

文章编号 1004-924X(2015)03-0827-11

## 基于信息质量的脉冲星导航自适应滤波算法

徐国栋, 宋佳凝\*, 李鹏飞

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**针对脉冲星导航过程中观测脉冲星的可见性问题,提出了一种基于信息质量的自适应滤波算法。通过分析观测脉冲星的数目及信息质量,确定观测矩阵维数,实时生成观测矩阵,设计了适应观测信息变化的改进型 Kalman 滤波器。对观测信息质量重新做了定义,并据此构造滤波方程提高了脉冲星导航的精度及适应性;运用四阶龙格库塔方法对带有 J2 摄动的二体动力学方程进行线性离散化,提高了滤波器状态方程的线性离散化精度。进行了仿真实验,对改进型 Kalman 滤波算法进行了验证。结果显示,对初始偏差校正后,在 10 000 s 内观测一颗或两颗脉冲星,导航位置精度可达 40 m,速度精度可达 0.019 m/s。得到的结果验证了提出算法的有效性和可行性。

**关键词:**自主导航;脉冲星导航;自适应滤波;卡尔曼滤波;导航精度;信息质量

**中图分类号:**V448.21;TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152303.0827

### Pulsar navigation adaptive filtering algorithm based on information quality

XU Guo-dong, SONG Jia-ning\*, LI Peng-fei

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

\* Corresponding author, E-mail: hitsjn@163.com

**Abstract:** An adaptive filtering algorithm based on the quality of information was proposed aiming at the visibility of pulsars in pulsar navigation. According to the analysis of the number of pulsars observed and the quality of information received, the dimension of observation matrix was determined, and an improved Kalman filter was designed to be adaptable to the observation of the information changes. The observed information quality was defined, then filtering equation was constructed according to the definition of pulsar navigation to improve the accuracy and the adaptability of the pulsar. In order to improve the precision of linearization and discretization, Runge Kutta method was used to solve the two body dynamics equation with J2 perturbation. A simulation experiment was performed to verify the improved Kalman filtering algorithm. The experimental results show that after the initial error is corrected, the position precision is 40 m and the velocity precision is 0.019 m/s when one or two pulsars are observed for navigation within 10 000 s. The simulation results show that this filtering algorithm is effective and feasible.

**Key words:** autonomous navigation; pulsar navigation; adaptive filtering; Kalman filtering; navigation precision; information quality

收稿日期:2014-09-26;修订日期:2014-12-05.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2008AA8051602)

## 1 引言

航天器自主导航是指不依靠地面外部设备,仅依赖航天器自身确定位置姿态。具有自主导航能力的航天器不仅可以在运行时减少对地面站的依赖,而且还能降低在轨运行成本<sup>[1]</sup>,同时,自主导航技术也是实现深空探测的关键。脉冲星导航是一种新兴的自主导航方式,2004年欧洲空间局(European Space Agency, ESA)论证了利用脉冲星时间信息实现航天器自主导航的可行性<sup>[2]</sup>。同时,Sheikh博士详细分析了脉冲星导航的基本原理,初步建立了X射线脉冲星导航系统的理论框架<sup>[3]</sup>。Emadzadeh阐述了基于惯性测量装置(Inertial Measurement Unit, IMU)和脉冲星的航天器相对导航方法,并预测其相对定位精度可达到10 cm<sup>[4]</sup>。Sheikh提出了基于脉冲星信号相关方法的航天器相对导航方法,并利用RXTE(The Rossi X-ray Timing Explorer)卫星的实测数据进行了仿真验证<sup>[5]</sup>。通过分析国内外脉冲星导航相关研究,文献[6]研究了基于单脉冲星的卫星自主导航系统中的可观问题,指出仅利用单颗脉冲星的观测量可以对预报的估计信息起到修正作用,但很难实现对卫星长期的自主轨道估计。针对这一问题,文献[7]分析了单星动力学定轨方法中各因素对定轨精度的影响,提出了单探测器轮流观测多颗脉冲星的准多星定轨方法。文献[8]提出基于系统可观测度最大的选星原则,实现了在每个观测时刻只观测使系统可观测度最大的一颗脉冲星。

在脉冲星导航系统中,通过求解脉冲星相位时间模型与脉冲到达时间转换模型所建立的方程来确定卫星轨道是比较困难的,方程的求解复杂且存在很大的误差,因此通常采用滤波估计实现定轨。首先采用滤波估计方法建立航天器的轨道力学模型,并将其作为滤波器的状态方程,从而得到一个估计的航天器的位置信息;然后利用脉冲星信号的到达时间对估计出的航天器位置进行修正,建立测量方程;最后结合航天器轨道力学模型通过卡尔曼滤波进行航天器轨道的确定。

本文考虑脉冲星可见性问题,根据观测到脉冲星的不同组合及数目,分析观测信息质量,设计适应观测信息变化的改进型卡尔曼滤波器,提高

脉冲星导航的精度及适应性,以实现航天器的自主导航。

## 2 轨道动力学模型

航天器在轨运行主要受到中心天体引力的影响,摄动加速值很小,仅为中心引力加速的千分之一量级。虽然摄动加速度不会对航天器的轨道特性产生本质上的影响,但是摄动加速度具有长期积累效应,是航天器轨道确定和轨道预报的主要误差来源<sup>[9]</sup>。综合各摄动加速度对轨道的影响,考虑到定轨算法中状态方程的复杂程度,本文建立的航天器轨道摄动模型考虑了地球非中心引力摄动中的 $J_2$ 项的影响。采用直角坐标形式的考威尔型摄动方程,便于数值法求解。因此,在地球质心坐标系下,考虑地球中心引力和非中心引力摄动 $J_2$ 项,可得到具体的状态方程为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ -\frac{\mu_e r_x}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{J_2 r_e^2}{r^2} \left( 1 - \frac{5r_z^2}{r^2} \right) \right] \\ -\frac{\mu_e r_y}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{J_2 r_e^2}{r^2} \left( 1 - \frac{5r_z^2}{r^2} \right) \right] \\ -\frac{\mu_e r_z}{r^3} \left[ 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{J_2 r_e^2}{r^2} \left( 3 - \frac{5r_z^2}{r^2} \right) \right] \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $r_x, r_y, r_z$ 为航天器在直角坐标系中的位置坐标分量; $v_x, v_y, v_z$ 为航天器在直角坐标系中的速度坐标分量。

## 3 脉冲星导航原理

在脉冲星导航系统中,最基本的观测量就是脉冲到达航天器的时间(Time-of-arrival, TOA)。通过时间转换方程,将观测到的TOA转换至太阳系质心上,累积测量脉冲轮廓,与在太阳系质心上建立的脉冲相位时间模型进行对比,可以实现航天器位置的确定。

### 3.1 脉冲相位时间模型

为了精确测量脉冲星信号的TOA,需要建立一个合适的惯性参考系,在该参考系中,脉冲星相

对于参考系没有加速度。由于多数脉冲星的观测主要是在地面通过射频脉冲源获得的,或是在卫星上通过 X 射线源获得的,其观测脉冲星信号的参考系均是运动的,因此必须首先将所观测的数据转换到惯性系中。脉冲星导航系统中,最常用的惯性系是太阳质心天球参考系(Barycentric Celestial Reference System,BCRS),其坐标原点是太阳系质心(Solar System Barycenter,SSB),与之对应的时间系统为质心坐标时(Barycentric Coordinate Time,TCB)。

脉冲星是高速自转的中子星,自转周期一般为 1.6 ms~8.5 s,具有良好的周期稳定性。毫秒脉冲星的自转周期变化率仅为  $10^{-19} \sim 10^{-21}$ ,被誉为宏观宇宙中最稳定的天然“好钟”<sup>[10]</sup>。根据脉冲星脉冲周期稳定的性质,考虑选取某一时刻作为参考时间历元,并记录下此时刻的脉冲相位,在之后的任意时刻,可以确定该脉冲星的脉冲相位,由此建立脉冲星的相位时间模型。

脉冲星的相位时间模型表示如下:

$$\Phi(t) = \Phi(T_0) + f(t - T_0) + \sum_{i=1}^n \frac{f^{(i)}(t - T_0)^{i+1}}{(i+1)!}, \quad (2)$$

式中: $t$ 为脉冲到达太阳系质心的时间; $\Phi(T_0)$ 为参考历元  $T_0$  时刻的脉冲相位; $f$ 为脉冲星自转频率; $f^{(i)}$ 为  $f$  的  $i$  阶导数(一般取  $i=1,2,3$ )。

为简化相位时间模型取  $i=2$ ,得到:

$$\Phi(t) = \Phi(T_0) + f(t - T_0) + \frac{\dot{f}}{2}(t - T_0)^2 + \frac{\ddot{f}}{6}(t - T_0)^3, \quad (3)$$

式中: $f, \dot{f}, \ddot{f}$ 和  $\Phi(T_0)$ 为模型参数,分别是脉冲星自转的频率,频率的一阶导数及二阶导数,可以通过拟合脉冲到达时间的长期观测资料得到。

### 3.2 脉冲到达时间转换方程

对于太阳系内的观测事件,基本的参考框架为太阳系质心坐标框架,其原点为 SSB 点,而为获得高精度的脉冲星相位时间模型,当前大多数脉冲星计时数据的处理是在太阳系质心参考框架中进行的,因此脉冲相位时间模型的原点定义在 SSB 处。将由航天器测得的脉冲到达时间与估计到达 SSB 的时间进行比较,即可确定航天器的位置,但需要将航天器测量的脉冲到达时间转换为脉冲到达 SSB 的时间。图 1 为太阳系中脉冲星与航天器的位置示意图。

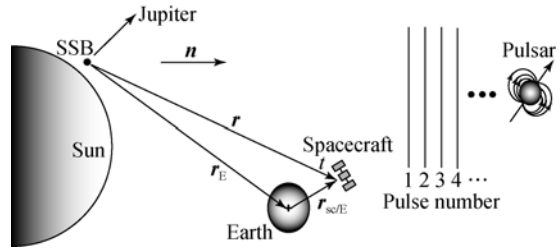


图 1 太阳系中脉冲星与航天器的位置

Fig. 1 Positions of spacecraft and pulsars in solar system

如图 1 所示,脉冲到达 SSB 原点和到达航天器的一阶时间偏差为:

$$\Delta t = t_{SSB} - t_{SC} = \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}, \quad (4)$$

式中: $t_{SSB}$ 为脉冲到达 SSB 处的时间,为 BCRS 下的坐标时; $t_{SC}$ 为航天器上观测到脉冲的到达时间,为 BCRS 下的坐标时; $\mathbf{n}$ 为脉冲星相在 BCRS 中相对于 SSB 的单位方向矢量; $\mathbf{r}$ 为航天器在 BCRS 中相对于 SSB 的位置矢量。

上式可以改写为:

$$t_{SSB} = t_{SC} + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}. \quad (5)$$

此式称为一阶时间转换方程。分析可知,若导航系统的位置误差精度为 300 km,则要求时间转换精度为  $1 \mu s$ 。高精度的时间转换方程可有效地提高脉冲星定轨的位置误差。考虑到宇宙是弯曲的黎曼空间,另外,考虑时间延时及相对论效应的影响,根据广义相对论理论对式(5)进行改进得到高精度的时间转换方程。转换方程的推导比较复杂,本文仅给出结论,完整的推导过程参看参考文献[11]。由于完整的到达时间转换方程计算过程复杂,工程上难以进行应用,本文给出一种简化的到达时间转换方程。

$$t_{SSB} = t_{SC} + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c} + \frac{2\mu_s}{c^3} \ln \left| \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} + r}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} + b} + 1 \right| + \frac{1}{2cD_0} [(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})^2 - r^2 + 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}) - 2(\mathbf{b} \cdot \mathbf{r})], \quad (6)$$

式中: $\mathbf{b}, D_0$ 分别为太阳系质心,脉冲星在太阳质心坐标系下的位置矢量;右侧第二项为一阶 Doppler 延迟,代表两个位置之间简单的几何时间延迟;第三项是太阳 Shapiro 延迟效应,是由太阳引力场产生的光程弯曲所带来的附加时间延迟;最后一项是由视差效应引起的。第二项与第四项统称为 Roemer 延迟。计算式(6)需要精确

的太阳系星历表提供 SSB 位置和太阳引力参数。

### 3.3 脉冲星定轨原理

脉冲星的几何定轨原理不需要任何航天器的初始位置信息,通过原始的光子到达航天器时间这一观测量获得脉冲到达时间,结合建立在太阳系质心坐标系原点的脉冲相位时间模型式(3)与脉冲到达时间的转换方程式(6),同时观测到三颗或三颗以上脉冲星,即可求解出航天器在三维空间的位置矢量。

图 2 为位置增量估计定位法的简要说明。图中 SSB 是太阳系质心天球参考系 (BCRS) 的原点。假设某一时刻观测到脉冲星的某一脉冲,利用该脉冲星的相位时间模型可估计出该脉冲到达 SSB 处的时间,记作  $t_{SSB}$ ;再结合位置估计值  $\tilde{\mathbf{r}}$ ,通过时间转换方程可求出脉冲到达 SSB 的时间,记作  $\tilde{t}_{SSB}$ , $\delta t = t_{SSB} - \tilde{t}_{SSB}$ ,其反映了存在的位置估计误差  $\delta \mathbf{r} = c\delta t$ ,通过卡尔曼滤波器,可以获得航天器的空间位置偏差,用以修正位置的估计值实现定位。

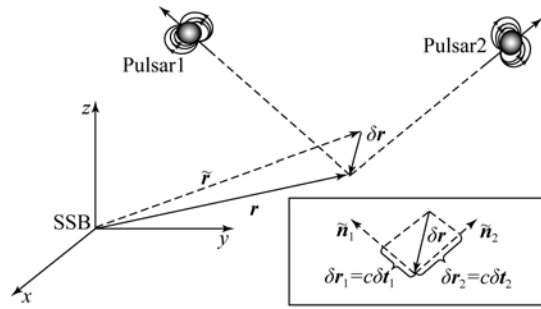


图 2 航天器相对两颗脉冲星的位置误差

Fig. 2 Position error of spacecraft relative to two pulsar signals

根据广义相对论原理,从距离太阳系几万光年的遥远的脉冲星辐射的光子的光路径是弯曲的,以致造成到达时间的延缓。考虑相对论效应等因素对位置估计精度的影响,结合  $\delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}$ ,脉冲到达时间转换方程可写为:

$$c(t_{SSB} - t_{SC}) = \hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}) + \frac{1}{2D_0} \left[ [\hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r})]^2 + 2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b}) [\hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r})] - \|\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}\|^2 - 2\mathbf{b} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}) \right] \cdot \frac{2\mu_s}{c^2} \ln \left| \frac{[\hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r})] + \|\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}\|}{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b}} + 1 \right|. \quad (7)$$

对误差项进行线性化处理有:

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r})]^2 &= (\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}})^2 + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r})^2 + 2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r}) \\ \|\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}\|^2 &= (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}) \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{r}} + 2\tilde{\mathbf{r}} \cdot \delta \mathbf{r} + \delta \mathbf{r} \cdot \delta \mathbf{r} \end{aligned}$$

$$\ln \left| \frac{[\hat{\mathbf{n}} \cdot (\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r})] + \|\tilde{\mathbf{r}} + \delta \mathbf{r}\|}{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b}} + 1 \right| = \ln \left| \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{r}}}{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b}} + 1 \right| + \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{r} \cdot \delta \mathbf{r}}{(\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{r}}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b})} + O(\delta \mathbf{r}^2).$$

忽略  $O(\delta \mathbf{r}^2)$  及其高阶小量,方程可线性化为:

$$\begin{aligned} c(\delta t_{SSB} - \delta t_{SC}) &= \frac{1}{2D_0} \left[ [(\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r})]^2 - \tilde{\mathbf{r}} \cdot \delta \mathbf{r} + 2(\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b})(\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r}) - 2(\mathbf{b} \cdot \tilde{\mathbf{r}}) \right] + \\ &\quad \hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{2\mu_s}{c^2} \left[ \frac{\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \mathbf{r} + \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{r} \cdot \delta \mathbf{r}}{(\hat{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{r}}) + (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b})} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\delta \mathbf{r}$  为位置误差偏差矢量; $\tilde{\mathbf{r}}$  为航天器到 SSB 的估计位置矢量; $\hat{\mathbf{n}}$  为脉冲星相对于 SSB 的单位方向矢量; $\mathbf{b}$  为 SSB 相对于太阳质心的位置。观察上式可发现,式中右边是位置偏移  $\delta \mathbf{r}$  的线性表达式。

## 4 自适应滤波器

对脉冲星导航系统,在某一时刻同时观测三颗或三颗以上脉冲星的导航精度要比只观测一颗

脉冲星的导航精度要高。但由于航天器及行星的运动,对于同一颗脉冲星,尽管其与星载探测器距离十分遥远,但在探测器与脉冲星之间的任意天体,都有可能对脉冲星射线造成遮挡,以致无法观测。在导航中需要根据实际情况,调整航天器姿态来观测不同的脉冲星。

脉冲星的可见性主要受到两方面因素的影响:第一是脉冲星与探测器所在平面的关系。探测器可探测的方向不是全向的,因此当脉冲星位

于探测器所在平面的下方,即脉冲星在探测器所在地平坐标系内的高度角为负时,便无法观测该脉冲星。第二是脉冲星是否受到太阳、月亮及太阳系行星等的遮挡。参考文献[12]讨论了可用于观测的50颗脉冲星受到第三体遮挡的问题,指出脉冲星的可见性不随高度变化;单点可见脉冲星数随时间呈周期性变化。就B1937+21脉冲星而言,一天内可观测的时间约为50.1%。因此,根据观测脉冲星数目及组合的变化,设计改进的卡尔曼滤波器,可以提高脉冲星导航的适应性,实现航天器的自主导航。

由于Kalman滤波只能应用于线性系统,而脉冲星导航中的状态方程与测量方程是非线性的,因此需将非线性系统线性化,然后根据测量信息的变化构造适应观测的观测矩阵,进行Kalman滤波。

考虑一般的非线性系统<sup>[13]</sup>:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{w}(t), \quad (9)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \mathbf{v}(t), \quad (10)$$

式中: $\mathbf{f}(\cdot)$ 为 $n$ 维向量函数,对其自变量而言是非线性的, $\mathbf{h}(\cdot)$ 为 $m$ 维向量函数,对其自变量而言也是非线性的, $\mathbf{w}(t)$ 为 $r$ 维随机系统动态噪声, $\mathbf{v}(t)$ 为 $m$ 维测量系统噪声,其中 $\mathbf{w}(t)$ 和 $\mathbf{v}(t)$ 均是彼此不相关的零均值白噪声序列。

#### 4.1 状态方程的雅可比矩阵

状态变量 $\mathbf{x}$ 由状态估计量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 和状态误差量 $\delta\mathbf{x}$ 组成,有:

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{x}} + \delta\mathbf{x}. \quad (11)$$

对式(9)在 $\mathbf{x}$ 进行线性化,可得:

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(t) \cdot \delta\mathbf{x} + \mathbf{w}(t), \quad (12)$$

式中: $\mathbf{F}(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\tilde{\mathbf{x}}} \triangleq \frac{\partial \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}}$ 为状态方程的雅可比矩阵。

考虑系统的状态方程为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

$$\delta\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i(\mathbf{x}) \delta\mathbf{x} =$$

$$\left[ \left[ \hat{\mathbf{n}}_i + \frac{1}{D_{0,i}} \left[ [(\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \tilde{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{n}}_i)] - \tilde{\mathbf{r}} + (\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{b})(\hat{\mathbf{n}}_i) - \mathbf{b} \right] + \frac{2\mu_s}{c^2} \left[ \frac{\hat{\mathbf{n}}_i + \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{r}}{(\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \tilde{\mathbf{r}} + \tilde{\mathbf{r}}) + (\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b})} \right] \right]^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \delta\mathbf{x}. \quad (21)$$

式中下标 $i$ 表示观测脉冲星的编号。

现将测量方程离散化有:

$$\delta\mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{H}_{k,i} \delta\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_{k,i}. \quad (22)$$

即:

则具体的雅可比矩阵为:

$$\mathbf{F}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t))}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{v}} \\ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{v}} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

结合 $\mathbf{r}, \mathbf{v}$ 的定义,上式中矩阵的第一行元素可直接得出<sup>[14]</sup>:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{I}_{3 \times 3}. \quad (15)$$

考虑航天器在重力场中的加速度与速度无关,因此有:

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{v}} = \mathbf{0}_{3 \times 3}. \quad (16)$$

航天器加速的与航天器位置矢量存在着复杂的关系,因此:

$$\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_x}{\partial r_x} & \frac{\partial a_x}{\partial r_y} & \frac{\partial a_x}{\partial r_z} \\ \frac{\partial a_y}{\partial r_x} & \frac{\partial a_y}{\partial r_y} & \frac{\partial a_y}{\partial r_z} \\ \frac{\partial a_z}{\partial r_x} & \frac{\partial a_z}{\partial r_y} & \frac{\partial a_z}{\partial r_z} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

综上所述,状态方程的雅可比矩阵可简化为:

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{r}} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

状态转移矩阵为:

$$\Phi_{k+1/k} = e^{\mathbf{F}_k T_s} \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \cdot T_s + \dots. \quad (19)$$

式中: $\mathbf{F}_k = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}}_k)$ ,  $T_s$ 为滤波周期,为提高导航精度,滤波周期一般取1s。

最终得到以状态误差量 $\delta\mathbf{x}$ 为状态变量的离散线性状态方程:

$$\delta\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_{k+1/k} \cdot \delta\mathbf{x}_k + \mathbf{W}_k. \quad (20)$$

#### 4.2 改进型卡尔曼滤波的测量方程

根据脉冲星定轨原理,最终得到线性的测量方程式(8),无需计算测量方程的雅可比矩阵即可得到连续的线性测量方程:

$$\mathbf{z}_{k,i} = \mathbf{H}_{k,i}(\tilde{\mathbf{x}}_k) \delta \mathbf{x}_k = \left[ \left[ \hat{\mathbf{n}}_i + \frac{1}{D_{0,i}} [(\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \tilde{\mathbf{r}}_k)(\hat{\mathbf{n}}_i)] - \tilde{\mathbf{r}}_k + (\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{b}_k)(\hat{\mathbf{n}}_i) - \mathbf{b}_k \right] + \frac{2\mu_s}{c^2} \left[ \frac{\hat{\mathbf{n}}_i + \frac{\tilde{\mathbf{r}}_k}{r_k}}{(\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \tilde{\mathbf{r}}_k + \tilde{\mathbf{r}}_k) + (\hat{\mathbf{n}}_i \cdot \mathbf{b}_k + \mathbf{b}_k)} \right] \right]^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_k \\ \delta \mathbf{v}_k \end{bmatrix}. \quad (23)$$

由于不同时刻观测到的脉冲星数目不同,可知在导航滤波过程中,观测矩阵的维数是随着观测时间而变化的。故在滤波过程中,需分析观测信息质量,根据当前时刻观测到的脉冲星的情况,从脉冲星数据库中提取相应信息,从而获得当前时刻的观测矩阵。

### 4.3 观测脉冲星信息的质量分析

理论上观测三颗脉冲星即可实现定轨,结合滤波器可以完整地修正轨道的估计误差。因此当星载敏感器观测脉冲星的数目大于三颗时,即可考虑滤波算法的计算能力,在满足导航精度的前提下,根据观测信息的质量分析结果,提取出观测信息质量最好的三颗脉冲星来确定观测矩阵。但当观测信息不足时,即观测到的脉冲星数目少于三颗时,若不加判断地直接将观测信息注入到导航滤波器中,就会由于观测矩阵是亏秩的,观测信息质量差,而容易产生滤波发散,导致导航精度下降。此时同样需要分析观测信息质量并判断理论方差是否超差,以便决定是否进行量测更新。

所观测到的脉冲星信息的质量,一方面与所观测的脉冲星有关,即脉冲星信号源的质量有关。另一方面与宇宙中的 X 射线背景噪声以及探测器测量法线的指向性因素有关<sup>[15]</sup>。

脉冲星信号源的质量可由品质因子定量评价。脉冲星的品质因子由脉冲周期、脉冲星信号辐射、脉冲宽度以及信噪比表示。在探测器有效面积、信号积分时间和 X 射线背景辐射流量给定的情况下,脉冲到达时间的测量精度取决于脉冲信号和脉冲轮廓形状<sup>[16]</sup>。脉冲星的品质因子可表达为:

$$Q_x = \frac{F_x p_f^2}{W^2 \left[ p_f + \frac{W}{P} (1 - p_f) \right]}, \quad (24)$$

式中:  $F_x$  为脉冲星辐射的 X 射线光子流量;  $p_f$  为脉冲流量比;  $P$  为脉冲周期;  $W$  为脉冲宽度。

脉冲星信号的信噪比也可以反映出观测脉冲星信号的质量,脉冲星信号的信噪比越高,脉冲的测距精度越高,可认为观测脉冲星的信息质量越好。用脉冲星光子计数的脉冲分量  $N_p$  与脉冲信

号测量标准差  $\sigma_n$  的比值表示脉冲信号的信噪比<sup>[17]</sup>:

$$\text{SNR} = \frac{N_p}{\sigma_n}. \quad (25)$$

通过比较所观测到的脉冲星的品质因子及信噪比可以定量反映观测信息的质量,脉冲星品质因子是无量纲的值,将脉冲星信噪比归一化后,则观测脉冲星信息的质量可用下式表示:

$$PQ = a \times Q_x + (1 - a) \times \text{SNR}', \quad (26)$$

式中:  $PQ$  为脉冲星信息质量;  $a$  为品质因子对脉冲星信息质量影响的权重;  $\text{SNR}'$  为归一化后的信噪比。

### 4.4 滤波过程

根据上述状态方程与测量方程的分析,下面介绍改进型 Kalman 滤波算法的滤波过程:

初始化滤波器参数:

$$\tilde{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0), \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \tilde{\mathbf{x}}_0)^T]. \quad (28)$$

当  $k=1, 2, \dots$  时,按下公式运行:

(1) 计算状态转移矩阵

$$\mathbf{F}_k = \frac{\partial f(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}}, \quad (29)$$

$$\Phi_{k+1/k} = e^{\mathbf{F}_k T_s} \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{T}_s + \dots. \quad (30)$$

(2) 预估误差的协方差及时间更新

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \Phi_{k+1/k} \mathbf{P}_k \Phi_{k+1/k}^T + \mathbf{Q}_k, \quad (31)$$

式中:  $\mathbf{Q}_k$  为系统  $k$  时刻的过程噪声的协方差矩阵。

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1/k} = \tilde{\mathbf{x}}_k + f(\tilde{\mathbf{x}}_k, t_k) \cdot \mathbf{T}_s. \quad (32)$$

(3) 根据观测到的脉冲星的情况,分析观测信息质量,从脉冲星数据库中选取响应脉冲星属性信息,确定  $i$  的数值,从而确定观测矩阵维度,构造观测矩阵:

$$\delta \mathbf{y}_{k,i} = \mathbf{H}_{k,i} \delta \mathbf{x}_{k,i} + \mathbf{v}_{k,i}. \quad (33)$$

(4) 判断理论方差是否超差

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1/k}, \quad (34)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T (\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}). \quad (35)$$

如果  $z_{k+1} \leq m \alpha_{k+1}$ , 测量信息正常,进行量测更新,异常则不更新。其中  $\alpha_{k+1}$  是一个确定的值,

理想情况下多次仿真取  $z_{k+1}$  的均值。 $m$  是给定的常数,  $m$  的取值可表征超差判别的门限。

(5)量测更新及校正误差方差

$$\delta \mathbf{x}_{k+1} = \delta \mathbf{x}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} (\delta \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \delta \mathbf{x}_{k+1/k}), \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{x}}_{k+1/k} + \delta \mathbf{x}_{k+1}, \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k}. \quad (38)$$

## 5 仿真实验

### 5.1 仿真条件

为了验证改进的 Kalman 滤波算法的可行性与性能,利用 Matlab 与 STK(Satellite Tool Kit) 软件进行数值仿真。文中由 STK 软件的高精度轨道外推模型(High Precision Orbit Propagator, HPOP)给出标称轨道,由 DE421 星历给出仿真时间内太阳系各行星的星历。轨道参数如表 1 所示。仿真时间为 20 000 s。澳大利亚国家天文台(Australian Telescope National Facility, ANTF)建立了脉冲星数据库,并定义了脉冲星的属性,根据参考文献[18]及澳大利亚天文台网站,本文选取 5 颗脉冲星构造用于仿真的导航脉冲星数据库。表 2 给出了仿真数据库所需脉冲星的相关属性数据。

表 1 初始轨道参数

Tab. 1 Initial orbital parameters

轨道参数	数值
半长轴 $a/\text{km}$	17 182.240 344 79
偏心率 $e/(1)$	0.1
轨道倾角 $i/(\circ)$	30
升交点赤经 $\Omega/(\circ)$	30
近地点幅角 $\omega/(\circ)$	30
真近点角 $\theta/(\circ)$	260.7

滤波器初始参数如下:

滤波器周期:  $T_s = 1 \text{ s}$ ;

初始状态误差:  $\delta \mathbf{x}_0 = [1\ 000 \text{ m}, 1\ 000 \text{ m}, 1\ 000 \text{ m}, 2 \text{ m/s}, 2 \text{ m/s}, 2 \text{ m/s}]$

初始状态估计方差:  $\mathbf{P}_0 = \text{diag}(\delta x_0^2)$

系统噪声方差:

$[0.5 \text{ m}, 0.5 \text{ m}, 0.5 \text{ m}, 0.000\ 5 \text{ m/s}, 0.000\ 5 \text{ m/s},$

$0.000\ 5 \text{ m/s}]$ .

测量噪声方差:随着观测脉冲星的不同而变化,主要取决于脉冲星的测距精度,初始观测噪声方差为:

$$\text{diag}([109 \text{ m}, 325 \text{ m}, 344 \text{ m}]^2).$$

表 2 导航脉冲星数据库

Tab. 2 Database of navigation pulsars

Pulsar name	Period /ms	RA/ $(\circ)$	Dec/ $(\circ)$	Distance/kpc	Distance accuracy/m
B0531+21	33.08	83.633	22.014	2.0	109
B1821-24	3.054	276.55	-24.869	4.9	325
B1937+21	1.557	294.91	21.583	3.6	344
B1957+20	1.607	299.90	20.804	5.8	1 866
B0540-69	50.035	85.046	-69.331	49.4	3 007

### 5.2 基于观测信息质量的观测矩阵的构造

由观测信息质量的定义可知,当脉冲星确定后,品质因子即为固定的值,观测信息质量受 SNR 的影响较大。分析 SNR 对导航精度的影响,SNR 是信号与噪声的比例。在设定信号不变的情况下,改变噪声强度,分析导航精度的变化,以此反映 SNR 对导航精度的影响。仿真结果如表 3 所示。

表 3 测量噪声对导航精度的影响

Tab. 3 Effect of measurement noise on navigation accuracy

测量噪声/km	50	5	0.5	0.05
位置误差均值/m	2 816.56	1 079.92	110.708	16.135 9
位置误差方差/m	1 094.81	430.17	77.310 1	10.036 4
速度误差均值/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.989 8	0.347	0.087 36	0.075 6
速度误差方差/ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	0.349 42	0.143	0.016 97	0.008 76

从仿真结果可以看出,测量噪声即 SNR 对定轨精度有直接的影响。位置速度精度随观测信息质量因子的增大而增大,随观测信息质量因子的减小而变差。当测量噪声达到 5 km 时,导航位置精度达 1 km,根据实际经验与导航精度要求,可确定出满足导航精度要求时,观测信息质量因

子  $PQ$  的临界值  $PQ_L$ 。当  $PQ$  小于  $PQ_L$  时,认为该颗脉冲星不适用于导航,不会将其观测信息注入到滤波器中进行状态修正。

由观测信息质量构造测量矩阵的过程如下:

(1) 设探测器同一时刻观测到的脉冲星数目为  $m$ 。分别计算  $m$  颗脉冲星的信息质量因子,并记第  $i$  颗脉冲星的信息质量因子为  $PQ_i$ 。

(2) 将  $PQ_i$  与  $PQ_L$  比较,筛选出  $n$  颗可用于该时刻导航的脉冲星,并将第  $j$  颗脉冲星的信息质量因子重新记为  $PQ_j$ 。

(3) 若  $n \geq 3$ ,则说明该时刻观测到的可用于导航的脉冲星个数充足,考虑到滤波器计算量等问题,从中优选信息质量最好的三颗脉冲星来构造测量矩阵。若三颗脉冲星的编号分别为:1,2,3。则  $k$  时刻三颗脉冲星对应的测量方程为:

$$\begin{aligned} \delta y_{k,1} &= \mathbf{H}_{k,1} \delta \mathbf{x}_k + v_{k,1} \\ \delta y_{k,2} &= \mathbf{H}_{k,2} \delta \mathbf{x}_k + v_{k,2} \\ \delta y_{k,3} &= \mathbf{H}_{k,3} \delta \mathbf{x}_k + v_{k,3}. \end{aligned} \quad (39)$$

$\mathbf{H}_{k,j}$  由相应的脉冲星  $j$  的属性信息及预估的状态  $\tilde{\mathbf{r}}_k$  确定,具体的算法由公式(23)给出。

由此实时构造出测量矩阵:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k,1} \\ \mathbf{H}_{k,2} \\ \mathbf{H}_{k,3} \end{bmatrix}. \quad (40)$$

(4) 若  $n$  大于 0 且小于 3,则说明该时刻观测到的可用于导航的脉冲星信息不足。构造的测量矩阵为:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k,1} \\ \mathbf{H}_{k,2} \end{bmatrix} \text{ 或 } \mathbf{H}_k = \mathbf{H}_{k,1}. \quad (41)$$

(5) 若筛选后  $n=0$ ,则表明此时没有可用于导航的脉冲星,则测量方程为:

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{0}. \quad (42)$$

### 5.3 仿真结果

运用四阶龙格库塔方法对状态方程进行线性离散化,在不同时刻改变观测脉冲星组合及数目,得到观测脉冲星变化时的导航估计误差。

图 3 和图 4 给出了仿真时间内观测脉冲星三次组合的导航位置速度精度。为获得较好的导航精度,可观测三颗或三颗以上脉冲星对初始状态误差进行校正,当初始误差消除后,一段时间内可通过观测两颗或一颗脉冲星校正系统的状态误差进行自主导航。对稳定后的滤波轨迹进行统计分析,得到位置速度误差标量的均值方差,计算结果

表明,位置误差均值为 66.037 8 m,方差为 40.311 3 m;速度误差均值为 0.042 691 m/s,方差为 0.019 095 m/s。与一般的 Kalman 滤波方法相比,改进的 Kalman 滤波方法可以处理观测脉冲星信息变化的情况。这表明改进的 Kalman 滤波算法提高了脉冲星导航的适应能力。由于改进的 Kalman 滤波算法基于观测脉冲星信息质量,在同时观测多颗脉冲星时,可优选出观测信息质量好的进行导航,因此也可提高导航精度。

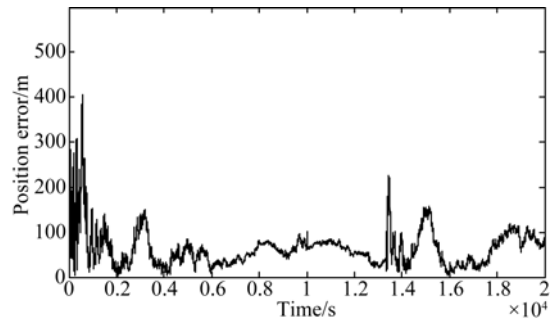


图 3 位置估计误差

Fig. 3 Position estimation error

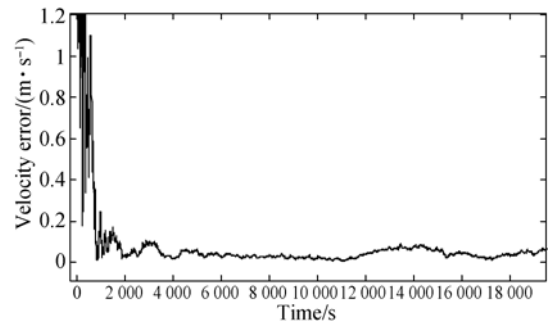


图 4 速度估计误差

Fig. 4 Velocity estimation error

### 5.4 对比分析

(1) 观测单双脉冲星校正初始偏差的可行性分析

仿真结果表明,若存在初始偏差,只观测单颗脉冲星,导航滤波容易发散,因此只观测单颗脉冲星很难对初始偏差进行校正,如图 5 所示。观测两颗脉冲星可以对初始偏差进行校正,导航滤波没有发散,与观测三颗脉冲星的情况进行比较,校正初始偏差时间变长,且出现很大波动。这是由于观测两颗脉冲星求解航天器的三维空间位置时,观测矩阵是亏秩的。统计校正初始偏差后的

导航精度,观测两颗脉冲星信息质量高时,导航位置精度为 157 m,速度精度为 0.21 m/s;观测两颗脉冲星信息质量低时,导航位置精度为 229 m,速度精度为 0.44 m/s。与观测三颗脉冲星的情况相比,导航精度下降。

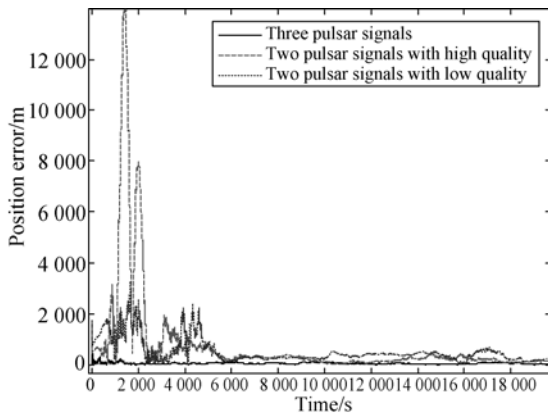


图 5 观测不同数量的脉冲星时校正初始偏差位置误差对比  
Fig. 5 Position error comparison of initial deviation corrected by different number of pulsars

(2) 观测单双颗脉冲星对导航精度的影响分析

由图 6 可看出,总仿真时间为 20 000 s,在前 5 000 s 内观测三颗脉冲星用于校正初始偏差,之后 10 000 s 内观测一颗脉冲星,此时导航误差主要由观测信息不足引起的。由图还可看出,一段时间内只观测一颗脉冲星仍可进行自主导航,同时采用观测信息质量高的脉冲星比观测信息质量低的脉冲星导航精度高。

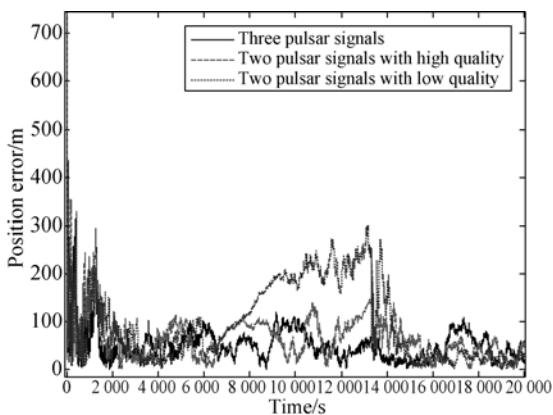


图 6 观测单颗脉冲星位置误差对比  
Fig. 6 Position error comparison with one pulsar

如图 7 所示,长时间观测单或两颗脉冲星进

行导航,导航精度随时间增长而降低,逐渐震荡发散。观测单颗高测距精度脉冲星与观测两颗低测距精度脉冲星在长时间内导航精度接近。观测单颗低测距精度的脉冲星,导航误差呈指数增长。

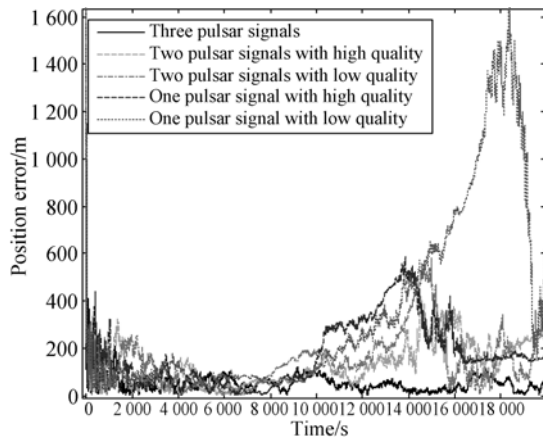


图 7 长时间观测单双脉冲星位置误差对比  
Fig. 7 Position error comparison with one/two pulsars for long time

## 6 结 论

针对脉冲星导航过程中观测脉冲星的可见性问题,本文采用自适应滤波算法来适应观测信息的变化。该方法根据观测信息的变化,分析观测信息质量,确定观测矩阵维数,实时生成观测矩阵,应用改进型 Kalman 滤波算法增强了脉冲星导航的适应性。将定量反映脉冲星信号源质量的品质因子与反映探测信号质量的信噪比相结合,设定合理权重系数,将观测信息质量定义为品质因子与归一化的信噪比两因素的加权平均值,从而实现对信息质量的评价。通过仿真实验,验证了改进型 Kalman 滤波算法的可行性。实验显示:在 20 000 s 的仿真时间内,校正初始偏差后 10 000 s 的时间只观测两颗或一颗脉冲星,最终得到的导航位置精度为 40 m,速度精度为 0.019 m/s。通过对比分析,验证了利用两颗脉冲星校正初始偏差的可行性:对于稳定的轨道,长时间观测一颗脉冲星导航,滤波易发散,但由于遮挡信号变弱,短时间内观测一颗脉冲星对导航精度的影响较小;长时间观测单颗高测距精度的脉冲星与观测两颗脉冲星导航精度接近,且不易发散。仿真结论可为脉冲星导航算法中选择观测脉冲星组合策略提供参考。

## 参考文献:

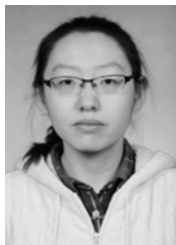
- [1] 徐国栋, 李鹏飞, 董立珉, 等. 利用恒星与地磁场确定卫星自主轨道[J]. 光学精密工程, 2014, 22(5): 1280-1288.  
XU G D, LI P F, DONG L M, *et al.*. Determination of satellite autonomous orbit based on star light and geomagnetic field [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5): 1280-1288. (in Chinese)
- [2] SALA J, URRUELA A, VILLARCS X. Feasibility study for a spacecraft navigation system relying on pulsar timing information [R]. Spain: ESA, 2004.
- [3] SHEIKH S I. *The Use of Variable Celestial X-Ray Sources for Spacecraft Navigation* [D]. Maryland: University of Maryland, 2005.
- [4] EMADZADEH A A, SPEYER J L, HADAEGH F Y. A parametric study of relative navigation using pulsars [C]. *ION 63rd Annual Meeting, Cambridge, Massachusetts*, 2007.
- [5] SHIKH S, RAY P S, WEINER K, *et al.*. Relative navigation of spacecraft utilizing bright aperiodic celestial sources [C]. *ION 63rd Annual Meeting, Cambridge, Massachusetts*, 2007.
- [6] 郑广楼, 刘建业, 乔黎, 等. 单脉冲星自主导航系统可观测性分析[J]. 应用科学学报, 2008, 26(5): 506-510.  
ZHENG G L, LIU J Y, QIAO L, *et al.*. Observability analysis of satellite autonomous navigation system using single pulsar [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2008, 26(5): 506-510. (in Chinese)
- [7] 毛悦, 陈建鹏, 宋小勇. X射线脉冲星单星动力学定轨[J]. 测绘科学技术学报, 2010, 27(4): 251-254.  
MAO Y, CHEN J P, SONG X Y. Single X-ray pulsar dynamic orbit determination[J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2010, 27(4): 251-254. (in Chinese)
- [8] 李茂登, 王大轶, 黄翔宇, 等. 基于可观性分析的脉冲星导航方法研究[J]. 中国宇航学会深空探测技术专业委员会第十届学术年会论文集, 2013.  
LI M D, WANG D Y, HUANG X Y, *et al.*. Reach on the method of pulsar navigation based on observability analysis [J]. *The Symposium of the Tenth China Astronautical Society, Deep Space Exploration Technology Professional Committee*, 2013. (in Chinese)
- [9] 帅平, 李明, 陈绍龙, 等. X射线脉冲星导航系统原理与方法[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2009: 310.  
SHUAI P, LI M, CHEN SH L, *et al.*. *X Ray Pulse Principle and Method of Satellite Navigation System* [M]. Beijing: China Astronautic Press, 2009: 310. (in Chinese)
- [10] TAYLOR JR J H. Millisecond pulsars: Nature's most stable clocks [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1991, 79(7): 1054-1062.
- [11] SHEIKH S I, PINES D J. Recursive estimation of spacecraft position using X-ray pulsar time of arrival measurements [C]. *ION 61st Annual Meeting*, 2005: 464-475.
- [12] 毛悦, 宋小勇, 冯来平. X射线脉冲星导航可见性分析[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2009, 34(2): 222-225.  
MAO Y, SONG X Y, FENG L P. Visibility analysis of X-ray pulsar navigation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2009, 34(2): 222-225. (in Chinese)
- [13] SIMON D. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches* [M]. John Wiley & Sons, 2006.
- [14] CHIARADIA A P M, KUGA H K, PRADO A F B A. Comparison between two methods to calculate the transition matrix of orbit motion [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
- [15] 李鹏飞, 徐国栋, 董立珉, 等. X射线脉冲星信号延时的实时估计方法[J]. 航空学报, 2014, 35(7): 1966-1976.  
LI P F, XU G D, DONG L M, *et al.*. A real time estimation method of time-delay for X-ray pulsar signal [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35(7): 1966-1976. (in Chinese)
- [16] SALA J, URRUELA A, VILLARES X, *et al.*. Pulsar navigation [J]. *Acta Futura*, 2008, 3(12): 94-101.
- [17] SALA J, URRUELA A, VILLARES X, *et al.*. Feasibility study for a spacecraft navigation system relying on pulsar timing information [J]. *ARIAD-*

NA study, 2004, 3(4202.2003): 6.

- [18] 兰盛昌, 叶东, 林杰, 等. X脉冲星矢量多平面观测的姿态测量[J]. 光学精密工程, 2010, 18(2): 397-405.

LAN SH CH, YE D, LIN J, *et al.*. Attitude measurement based on multiple plane X-ray pulsar vector observation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(2): 397-405. (in Chinese)

#### 作者简介:



宋佳凝(1991—),女,黑龙江哈尔滨人,硕士研究生,2014年于哈尔滨工业大学获得学士学位,主要从事脉冲星导航方法的研究。E-mail: hitsjn@163.com

#### 导师简介:



徐国栋(1961—),男,黑龙江铁力人,研究员,博士生导师,1986年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,主要从事卫星总体设计研究。E-mail: xuguodong@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)