]. *SPIE Conference on Digital Image Recovery and Synthesis IV*, 1999, 3815: 23-29.
- [4] CUELLAR E L, STAPP J, COOPER J. Laboratory and field experimental demonstration of a Fourier telescope imaging system [J]. *SPIE*, 2005, 5896(D): 1-14.
- [5] CUELLAR E L, COOPER J, MATHIS J, *et al.*. Laboratory demonstration of a multiple beam Fourier telescope imaging system [J]. *SPIE*, 2008, 7094(G): 1-12.
- [6] RHODES W T. Time-average Fourier telescope: a scheme for high-resolution imaging through horizontal-path turbulence [J]. *Applied Optics*, 2012, 51(4): A11-A16.
- [7] 陈卫,黎全,王雁桂. 基于全相位谱分析的傅里叶望远镜目标重构[J]. *光学学报*, 2010, 30 (12): 3441-3446.
- CHEN W, LI Q, WANG Y G. Object reconstruction of fourier telescope based on all phase spectrum analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(12): 3441-3446.
- [8] 于树海,王建立,董磊,等. 基于全相位谱分析的傅里叶望远镜外场实验数据处理[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(10): 2275-2282.
- YU SH H, WANG J L, DONG L, *et al.*. Field experiment data processing of Fourier telescope based on all phase spectrum analysis [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(10): 2275-2282.
- [9] 于树海,王建立,董磊,等. 非均匀采样的傅里叶望远镜数值模拟研究[J]. *光学学报*, 2013, 33 (8): 0811001.
- YU SH H, WANG J L, DONG L, *et al.*. Numerical simulation of Fourier telescope based on non-uniform sampling [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(8): 0811001.
- [10] 于树海,王建立,董磊,等. 基于空域非均匀傅里叶变换的傅里叶望远镜[J]. *强激光与粒子束*, 2013, 25(7), 1661-1665.
- YU SH H, WANG J L, DONG L, *et al.*. Fourier telescope based on spatial non-uniform Fourier transform [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2013, 25(7), 1661-1665.
- [11] 刘欣悦,董磊,王建立. 稀疏采样傅里叶望远镜成像[J]. *光学精密工程*, 2010, 18(3): 521-527.
- LIU X Y, DONG L, WANG J L. Fourier telescope imaging via sparse sampling [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(3): 521-527.
- [12] 董磊,刘欣悦,林旭东,等. 傅里叶望远镜外场实验性能改进和结果分析[J]. *光学学报*, 2012, 32 (2): 0201004.
- DONG L, LIU X Y, LIN X D, *et al.*. Improvement of performance and results analysis of field experiments of Fourier telescope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(2): 0201004.

作者简介:



于树海(1985—),男,吉林通化人,博士研究生,2009年于吉林大学获得工学学士学位,现主要从事傅里叶望远镜关键技术及光电信号处理方面的研究。E-mail: yushuhai_0707@sina.com

导师简介:



王建立(1971—),男,山东曲阜人,博士,研究员,博士生导师,1999年、2002年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所分别获得硕士、博士学位,主要从事空间目标探测技术和地基高分辨率成像光电望远镜总体技术等方面的研究。E-mail: wangjianli@ciomp.ac.cn