

文章编号 1004-924X(2015)02-0485-12

基于 terminal 滑模控制的小卫星机动方法

常 琳^{1,2*}, 金 光¹, 范国伟¹, 徐 开¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 小卫星技术国家地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100039)

摘要:采用 terminal 滑模控制方法研究了以单框架控制力矩陀螺(SGCMG)为执行机构的小卫星的姿态机动控制。首先,基于修正罗德里格斯(MRP)参数建立了小卫星数学模型,以 terminal 滑模控制方法进行控制力矩规划。然后,采用 SGCMGs 作为小卫星执行机构,以非对角奇异鲁棒操纵律跟踪 terminal 滑模控制产生的期望力矩;通过仿真分析归纳出 terminal 滑模控制设计参数的变化规律和选取原则。最后,利用小卫星三轴气浮转台实验验证 terminal 滑模控制方法的实用性。实验显示,根据参数选取原则设定的参数进行小卫星机动稳定实验得到的姿态角和姿态角速度控制精度和稳态误差分别小于 0.1° 和 $0.01^\circ/\text{s}$,满足三轴气浮转台最佳控制精度。结果表明 terminal 滑模控制方法在小卫星机动稳定任务中具有很高的控制精度和稳定度,能够为小卫星成像任务稳定执行提供良好的基础。

关键词:小卫星机动稳定; terminal 滑模控制; 单框架控制力矩陀螺(SGCMG); 气浮转台

中图分类号:V474.2 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152302.0485

Small satellite maneuver based on terminal sliding mode control

CHANG Lin^{1,2*}, JIN Guang¹, FAN Guo-wei¹, XU Kai¹

(1. *National & Local United Engineering Research Center of Small Satellite Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*
2 *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)
* *Corresponding author, E-mail: fanglinchang@aliyun.com*

Abstract: The attitude maneuver and stable task of a small satellite by using a Single Gimbal Control Moment Gyro(SGCMG) as an actuator was explored with the terminal sliding mode control method. Firstly, a small satellite mathematical model was established based on the Modified Rodrigues Parameters (MRP), and the torque planning was made in the terminal sliding mode control method. Then, command torque was given through diagonal singular robust tracking control law using the SGCMG as an actuator. The performance of the control method was studied by mathematical simulation, and the changing law and chosen rule of design parameters of the terminal sliding mode control were presented. Finally, a small satellite three-axis air flotation turntable was used to verify the adaptability of terminal sliding mode control. The experimental results show that the attitude angle and attitude an-

收稿日期:2014-04-05;修订日期:2014-05-27.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2012AA121502);吉林省青年基金资助项目(No. 201201010)

gular velocity control precision and steady state error is less than 0.1° and $0.01^\circ/\text{s}$, which is within the scope of the best control precision from the parameter selection principle in the three-axis air flotation turntable for small satellite maneuver stability experiment. It concludes that the terminal sliding mode control method has high control precision and stability and is able to give a good function for small satellite maneuvers.

Key words: small satellite maneuver stability; terminal sliding mode control; Single Gimbal Control Moment Gyroscope (SGCMG); air flotation turntable

1 引言

Terminal 滑模控制方法作为一种滑模变结构控制方法,继承了传统滑模变结构控制方法的鲁棒性、对参数变化不敏感等优点,同时由于滑模面设计中非线性函数的引入,还具备稳态误差有限时间收敛的优势^[1-2]。

目前对 Terminal 滑模控制方法的研究一直侧重于名义系统的应用或滑模函数中非线性部分如何选取的问题,比如对 Terminal 滑模控制方法控制滑模面的研究^[3-5],选取对数函数、指数函数或双幂次趋近律设计作为 Terminal 滑模控制滑模面,在理论上对 Terminal 滑模控制方法进行讨论,但未深入实际工程应用。王鹏等通过引入误差及误差导数组合的函数作为对比量,设计了一种特殊形式滑模面,给出了对于任意阶系统选择 Terminal 滑模面的数学表达式,并将此方法应用于高超声速飞行器控制^[6-7]或微型飞行器^[8],或采用二阶动态 Terminal 滑模控制方法应用于近空间飞行器^[9],均通过仿真证明了 Terminal 滑模控制方法能够实现精度需求范围内的稳定控制,稳态误差并不为 0。

本文在已有理论上探讨 Terminal 滑模控制方法在小卫星姿态控制领域的应用。卫星遥感成像任务中,为获取某些特殊目标区域的信息,往往要求卫星具有机动能力,即在一定时间内到达指定目标区并稳定成像。这种机动稳定任务的执行主要依靠大力矩输出能力的执行机构和高效的控制方法。传统方式是利用飞轮作为执行机构,飞轮的控制力矩输出一般小于 0.2 Nm ,对星体姿态变化的控制比较缓慢,虽然能够减小稳定误差,却需要付出较长机动时间的代价。单框架控制力矩陀螺(SGCMG)因具有较大力矩输出等优点已在 WorldView-I、WorldView-II、Pleiades

等卫星上得到应用,并逐渐成为现代小卫星机动任务重要的执行机构。

本文采用 Terminal 滑模控制方法对以 SGCMG 为执行机构的小卫星进行姿态机动控制,对 Terminal 滑模控制方法的参数影响及选取进行分析,并以 3 轴气浮转台进行了验证,探讨了 Terminal 滑模控制方法在工程实践中的应用能力。

2 基于 Terminal 滑模控制的力矩规划

2.1 卫星姿态机动控制方案

卫星姿态机动首先要根据当前时刻姿态与目标姿态的差值,选择合适的控制律,规划出期望机动的力矩值,通过对 SGCMG 的操纵,产生所需的力矩值,将此力矩作用于卫星本体,卫星依据其受力特性及满足的运动方程运动,达到期望姿态值,即实现目标姿态值。姿态机动方案如图 1 所示。

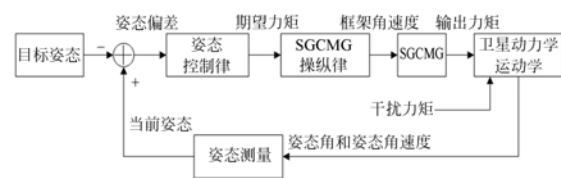


图 1 卫星姿态机动控制过程

Fig. 1 Satellite attitude maneuver control

选用金字塔构型 SGCMG 作为执行机构,以目前应用广泛、发展成熟的非对角奇异鲁棒操纵律对 SGCMG 进行控制,通过引入小量力矩误差实现对 SGCMG 奇异的回避,使 SGCMG 能够在输入力矩作用下无奇异地产生输出力矩。

2.2 小卫星姿态数学模型

设小卫星在轨初始时刻本体坐标系与轨道坐标系重合,在轨道坐标系上建立小卫星数学模型。假设小卫星为刚体结构,考虑到 Terminal 滑模控制方法中需要姿态偏差量,以修正罗德里格斯(MRP)参数描述卫星姿态,有^[10-11]:

$$\boldsymbol{\rho} = \hat{e} \tan(\theta/4), \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{bmatrix} q_1/(1+q_0) \\ q_2/(1+q_0) \\ q_3/(1+q_0) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3]$ 为修正罗德里格斯参数, \hat{e} 为欧拉轴方向, θ 为绕欧拉轴转角, $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为卫星姿态四元数。

MRP 参数描述的卫星姿态运动学方程为:

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{4} [(1 - \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\tilde{\boldsymbol{\rho}} + 2\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}^T] \boldsymbol{\omega} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\omega}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\rho}} = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_3 & \rho_2 \\ \rho_3 & 0 & -\rho_1 \\ -\rho_2 & \rho_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ 为卫星姿态角速度。

定义误差 MRP 参数为: $\boldsymbol{\rho}_e = \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_d$, $\boldsymbol{\rho}$ 为当前姿态, $\boldsymbol{\rho}_d$ 为目标姿态,机动并稳定结束时刻应有 $\boldsymbol{\rho}_e = 0$, $\boldsymbol{\omega}_e = 0$ 。

当以 SGCMG 为卫星执行机构时,考虑空间干扰力矩的影响,卫星姿态动力学方程表示为:

$$(\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\mathbf{h}}) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) = \mathbf{T}_{\text{ext}}, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{h}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = -\mathbf{u}$$

式中: \mathbf{J} 是包含 SGCMG 的整星转动惯量, \mathbf{T}_{ext} 是空间外干扰力矩, \mathbf{h} 是金字塔构型 SGCMG 总角动量, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ 是 SGCMG 输出力矩。

2.3 terminal 滑模控制方案设计

根据式(1)~(4),系统动力学和运动学模型方程可写为:

$$\dot{\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{4} [(1 - \boldsymbol{\rho}^T \boldsymbol{\rho}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\tilde{\boldsymbol{\rho}} + 2\boldsymbol{\rho}\boldsymbol{\rho}^T] \boldsymbol{\omega} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\rho}) \boldsymbol{\omega} = \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}), \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T}_{\text{ext}} = \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T}_{\text{ext}}. \quad (6)$$

$$p_i(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \rho_{\alpha_i}^{(k)}(0) t^k + \sum_{j=0}^n \left[\sum_{l=0}^n \frac{a_{jl}}{T^{j+l+n+1}} \rho_{\alpha_i}^{(l)}(0) \right] t^{j+n+1} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}, \quad (9)$$

其中: T 表示收敛时间,函数 $p_i(t)$ 是一个在 $t = T$ 时刻一阶可微的连续函数,有 $p(T) = 0$, $\dot{p}(T) =$

由式(5)、(6)可见,卫星系统是非线性系统,为利用卫星姿态角和姿态角速度误差量进行 Terminal 滑模控制方法设计,首先对卫星运动方程进行处理,引入状态变量进行非线性变换,卫星姿态运动学和动力学方程进一步化为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \boldsymbol{\rho} \\ \dot{\mathbf{x}}_1 &= \dot{\boldsymbol{\rho}} = \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}) = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \ddot{\boldsymbol{\rho}} = \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}) + \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}) + \\ & \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{B}\mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T}_{\text{ext}} = \\ & \mathbf{f} + \mathbf{b}\mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{J}^{-1} \mathbf{T}_{\text{ext}} \end{aligned} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\rho}} \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}) + \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{f}_2(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega}), \\ \mathbf{b} &= \frac{\partial \mathbf{f}_1(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\omega})}{\partial \boldsymbol{\omega}} \mathbf{B} \end{aligned}$$

对以 SGCMG 为执行机构的卫星系统模型,考虑滑模面的非线性以及系统状态运动趋近滑模面并在滑模面上有限时间收敛的特点,选取系统切换面为^[12-15]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\mathbf{E} - \mathbf{W}(t). \quad (8)$$

根据上述模型中状态变量的定义,做如下形式变量选取:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho_e \\ \dot{\rho}_e \end{bmatrix} = (\rho_{1e}, \rho_{2e}, \rho_{3e}, \dot{\rho}_{1e}, \dot{\rho}_{2e}, \dot{\rho}_{3e})^T,$$

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{C}\mathbf{P}(t), \mathbf{P}(t) = \begin{bmatrix} p \\ \dot{p} \end{bmatrix}, \mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)^T, \mathbf{C} = (C_1, C_2), \mathbf{C}_i = \text{diag}(c_{i1}, c_{i2}, c_{i3}), c_{ij} > 0 (i=1, 2; j=1, 2, 3).$$

$p_i(t)$ 的选取满足以下假设条件^[12-15]: $p_i(t): \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, $p_i(t) \in C^n[0, \infty)$, $\dot{p}_i, \dots, p_i^{(n)} \in L^\infty$, 对于某个常数 $T > 0$, $p_i(t)$ 是在时间段 $[0, T]$ 上有界的,并且 $p_i(0) = \rho_{\alpha_i}(0)$, $\dot{p}_i(0) = \dot{\rho}_{\alpha_i}(0)$, $p_i^{(n)}(0) = \rho_{\alpha_i}^{(n)}(0)$, 而 $C^n[0, \infty)$ 表示定义在 $[0, \infty)$ 的所有阶可微的连续函数, $i=1, 2, \dots, m$ 。

$0, \dot{p}(T) = 0$ 。经计算可得到:

$$\begin{aligned}
p(t) &= \rho_e(0) + \dot{\rho}_e(0)t + \frac{1}{2}\ddot{\rho}_e(0)t^2 + \left[\frac{-10}{T^3}\rho_e(0) + \frac{-6}{T^2}\dot{\rho}_e(0) + \frac{-3}{2T}\ddot{\rho}_e(0) \right] t^3 + \\
&\quad \left[\frac{15}{T^4}\rho_e(0) + \frac{8}{T^3}\dot{\rho}_e(0) + \frac{3}{2T^2}\ddot{\rho}_e(0) \right] t^4 + \left[\frac{-6}{T^5}\rho_e(0) + \frac{-3}{T^4}\dot{\rho}_e(0) + \frac{-1}{2T^3}\ddot{\rho}_e(0) \right] t^5 \quad (0 \leq t \leq T) \\
p(t) &= 0 \quad (t > T)
\end{aligned} \quad (10)$$

$t = T$ 时刻开始, 切换面上 $\sigma = 0$ 。为验证所设计的切换面为滑模面, 取切换面上 Lyapunov 函数为:

$$V_e = \frac{1}{2} \rho_e^T \rho_e \geq 0.$$

当系统运动至切换面上时, 有 $\sigma = C(E - P) = 0$, 即 $E = P$, 进而有 $\rho_e = p$ 。

$$\dot{V}_e = \rho_e^T \dot{\rho}_e = p^T \dot{p} \leq 0.$$

由 Lyapunov 稳定性定理说明所选取的切换面能够使系统具有全局渐近稳定性, 因此, 所选取切换面为滑模面, 系统具有全局渐近稳定性。

与经典变结构控制方法类似, Terminal 滑模控制包含趋近段和滑模段, 系统能够稳定运行的条件是控制规律的选取使得系统能够由任意初态运动至滑模态, 且系统具有全局渐近稳定性。因此选定滑模面后, 需设计合适的滑模控制规律, 使系统能够到达滑模面并保持在滑模面上运动。

取趋近段 Lyapunov 函数为: $V_\sigma = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \geq 0$

将其微分后得到:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_\sigma &= \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T [C_2(f - \ddot{p}_d - \ddot{p}) + C_1(\dot{\rho}_e - \dot{p})] + \\
&\quad \sigma^T \left[C_2 b u + C_2 \frac{\partial f_1(\rho, \omega)}{\partial \omega} J^{-1} T_{\text{ext}} \right]. \quad (11)
\end{aligned}$$

为使控制系统稳定, 必须使得 $V_\sigma \geq 0, \dot{V}_\sigma \leq 0$ 。控制输入应该能够迫使系统的所有状态轨迹都收敛到 $\sigma = 0$ 的滑动面上, 设外干扰有界, 即 $\|T_{\text{ext}}\| \leq D$, 根据式(7)~(11)选择如下控制规律:

$$\begin{aligned}
u &= -b^{-1} [f - \ddot{p}_d - \ddot{p} + C_2^{-1} C_1 (\dot{\rho}_e - \dot{p})] - \\
&\quad b^{-1} \left[K \frac{C_2^T \sigma}{\|C_2^T \sigma\| + \delta_0 + \delta_1 \|\rho_e\|} + \frac{\partial f_1(\rho, \omega)}{\partial \omega} J^{-1} D \right], \quad (12)
\end{aligned}$$

式中: δ_0, δ_1, K 是正常数, $\delta_0 + \delta_1 \|\rho_e\|$ 是为了减弱 $\frac{C_2^T \sigma}{\|C_2^T \sigma\|}$ 的抖振作用。

由于卫星执行机构力矩输出有限, 实际应用中, 需考虑执行机构输出控制力矩的有界性, 力矩满足:

$$u = \begin{cases} u_{\max} & (u > u_{\max}) \\ -u_{\max} & (u < -u_{\max}) \\ u & (-u_{\max} < u < u_{\max}) \end{cases},$$

u_{\max} 为执行机构力矩输出上限。

将控制规律代入 \dot{V}_σ 后得到:

$$\dot{V}_\sigma = -K \frac{\|C_2^T \sigma\|^2}{\|C_2^T \sigma\| + \delta_0 + \delta_1 \|\rho_e\|} \leq 0.$$

由 Lyapunov 稳定性定理说明趋近段存在, 所选取的控制律能够使系统趋近滑模面运动, 且具有全局渐近稳定性。

从理论公式可看出, 滑模面函数 $\sigma(X, 0) = 0$, 初始时刻 $V = 0$, 即系统在初始时刻已经处于滑模态, 所设计的控制律只需保证系统能够在滑模面上稳定运动即可, 不需考虑系统到达问题, 确保了闭环系统的全局鲁棒性和稳定性。

3 金字塔构型 SGCMGs 操纵律

采用金字塔构型 SGCMGs 作为卫星执行机构, 如图 2 所示。 g_i 为第 i 个框架轴, $(i \ j \ k)$ 为沿卫星本体坐标系三轴的基矢量, β 为安装倾角, h_i, δ_i 为第 i 个 SGCMG 的角动量和框架角。

SGCMG 系统的总角动量在卫星本体坐标系可表示为:

$$\mathbf{h} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{h}_i(\delta_i) = \mathbf{h} \left[\begin{pmatrix} -\cos \beta \sin \delta_1 \\ \cos \delta_1 \\ \sin \beta \sin \delta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\cos \delta_2 \\ -\cos \beta \sin \delta_2 \\ \sin \beta \sin \delta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \beta \sin \delta_3 \\ -\cos \delta_3 \\ \sin \beta \sin \delta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \delta_4 \\ \cos \beta \sin \delta_4 \\ \sin \beta \sin \delta_4 \end{pmatrix} \right], \quad (13)$$

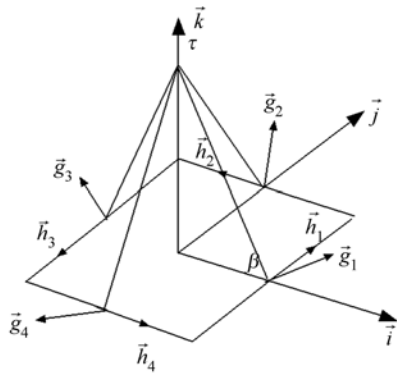


图 2 4-SGCMG 金字塔安装构型
Fig. 2 4-SGCMG pyramid configuration

雅克比矩阵为: $\mathbf{A} \equiv \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \boldsymbol{\delta}}$,

选取的性能指标为:

$$\mathbf{J} = (\mathbf{A}\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\tau})^T \mathbf{P}(\mathbf{A}\boldsymbol{\delta} - \boldsymbol{\tau}) + \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{Q}\boldsymbol{\delta}. \quad (14)$$

根据性能指标最小原则, \mathbf{P} 、 \mathbf{Q} 为正常数矩阵, 得到非对角奇异鲁棒操纵律^[16], 确定框架角速度变化规律为:

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{A}^+ \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{W}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{W}\mathbf{A}^T + \mathbf{V})^{-1}, \quad (15)$$

其中:

$$\mathbf{V} \equiv \mathbf{P}^{-1} = \lambda \begin{pmatrix} 1 & \epsilon_3 & \epsilon_2 \\ \epsilon_3 & 1 & \epsilon_1 \\ \epsilon_2 & \epsilon_1 & 1 \end{pmatrix} > 0$$

$$\mathbf{W} \equiv \mathbf{Q}^{-1} = \begin{pmatrix} W_1 & \lambda & \lambda & \lambda \\ \lambda & W_2 & \lambda & \lambda \\ \lambda & \lambda & W_3 & \lambda \\ \lambda & \lambda & \lambda & W_4 \end{pmatrix} > 0$$

$$\lambda = \lambda_0 \exp[-\mu \det(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)]$$

$$\epsilon_i = \epsilon_0 \sin(\omega t + \phi_i)$$

其中: 参数 ϵ_0 、 ϕ_i 、 λ_0 、 μ 需根据实际问题适当选取。

4 数学仿真与参数变化影响分析

Terminal 滑模控制方法在实际应用中, 由于姿态信息测量误差、坐标系转换、计算过程中截断误差等因素的存在, 稳态误差结果很难达到绝对零, 一般收敛在精度需求范围内。如高超声速飞行器上 Terminal 滑模控制方法的应用^[6-7], 稳态误差在精度要求范围内且不为零, 说明理想化的

Terminal 滑模控制在实际工程应用中稳态误差不是绝对 0, 而是在误差要求范围内。

4.1 数学仿真

取小卫星转动惯量为:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 103.9 & -1.85 & -0.2 \\ -1.85 & 106.38 & -1.55 \\ -0.2 & -1.55 & 146.82 \end{pmatrix}.$$

目标欧拉角为 $[0^\circ, 0^\circ, 20^\circ]$, 系统初始欧拉角为 $[0^\circ, 0^\circ, 0^\circ]$, 初始角速度和末态角速度均为 $[0, 0, 0]$ rad/s, SGCMG 最大框架角速度 $\dot{\boldsymbol{\delta}}_{\max} \leq 3$ rad/s, SGCMG 输出控制力矩最大值 $\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{u}_M$, $\mathbf{u}_M = 0.9$ Nm, SGCMG 输出角动量最大值 $\|\mathbf{h}\| \leq \mathbf{h}_M$, $\mathbf{h}_M = 1.5$ Nms, 非对角奇异鲁棒操纵律参数依次选取为 $\mu = 10$, $\lambda_0 = 0.01$, $\epsilon_0 = 0.01$, $\boldsymbol{\phi} = [0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$, $\mathbf{W} = [1, 2, 3, 4]$, 3 轴气浮转台系统最大角速度小于 $3(^{\circ})/s$, 假设期望时间 $T = 20$ s。空间扰动采用典型表达形式:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{dx} = 10^{-5}(3\cos \omega_0 t + 1) \\ \mathbf{M}_{dy} = 10^{-5}(1.5\sin \omega_0 t + 3\cos \omega_0 t) \\ \mathbf{M}_{dz} = 10^{-5}(3\sin \omega_0 t + 1) \end{cases}$$

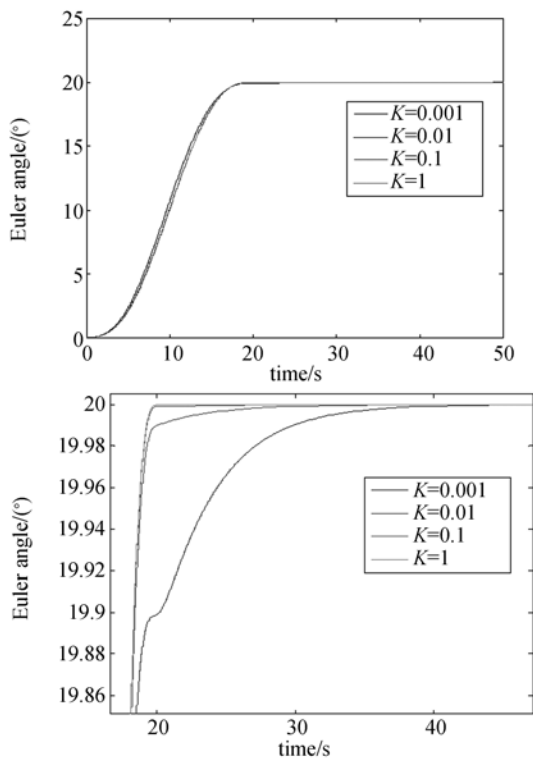
Terminal 滑模控制方法可调节的参数为 K 、 C_1 、 C_2 、 δ_0 、 δ_1 以及隐式参数控制周期 T_s , 为讨论参数变化对控制效果的影响, 采样控制周期 T_s 分别取为 1 ms 和 0.5 s, 得到仿真曲线如图 3~7 所示。

仿真曲线表明, 小卫星均能够在 20 s 内机动并稳定到姿态目标值, 说明将 Terminal 滑模控制方法应用在卫星姿态机动任务中是可行的, 但仿真曲线末端并不能完全达到 0, 与前述说明是一致的, 存在误差原因为:

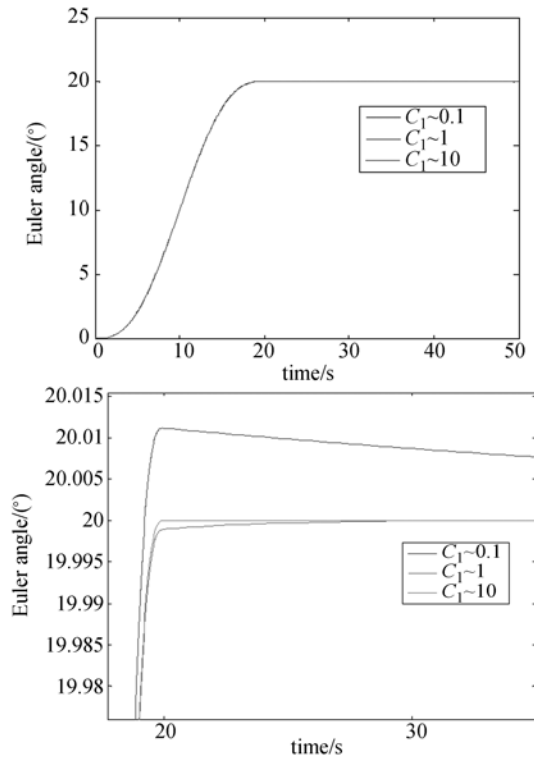
1) 计算过程中有效位数、截断误差等的影响, 得到的实际值为数值分析计算结果, 与理论分析得到的解析解之间存在微小误差。

2) 小卫星数学模型的建立和仿真是在轨道坐标系基础上, 而 Terminal 滑模控制方法是在本体坐标系基础上, 坐标系转换中存在一定的计算误差。

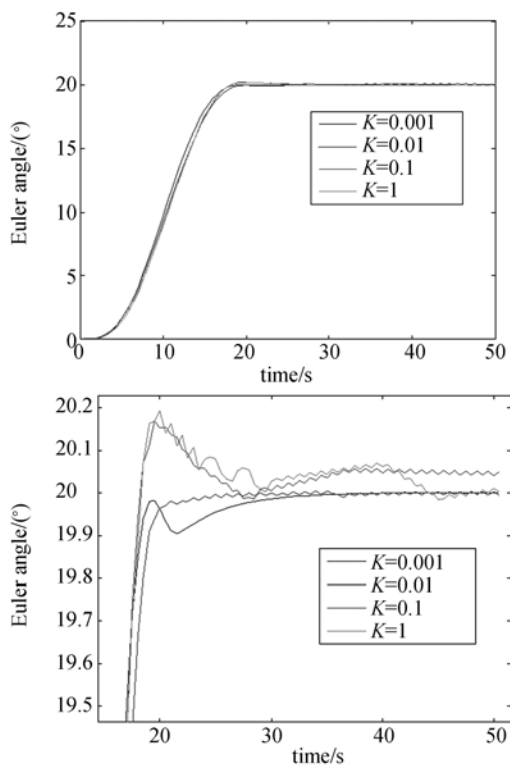
3) 姿态测量部件对姿态信息的获取存在误差, 测量信息用于计算过程时保留了一定的误差。



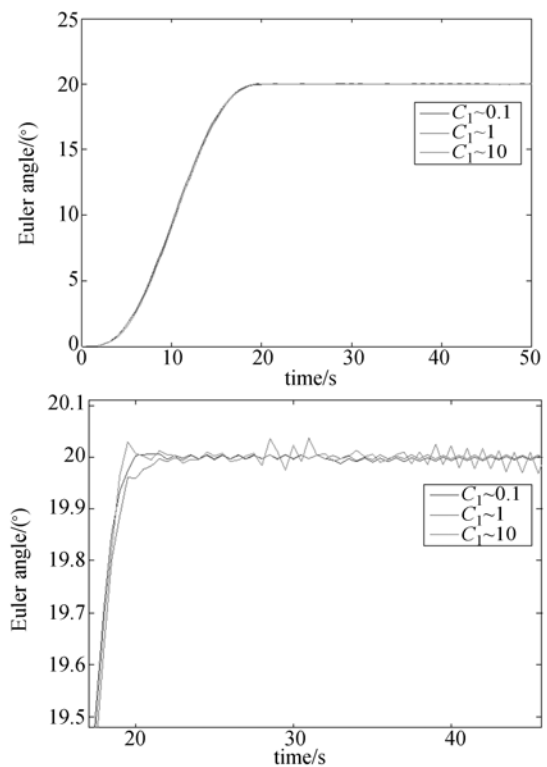
(a) $T_s = 0.001$ s



(a) $T_s = 0.001$ s



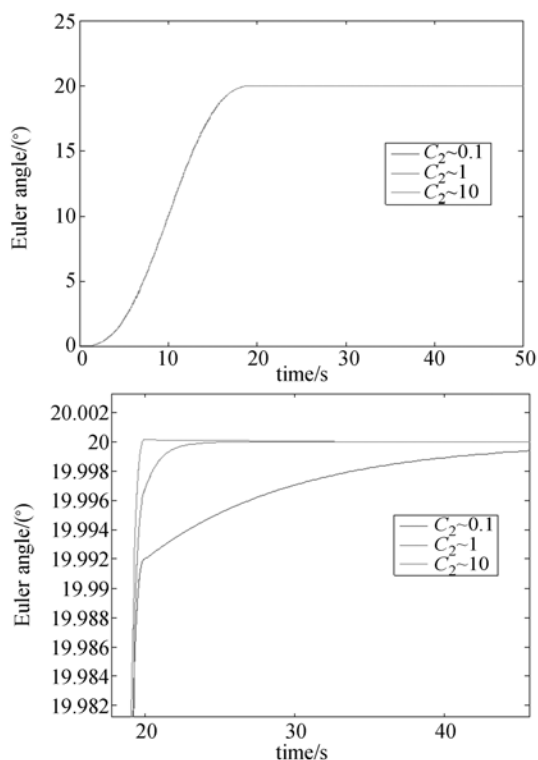
(b) $T_s = 0.5$ s



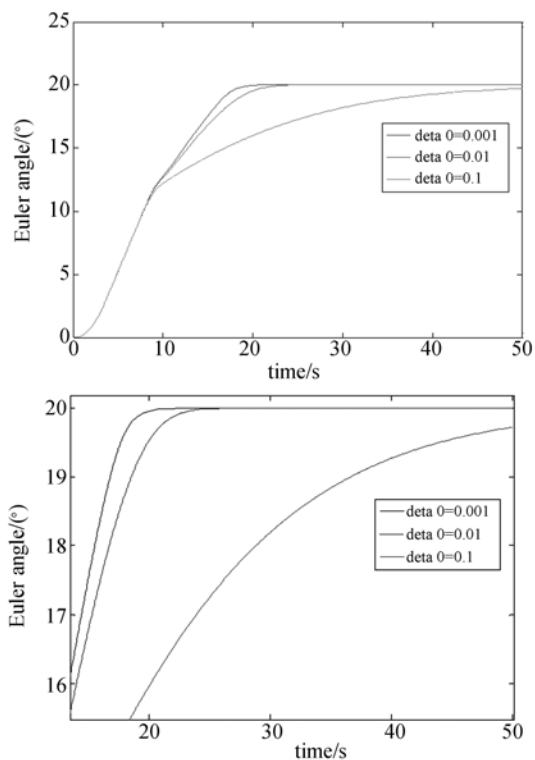
(b) $T_s = 0.5$ s

图 3 不同 K 值欧拉角变化曲线及局部放大
Fig. 3 Euler angles with different K values

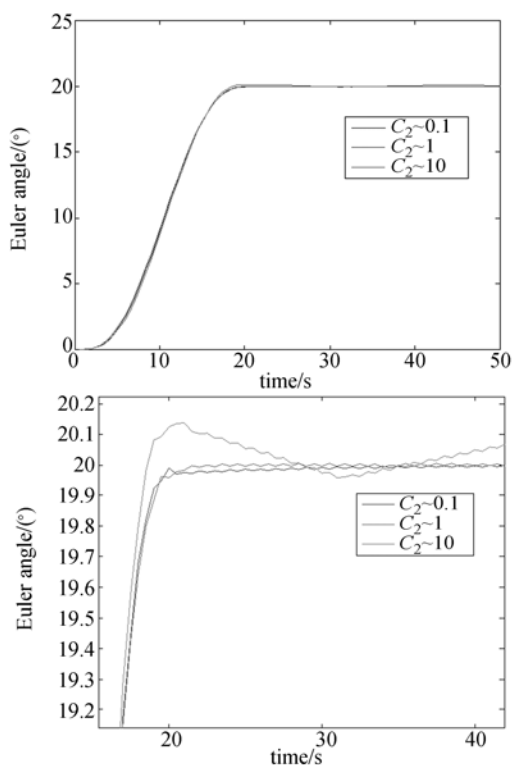
图 4 不同 C_1 值欧拉角变化曲线及局部放大
Fig. 4 Euler angles with different C_1 values



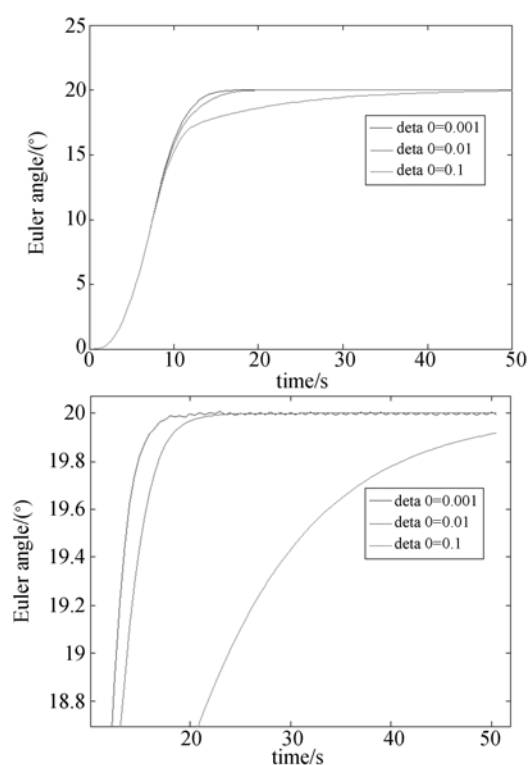
(a) $T_s = 0.001$ s



(a) $T_s = 0.001$ s



(b) $T_s = 0.5$ s



(b) $T_s = 0.5$ s

图 5 不同 C_2 值欧拉角变化曲线及局部放大
Fig. 5 Euler angles with different C_2 values

图 6 不同 δ_0 值欧拉角变化曲线及局部放大
Fig. 6 Euler angles with different δ_0 values

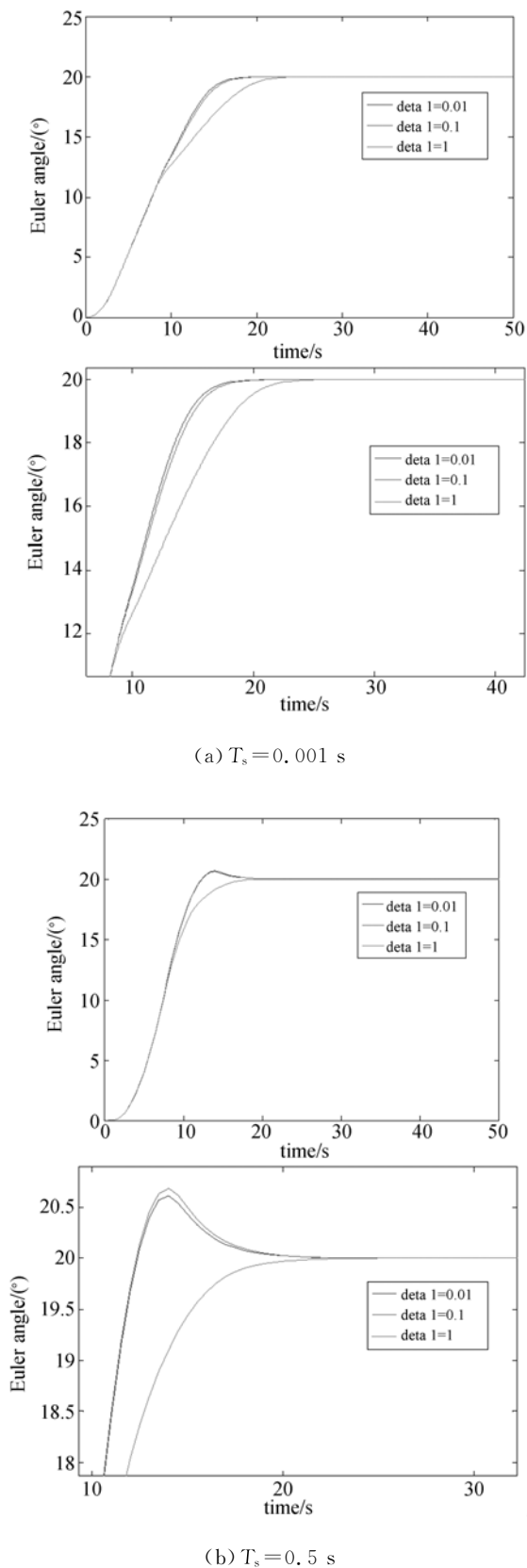


图 7 不同值欧拉角变化曲线及局部放大
Fig. 7 Euler angles with different values

4.2 参数选取原则

上述仿真曲线均是以参考量为变量、其余量保持不变情况下获得的,由仿真结果可得参数影响以及选取原则:

1)在不同的采样周期下,控制效果随参数的选取有一定的差别。

2)在同样模型与参数情况下,采用 1 ms 的采样周期时,由于所采用的数据量即系统信息利用率较大,仿真效果较好,曲线平滑。0.5 s 的采样周期时,采样数明显减少,曲线有一定的波动,但最终仍能够实现机动任务中规划的目标姿态值,即仿真周期的长短(采样数据信息量的多少)对于仿真结果有一定影响。虽然最终曲线变化趋势未变,但对参数的要求发生了变化。

3)采样周期较小(1 ms)时,随 K 、 C_1 、 C_2 值增大,控制效果越来越好;采样周期较大(0.5 s)时,随 K 、 C_1 、 C_2 值增大,收敛时间缩短,稳态误差减小,当超过一定的范围时,机动时出现超调,稳态阶段出现振荡。针对所利用的参数, K 、 C_1 、 C_2 值较理想的范围为: $C_1 = 0.1 \sim 10$ 、 $K = 0.1 \sim 1$ 、 $C_2 = 0.1 \sim 10$ 。

4)其他参数不变的情况下,随 δ_0 、 δ_1 值减小,控制效果越来越好;随 δ_0 、 δ_1 值增大,达到目标值所需时间越来越长。理想的 δ_0 、 δ_1 值为: $\delta_0 = 0.001 \sim 1$ 、 $\delta_1 = 0.01 \sim 10$ 。

综上,为进一步验证 Terminal 滑模控制方法的应用性,在三轴气浮转台上进行了实验验证,以仿真结果作为参考,所选择的控制参数取值在上述范围。

5 实验验证

利用三轴气浮转台系统对 Terminal 滑模控制方法进行实验仿真,如图 8 所示。

三轴气浮转台及其上设备模拟卫星整体构型,包括电源、中心计算机、金字塔构型 SGCMGs、磁强计、光纤陀螺等,能够模拟卫星电源、姿控和星务等系统;中心柱体内使用气浮轴承,通过气隙使转台浮动,此时转台系统处在微重力作用下,模拟卫星在轨真实大气环境;转台系统通过无线、蓝牙完成气浮台与外置控制计算机的通信,外置控制计算机将姿态控制指令上注到气浮台上的中心机,中心机通过与转台上其他姿态设备的



图 8 三轴气浮转台及星上设备模拟

Fig. 8 Three-axis air flotation turntable and on-board equipment simulation

通信,可以实现卫星姿态控制。该气浮平台三轴可机动范围为 $[360^\circ, 25^\circ, 25^\circ]$,姿态指向精度优于 0.1° ,姿态稳定度优于 $0.01^\circ/s$ 。

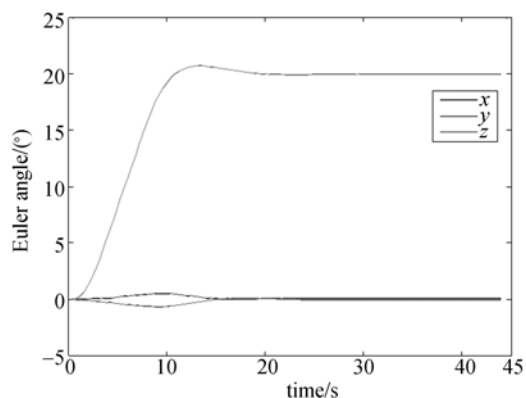
三轴气浮转台的各项参数与数学仿真所用参数一致,控制律参数按照数学仿真中确定的范围进行取值: $K=0.009, \delta_0=0.01, \delta_1=1$,

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{pmatrix}.$$

考虑实际应用中计算机数据通信和处理能力及硬件响应时间的限制,采样周期取为 0.5 s ,目标姿态为 $[0^\circ, 0^\circ, 20^\circ]$,稳定时间为 20 s ,结果如图 9、10 所示。

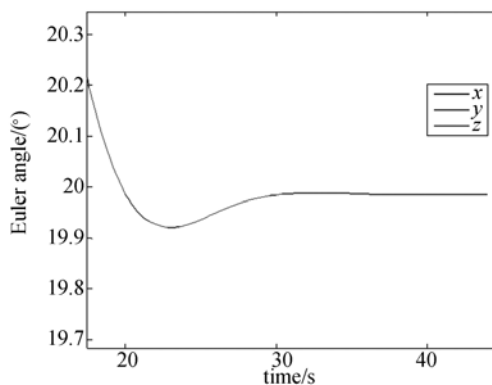
结果表明:三轴气浮转台在 Terminal 滑模控制方法作用下,能够实现目标姿态的机动稳定,即能够在 20 s 达到偏航轴 20° 的机动控制。机动过程中姿态角速度变化范围小于 $3^\circ/s$,机动末端时刻姿态控制精度为 0.1° ,姿态稳定度为 $0.01^\circ/s$,已达到三轴气浮转台可控精度最佳范围。

当其他参数保持不变时,以 PID 控制方法进



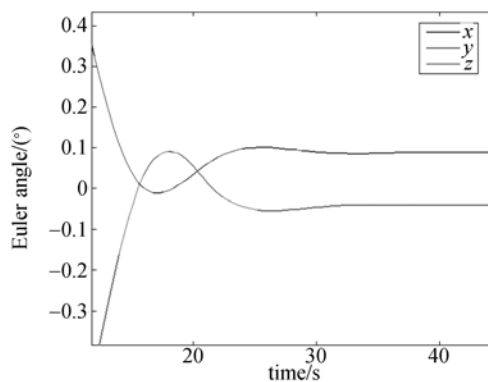
(a) 三轴欧拉角

(a) Three axis Euler angle



(b) Z轴放大

(b) Z axis magnification



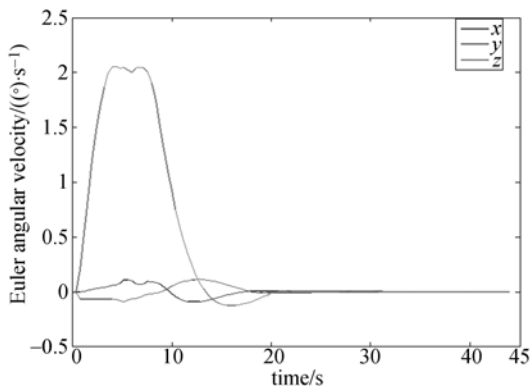
(c) X、Y轴放大

(c) X and Y axis magnification

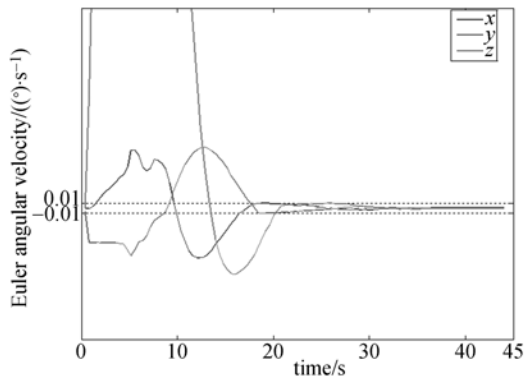
图 9 姿态角变化曲线及局部放大

Fig. 9 Euler angle curves

行仿真对比,PID 控制效果如图 11、12 所示。从 PID 控制结果可以看出,偏航轴机动 20° 时需用时约 30 s ,较本文方法用时长,从机动时间上比较,本文控制策略较好。



(a) 三轴欧拉角速度
(a) Three axis Euler angular velocity



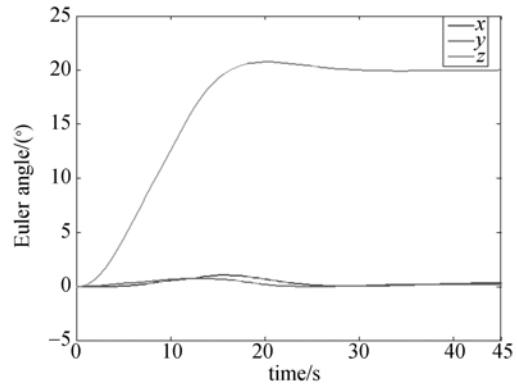
(b) 三轴欧拉角速度放大
(b) Three axis Euler angular velocity magnification

图 10 姿态角速度变化曲线及局部放大
Fig. 10 Euler angle velocity curves

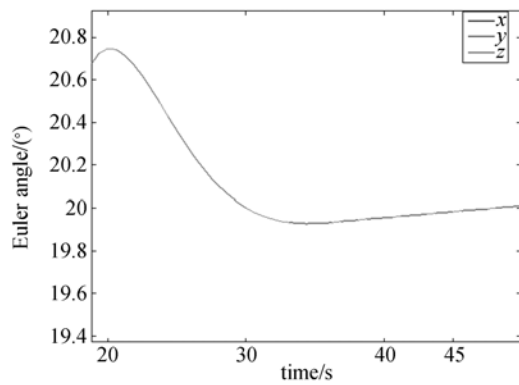
由上述机动稳定任务的完成表明 Terminal 滑模控制方法在小卫星姿态控制领域机动稳定任务中具有一定的实用性,能够实现小卫星姿态的机动和稳定,但 Terminal 滑模控制方法中参数变化量较多,系统控制效果随控制周期、参数 K 、 C_1 、 C_2 、 δ_0 、 δ_1 的范围变化而有所不同,在应用中针对任务需求以及系统本身特性的不同,参数要折衷选取。

利用三轴气浮转台进行仿真实验时,将终端滑模控制方法程序文件集成到姿态控制程序中,并下注到 PC104(Pentium800,主频 800 MHz,内存 256 M)的 VxWorks 操作系统中运行,一次运行时间(32 ms)远小于整体控制周期(500 ms),即对整体控制效果无资源和时间的影响。同时由于三轴气浮转台实验设备自身存在环境干扰、转动

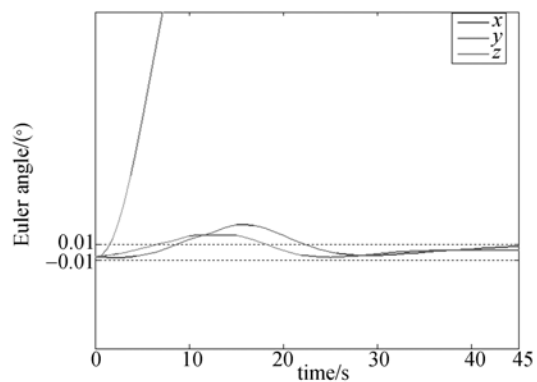
惯量不确定性等,实际控制结果曲线仍能够保持快速机动和稳定,说明本方法具有一定的鲁棒性。



(a) 三轴欧拉角
(a) Three axis Euler angle



(b) Z轴放大
(b) Z axis magnification



(c) X、Y轴放大
(c) X and Y axis magnification

图 11 姿态角变化曲线及局部放大
Fig. 11 Euler angle curves

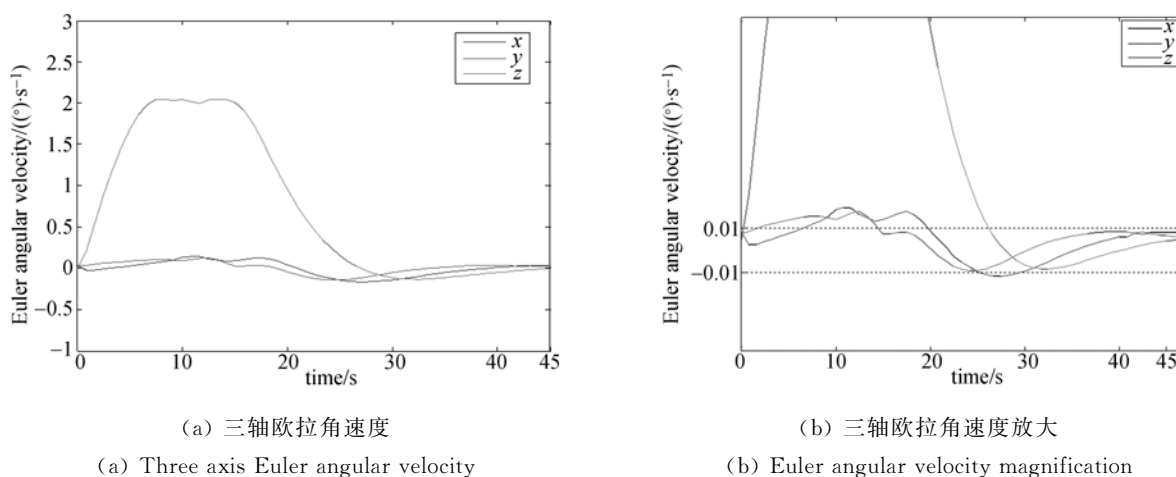


图12 姿态角速度变化曲线及局部放大

Fig.12 Euler angular velocity curve

6 结论

本文将 Terminal 滑模控制方法应用在以金字塔构型 SGCMG 为执行机构的小卫星姿态机动稳定任务中,针对理论和工程实践上的区别,分别以 1 ms 和 0.5 s 周期对参数在不同范围区间进行理论仿真,从参数变化影响以及选取的角度

进行分析,给出了针对本文示例小卫星各参数最佳选择区间: $K=0.1\sim 1$ 、 $C_1=0.1\sim 10$ 、 $C_2=0.1\sim 10$ 、 $\delta_0=0.001\sim 1$ 、 $\delta_1=0.01\sim 10$ 。利用三轴气浮转台对 Terminal 滑模控制方法进行实验验证,得到卫星姿态稳定度为 0.1° ,姿态控制精度为 $0.01^\circ/s$,说明 Terminal 滑模控制方法具有工程实践应用性,为 Terminal 滑模控制方法在卫星姿态控制上的应用提供了依据。

参考文献:

- [1] MAN Z H, PAPLINSKI A P, WU H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robot manipulators[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39: 2464-2469.
- [2] 穆朝絮,余星火,孙长银. 非奇异终端滑模控制系统相轨迹和暂态分析[J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 902-908.
MU CH X, YU X H, SUN CH Y. Phase trajectory and transient analysis for nonsingular terminal sliding mode control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(6): 902-908. (in Chinese)
- [3] 张巍巍,王京. 基于指数趋近律的非奇异 Terminal 滑模控制[J]. *控制与决策*, 2012, 27(6): 909-913.
ZHANG W W, WANG J. Nonsingular Terminal sliding model control based on exponential reaching law [J]. *Control and Decision*, 2012, 27(6): 909-913. (in Chinese)
- [4] 张秀华,徐炳林,赵宇. 有限时间收敛的 Terminal 滑模控制设计[J]. *控制工程*, 2008, 15(6): 637-639.
ZHANG X H, XU B L, ZHAO Y. Terminal sliding mode control design with finite-time convergence [J]. *Control Engineering of China*, 2008, 15(6): 637-639. (in Chinese)
- [5] 张合新,范金锁,孟飞,等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律[J]. *控制与决策*, 2013, 28(2): 289-293.
ZHANG H X, FAN J S, MENG F, et al.. A new double power reaching law for sliding mode control [J]. *Control and Decision*, 2013, 28(2): 289-293. (in Chinese)
- [6] 王鹏,刘鲁华,吴杰. 高超声速飞行器 Terminal 滑模控制系统设计[J]. *航天控制*, 2012, 30(5): 9-14.
WANG P, LIU L H, WU J. The Terminal sliding mode control system design for hypersonic flight vehicle [J]. *Aerospace Control*, 2012, 30(5): 9-14. (in Chinese)
- [7] 曾宪法,王小虎,张晶,等. 高超声速飞行器的干扰补偿 Terminal 滑模控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2012, 38(11): 1454-1458.
ZENG X F, WANG X H, ZHANG J, et al.. Disturbance compensated terminal sliding mode control for hypersonic vehicles[J]. *Journal of Beijing U-*

- niversity of Aeronautics and Astronautics*, 2012, 38(11): 1454-1458. (in Chinese)
- [8] 李迪, 陈向坚, 续志军. 增益自适应滑模控制器在微型飞行器飞行姿态控制中的应用[J]. 光学精密工程, 2013, 21(5): 1183-1191.
- LI D, CHEN X J, XU ZH J. Gain adaptive sliding mode controller for flight attitude control of MAV [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5): 1183-1191. (in Chinese)
- [9] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于二阶动态 Terminal 滑模的近空间飞行器控制[J]. 宇航学报, 2010, 31(4): 1056-1062.
- PU M, WU Q X, JIANG CH SH, *et al.*. Near space vehicle control based on second-order dynamic Terminal sliding mode[J]. *Journal of Astronautic*, 2010, 31(4): 1056-1062. (in Chinese)
- [10] SHUSTER M D. A survey of attitude representations [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439-517.
- [11] 丛炳龙, 刘向东, 陈振. 刚体航天器姿态跟踪系统的自适应积分滑模控制[J]. 航空学报, 2013, 34(3): 620-628.
- CONG B L, LIU X D, CHEN ZH. Adaptive integral sliding mode control for rigid spacecraft attitude tracking [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(3): 620-628. (in Chinese)
- [12] 庄开宇, 张克勤, 苏宏业, 等. 高阶非线性系统的 Terminal 滑模控制[J]. 浙江大学学报(工学版), 2002, 36(5): 482-485.
- ZHUANG K Y, ZHANG K Q, SU H Y, *et al.*. Terminal sliding mode control for high-order nonlinear dynamic systems[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2002, 36(5): 482-485. (in Chinese)
- [13] 胡剑波, 时满宏, 庄开宇, 等. 一类非线性系统的 Terminal 滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 495-499.
- HU J B, SHI M H, ZHUANG K Y, *et al.*. Terminal sliding mode control for a class of nonlinear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3): 495-499. (in Chinese)
- [14] HE J B, LI G J, CAO F X. Dynamic Terminal sliding mode control method based on backstepping design[J]. *International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization*, 2010, 42-46.
- [15] 郭益深, 孙富春. 一类具有参数不确定 n 阶多输入多输出非线性系统的 Terminal 滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 324-329.
- GUO Y SH, SUN F CH. Terminal sliding-mode control for a class of n th-order multi-input multi-output nonlinear system with uncertain parameters [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 324-329. (in Chinese)
- [16] BONG W. New singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2005, 28(5): 948-956.

作者简介:



常琳(1985—),女,吉林长春人,博士研究生,2009年于南开大学获得学士学位,主要从事卫星姿态控制算法研究。E-mail:fanglinchang@aliyun.com



金光(1958—),男,吉林长春人,研究员,博士生导师,主要从事空间遥感器总体设计的研究。E-mail: jing@ciomp.ac.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)