

文章编号 1004-924X(2015)02-0423-07

动力调谐陀螺仪子空间辨识

赵建远*, 李醒飞, 田凌子

(天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要:针对传统子空间辨识法(SIM)用于动力调谐陀螺仪(DTG)建模过程中存在的结构参数复杂、干扰因素未知、建模精度不高等问题,提出了一种改进的子空间辨识方法。首先,确定辨识对象 DTG 的状态空间模型集,分析 DTG 输出信号中存在的固有有色噪声。然后,针对有色噪声的干扰问题,对传统 SIM 进行改进,通过数据 Hankel 矩阵的正交投影消除传统 SIM 的有偏性。最后,在数值仿真中引入置信椭圆,对改进算法进行统计特性分析。仿真结果表明:在不同强度有色噪声干扰下,改进算法无偏,方差特性与有色噪声强度和长度有关。辨识实验表明:改进 SIM 的辨识效果明显优于传统 SIM,辨识拟合度优于 90%。得到的结果显示改进算法能够应用于 DTG 系统建模。

关键词:动力调谐陀螺仪;子空间辨识;正交投影;有色噪声

中图分类号:TP273;U666.123 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152302.0423

Subspace identification for dynamically tuned gyroscope

ZHAO Jian-yuan*, LI Xing-fei, TIAN Ling-zi

(State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

* Corresponding author, E-mail: jianyuan_tju@126.com

Abstract: To deal with the problems of complex structure parameters, unknown interference factors and lower modeling precision in the Dynamically Tuned Gyroscope (DTG) mechanism modeling by the traditional Subspace Identification Method(SIM), an improved SIM was proposed. Firstly, the DTG state space model sets were determined and DTG inherent colored noises were discussed. Then, the traditional SIM were modified for the colored noise problem and the orthogonal projection of a data Hankel matrix was used to eliminate the SIM bias of traditional method. Finally, a confidence ellipse was introduced in the numerical simulation to analyze the statistics feature of the modified algorithm. Simulation results indicate that the identified results of modified algorithm are unbiased at different colored noise influences, and the variance is related to the noise strength and data length. The identification experiments show that the identification performance of modified SIM is apparently better than that of the traditional SIM, and the identification fitting degree is more than 90%, which means that the modified algorithm is suitable for the DTG system modeling.

收稿日期:2014-06-05;修订日期:2014-08-14.

基金项目:精密测试技术及仪器国家重点实验室开放基金资助项目(No. pi11006);国家自然科学基金资助项目(No. 60972129)

Key words: Dynamically Tuned Gyroscopy(DTG); Subspace Identification Method(SIM); orthogonal projection; colored noise

1 引言

动力调谐陀螺仪是一种中高精度双自由度陀螺仪,具有体积小、重量轻、启动快等优点,被广泛应用于平台控制系统和惯性导航系统。它在机械结构上采用挠性梁支撑转子形式,两敏感轴间存在力矩耦合,是一种双入双出多变量系统。其传统建模方法为机理建模^[1],不仅需要掌握复杂的陀螺动力学原理,而且在建模过程中还要忽略诸多未知因素,难以与陀螺仪的实际运行状况相一致,因此机理建模不仅过程繁琐,且精度不高^[2]。

针对此问题,本文研究了将子空间辨识法(SIM)应用于动力调谐陀螺仪的系统建模方法。SIM是20世纪90年代提出的一种状态空间模型系统辨识方法^[3],与其他辨识方法(如预估误差(PEM)法、最大似然估计(MLE)法)相比,SIM无需非线性优化,数值鲁棒性强,模型参数化简单,尤其适用于动力调谐陀螺仪等多变量系统^[4]。SIM主要有3种形式^[5],CVA、MOESP和N4SID。Van Overschee和De Moor^[6]根据SIM中的向量投影方式和数值矩阵分解过程,在这3种方法基础上,建立了子空间辨识统一框架理论。Chiuso等^[7-9]先后对多种SIM的统计特性进行研究,并给出了SIM的一致无偏性和方差特性结果。Oku等^[10,11]又将Hessenberg算法和投影近似子空间跟踪(PAST)算法应用于数值矩阵的QR分解和奇异值(SVD)分解,提出了SIM递归算法。然而,这些研究都只是针对系统受白噪声干扰的情况,缺乏对有色噪声的分析。而在动力调谐陀螺仪系统辨识过程中,其输出信号会含有转频干扰和二倍频干扰等固有有色噪声,传统SIM难以满足动力调谐陀螺仪建模精度的要求。

在有色噪声干扰下,传统SIM无法通过数据Hankel矩阵斜投影^[6]的方式来消除噪声项,进而产生有色噪声残差,影响广义能观测矩阵和系统参数的估计,使得辨识结果有偏。为此,本文根据有色噪声的自相关性特点,分析了有色噪声对传统SIM的影响,重构了投影向量基和正交投影方式,理论上可以消除有色噪声对辨识过程的影响。

数值仿真和动力调谐陀螺仪辨识实验表明改进算法的辨识结果是一致无偏的,能够很好地应用于动力调谐陀螺仪系统建模。

2 动力调谐陀螺仪系统模型及固有有色噪声分析

2.1 动力调谐陀螺仪系统模型

对陀螺仪转子运动方程进行Laplace变换,可得其频域传函为:

$$\begin{cases} \beta(s) = -\Phi_x(s) + \frac{M_x(s)}{J[s^2 + (H/J)^2]} - \frac{HM_x(s)}{J^2[s^2 + (H/J)^2]} \\ \alpha(s) = -\Phi_y(s) + \frac{M_y(s)}{J[s^2 + (H/J)^2]} + \frac{HM_x(s)}{J^2[s^2 + (H/J)^2]} \end{cases}, \quad (1)$$

其中: β 和 α 分别为陀螺转子沿 x 轴和 y 轴相对驱动轴转角; Φ_x 和 Φ_y 分别为壳体相对惯性空间的运动转角; J 为陀螺转子转动惯量; H 为陀螺转子角动量; M_x 和 M_y 分别为沿 x 轴和 y 轴的外力矩。

根据式(1),动力调谐陀螺仪是一种两输入两输出(TITO)系统,对其进行离散化并转化为状态空间模型,可得状态空间模型集,模型阶次为10阶。

2.2 固有有色噪声分析

动力调谐陀螺仪的固有有色噪声是影响辨识结果的主要因素,根据产生机理不同,有转频干扰和二倍频干扰。其中,转频干扰是由转子端面和信号器铁芯之间的端面跳动引起的。当端面跳动存在时,陀螺转子的动量矩方向与驱动轴之间会形成锥形夹角,产生正交阻尼力矩,使得陀螺仪输出信号中含有1个与转子转速同频的干扰信号:

$$e_1(t) = A \sin(\dot{\theta}t + \varphi), \quad (2)$$

其中: $\dot{\theta}$ 为陀螺转子角速率; A 为转频干扰信号幅值; φ 为随机相位。

二倍频干扰信号与陀螺仪两轴之间的耦合效应和坐标转换有关。当陀螺转子稳定在惯性空间时,从挠性接头传递给陀螺转子的内力矩为:

$$\begin{cases} T_x' = -K\gamma - \delta\dot{\gamma} - (2I_e - I_c)\dot{\theta}\dot{\psi} \\ T_y' = -K\psi - \delta\dot{\psi} \end{cases}, \quad (3)$$

其中: T_x' 和 T_y' 表示内力矩, γ 为平衡环绕内扭杆轴线相对驱动轴坐标系的转角, ψ 为转子绕外扭杆轴线相对于平衡环坐标系的转角。假定陀螺转子绕壳体坐标系 X 轴有一常值偏角 Ψ_X , 并将 T_x' 和 T_y' 向壳体坐标系进行转换可得:

$$\begin{cases} T_Y = \delta \dot{\Psi}_X - \frac{1}{2}(2I_e - I_z) \dot{\theta} \Psi_X \sin 2\theta t \\ T_X = K \Psi_X - \frac{1}{2}(2I_e - I_z) \dot{\theta} \Psi_X - \frac{1}{2}(2I_e - I_z) \dot{\theta} \cos 2\theta t \end{cases}, \quad (4)$$

其中: T_X 和 T_Y 表示壳体坐标系上的力矩分量。 T_X 和 T_Y 的最后一项均与二倍转速有关, 称为二次谐波力矩。在此力矩作用下, 陀螺转子会相对壳体进行周期性摆动, 输出信号中含有二倍频干扰。

3 有色噪声对传统 SIM 的影响

3.1 扩展状态空间模型

构造扩展状态空间模型^[6]。假定某系统受有色噪声干扰, 其离散状态空间模型为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) + \mathbf{v}(k) \end{cases}, \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}(k)$ 表示状态向量, $\mathbf{y}(k)$ 表示输出向量, $\mathbf{u}(k)$ 表示输入激励, $\boldsymbol{\omega}(k)$ 表示过程噪声, $\mathbf{v}(k)$ 表示有色噪声, \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} 表示系统模型参数。为将式(5)转化为扩展状态空间模型, 定义以下矩阵:

1) 输入 Hankel 矩阵:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(0) & \cdots & u(N-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(i-1) & \cdots & u(N+i-2) \\ u(i) & \cdots & u(N+i-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(2i-1) & \cdots & u(N+2i-2) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中: 下标 p 和 f 表示过去和将来。同样, 可以构造输出数据 Hankel 矩阵 \mathbf{Y}_p 、 \mathbf{Y}_f , 过程噪声 Hankel 矩阵 \mathbf{W}_p 、 \mathbf{W}_f 和有色噪声 Hankel 矩阵 \mathbf{V}_p 、 \mathbf{V}_f 。

2) 状态序列:

$$\mathbf{X}_p = [x(0) \quad x(1) \quad \cdots \quad x(N-1)], \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_f = [x(i) \quad x(i+1) \quad \cdots \quad x(N+i-1)], \quad (8)$$

根据以上定义, 扩展状态空间模型为:

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{F}_i \mathbf{X}_p + \mathbf{H}_i \mathbf{U}_p + \mathbf{G}_i \mathbf{W}_p + \mathbf{V}_p, \quad (9)$$

$$\mathbf{Y}_f = \mathbf{F}_i \mathbf{X}_f + \mathbf{H}_i \mathbf{U}_f + \mathbf{G}_i \mathbf{W}_f + \mathbf{V}_f, \quad (10)$$

其中: \mathbf{F}_i 表示广义能观测矩阵, \mathbf{H}_i 和 \mathbf{G}_i 分别表示确定性和随机性下三角 Toeplitz 矩阵:

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & \cdots & D \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ C & 0 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ CA^{i-2} & CA^{i-3} & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

3.2 有色噪声与斜投影

根据子空间辨识统一框架理论^[6], 传统子空间辨识法采用斜投影的方式来消除噪声项和输入向量。将 \mathbf{Y}_f 的行空间沿 \mathbf{Z}_p 的行空间向 \mathbf{U}_f 的行空间投影得:

$$\mathbf{O}_Z = \mathbf{Y}_f /_{U_f} \mathbf{Z}_p, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{Y}_p \end{bmatrix}$ 。根据式(12)有:

$$\mathbf{O}_Z = (\mathbf{F}_i \mathbf{X}_f) /_{U_f} \mathbf{Z}_p + (\mathbf{H}_i \mathbf{U}_f) /_{U_f} \mathbf{Z}_p + (\mathbf{G}_i \mathbf{W}_f) /_{U_f} \mathbf{Z}_p + \mathbf{V}_f /_{U_f} \mathbf{Z}_p. \quad (14)$$

根据斜投影定义^[5], 显然 $(\mathbf{H}_i \mathbf{U}_f) /_{U_f} \mathbf{Z}_p = 0$ 。同时, \mathbf{W}_f 与 \mathbf{U}_f 及 \mathbf{Z}_p 均不相关, 所以 $\mathbf{W}_f /_{U_f} \mathbf{Z}_p = 0$ 。

对于有色噪声 \mathbf{V}_f 的斜投影:

$$\mathbf{V}_f /_{U_f} \mathbf{Z}_p = \mathbf{E}[\mathbf{V}_f (\mathbf{Z}_p^T \quad \mathbf{U}_f^T) \boldsymbol{\Omega} \mathbf{Z}_p] \\ \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_p \mathbf{Z}_p^T & \mathbf{Z}_p \mathbf{U}_f^T \\ \mathbf{U}_f \mathbf{Z}_p^T & \mathbf{U}_f \mathbf{U}_f^T \end{bmatrix}_{\Xi}^{-1}, \quad (15)$$

其中: $[\]^+$ 表示 Moore-Penrose 伪逆, $[\]_{\Xi}$ 表示矩阵相乘中对应的维数。输入激励为随机序列时, \mathbf{V}_f 和 \mathbf{U}_f 不相关, $\mathbf{E}[\mathbf{V}_f \mathbf{U}_f^T] = 0$ 。而根据 \mathbf{Z}_p 的定义:

$$\mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{Z}_p^T) = \mathbf{E}\mathbf{W}[\mathbf{V}_f (\mathbf{U}_p^T \quad \mathbf{Y}_p^T)] = \mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{Y}_p^T). \quad (16)$$

结合扩展状态空间模型(10):

$$\mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{Z}_p^T) = \mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{Y}_p^T) = \mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{V}_p^T). \quad (17)$$

由于有色噪声具有自相关性^[12], \mathbf{V}_f 和 \mathbf{V}_p 相关, $\mathbf{E}(\mathbf{V}_f \mathbf{V}_p^T) \neq 0$ 。根据式(15)、(16)和(17)有:

$$\mathbf{V}_f /_{U_f} \mathbf{Z}_p \neq 0. \quad (18)$$

结合式(14)和式(18), 斜投影虽然能够消除输入向量和过程噪声, 但并不能消除有色噪声的影响, \mathbf{O}_Z 中会含有有色噪声残差, 是导致传统 SIM 在有色噪声背景下有偏的根本原因。

4 有色噪声正交子空间辨识法

4.1 正交投影

根据式(16)和(17),斜投影不能消除有色噪声的原因在于投影向量基 \mathbf{Z}_p 中含有有色噪声项 \mathbf{V}_p 。为此,对传统 SIM 进行修改,采用 \mathbf{U}_p 作为投影向量基,并采用正交投影的方式消除有色噪声干扰,将 \mathbf{Y}_i 向 \mathbf{U}_p 进行正交投影得投影数据矩阵为:

$$\mathbf{O}_U = \mathbf{Y}_i / \mathbf{U}_p = \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{X}_i / \mathbf{U}_p + \mathbf{H}_i \mathbf{U}_i / \mathbf{U}_p + \mathbf{G}_i \mathbf{W}_i / \mathbf{U}_p + \mathbf{V}_i / \mathbf{U}_p, \quad (19)$$

其中:对于输入数据 \mathbf{U}_i 的正交投影为:

$$\mathbf{U}_i / \mathbf{U}_p = \mathbf{E}[(\mathbf{U}_i \mathbf{U}_p^T) (\mathbf{U}_p \mathbf{U}_p^T)^+ \mathbf{U}_p]. \quad (20)$$

由于输入激励为随机序列,自不相关,即 \mathbf{U}_i 与 \mathbf{U}_p 不相关,在采样点数足够大的情况下,可保证 $\mathbf{E}(\mathbf{U}_i \mathbf{U}_p^T) = 0$,即 $\mathbf{U}_i / \mathbf{U}_p = 0$ 。同理, \mathbf{W}_i 和 \mathbf{V}_i 都与 \mathbf{U}_p 不相关, $\mathbf{W}_i / \mathbf{U}_p = 0$, $\mathbf{V}_i / \mathbf{U}_p = 0$ 。经过将 \mathbf{Y}_i 向 \mathbf{U}_p 正交投影后,投影数据矩阵 \mathbf{O}_U 中不再含有输入激励、过程噪声和有色噪声成分:

$$\mathbf{O}_U = \mathbf{Y}_i / \mathbf{U}_p = \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{X}_i / \mathbf{U}_p. \quad (21)$$

4.2 参数估计

在得到正交投影数据矩阵 \mathbf{O}_U 后,首先对广义能观测矩阵 $\mathbf{\Gamma}_i$ 进行估计。对 \mathbf{O}_U 进行 SVD 分解得:

$$\mathbf{O}_U = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \\ & \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{bmatrix}, \quad (22)$$

其中: $\mathbf{S}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, n 为系统阶数。广义能观测矩阵 $\mathbf{\Gamma}_i$ 的估计值为:

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_i = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1^{-1}. \quad (23)$$

根据广义能观测矩阵 $\mathbf{\Gamma}_i$ 的定义,模型矩阵参数 \mathbf{C} 可直接从 $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i$ 中提取:

$$\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i(1:m, 1:n), \quad (24)$$

其中: $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i(1:m, 1:n)$ 表示取 $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i$ 中的前 m 行,前 n 列。模型矩阵参数 \mathbf{A} 可通过最小二乘法求解以下线性方程获得:

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i(1:m(i-1), 1:n)^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_i(m+1:mi, 1:n). \quad (25)$$

根据式(10),左乘 $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp$ 并右乘 \mathbf{U}_i^{-1} 得:

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp \mathbf{Y}_i \mathbf{U}_i^{-1} = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp \mathbf{H}_i, \quad (26)$$

其中: $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp$ 为 $\hat{\mathbf{\Gamma}}_i$ 的正交补。将式(26)中的相关矩阵进行分块,则参数 \mathbf{B} 和 \mathbf{D} 可通过求解以下超定方程获得:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ P_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \cdots & \Delta_i \\ \Delta_2 & \Delta_3 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \Delta_i & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{\Gamma}}_i' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$\text{其中:} \begin{cases} \hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp \mathbf{Y}_i \mathbf{U}_i^{-1} = [P_1 \quad P_2 \quad \cdots \quad P_i]^T \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_i^\perp = [\Delta_1 \quad \Delta_2 \quad \cdots \quad \Delta_i] \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_i' = \hat{\mathbf{\Gamma}}_i(1:m \times (i-1), 1:n) \end{cases}.$$

5 数值仿真

由于 SIM 采用了 SVD 分解等矩阵运算,算法的统计特性不易用显性的数学表达式进行表征。为此,通过数值仿真对改进算法的统计特性进行研究。采用以下仿真系统:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.32 & -0.46 & 0.04 \\ 1.00 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.159 & 0.30 & 0.03 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = [0.159 \quad 0.30 \quad 0.03], \quad \mathbf{D} = [0].$$

5.1 一致无偏性分析

设定输入激励为伪随机信号(PRBS),过程噪声为方差 0.5 的高斯白噪声,输出观测有色噪声为频率 50 Hz 的单频信号。分别设定有色噪声幅值为 1 和 3,进行 Monte Carlo 仿真^[13],在每个噪声水平下进行 100 组试验,每组设 3 000 个采样点,采用改进算法对系统模型进行辨识。

根据不同有色噪声水平下的辨识结果,取模型参数均值,绘制其频率响应曲线,并与理想模型进行比较,如图 1 所示。仿真结果表明,在不同噪

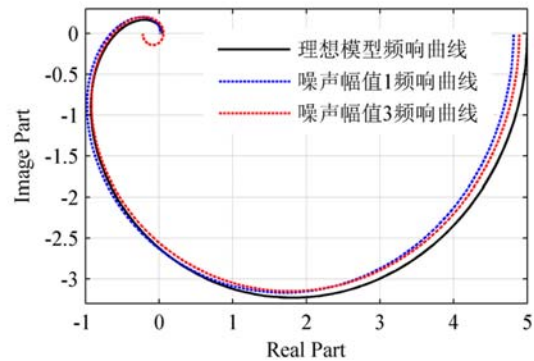


图 1 辨识结果频率响应曲线对比图

Fig. 1 Comparison of frequency response curve of identified results

声水平下,辨识模型与理想模型的频率响应曲线基本一致,改进算法在有色噪声条件下是一致无偏的(彩图见期刊电子版)。

5.2 方差特性分析

分析不同有色噪声强度和采样点数对改进算法方差特性的影响。首先,根据 5.1 节仿真结果,计算每个辨识模型的频率响应,并在设定的频率点上,提取其实部和虚部,绘制置信度为 95% 的置信椭圆,如图 2 所示(彩图见期刊电子版)。

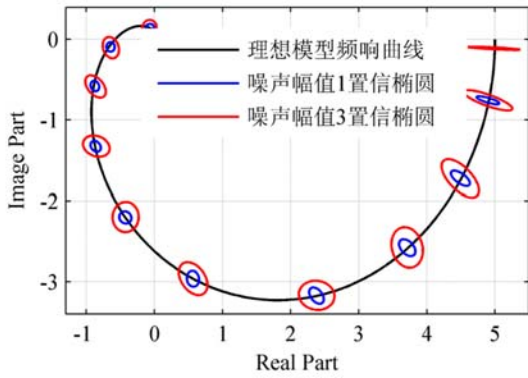


图 2 不同有色噪声强度下改进算法方差特性对比图
Fig. 2 Variance property comparison of improved algorithm with different colored noises

95% 置信椭圆为^[13]:

$$(\hat{\mathbf{H}}(e^{i\omega}) - \bar{\mathbf{H}}(e^{i\omega}))^T \hat{\mathbf{P}}^{-1}(\omega) (\bar{\mathbf{H}}(e^{i\omega}) - \bar{\mathbf{H}}(e^{i\omega})) \leq \frac{(N-1)\mathbf{P}}{N(N-p)} \mathbf{F}_{\alpha, p, N-p}, \quad (28)$$

其中: $\hat{\mathbf{H}}(e^{i\omega})$ 为辨识模型的频率响应; $\bar{\mathbf{H}}(e^{i\omega})$ 为辨识均值的频率响应; $\hat{\mathbf{P}}(\omega)$ 为辨识结果的协方差矩阵; $p=2$ 为自由度; N 为仿真次数; α 为置信度。

设定有色噪声幅值为 1,分别取 1 000、3 000 和 5 000 个采样点进行 Monte Carlo 仿真,根据实验结果,计算频率响应,绘制设定频率点处的 95% 置信椭圆,如图 3 所示(彩图见期刊电子版)。

图 2 中,同一频率点上,有色噪声强度越大,置信椭圆半径越大,辨识结果方差特性越差。图 3 中,采样点数的增多会提高辨识结果方差特性,但当采样点数足够大时,方差特性变化不大。因此,在辨识实验过程中,要尽量减小噪声,提高信噪比。同时,为提高单次辨识结果的准确度,且避免数据量过大造成耗时过长,在进行辨识实验时,也要对采样点数进行合理选择。

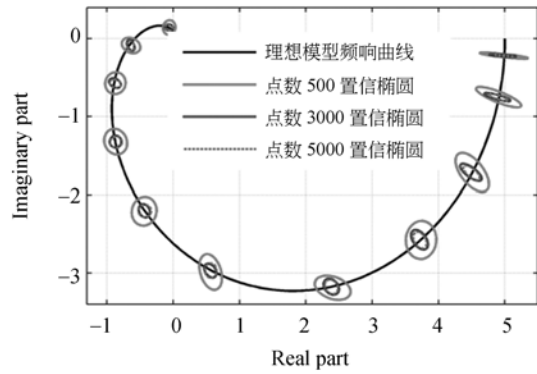


图 3 不同采样点数条件下改进算法方差特性对比图
Fig. 3 Variance property comparison of improved algorithm with different sampling points

6 动力调谐陀螺仪辨识实验

将陀螺仪水平放置在测试转台上,使其不受地球自转角速率及重力的影响。选择 PRBS 作为激励信号,设定最大幅值为 100 mV。待陀螺仪工作稳定后,对陀螺仪力矩器施加激励,采用数据采集卡对输入和输出信号进行采集^[14,15],采样率为 50 000 point/s,采样时间为 10 s。对输出信号进行解调和平稳化处理,做快速傅里叶变换(FFT),如图 4 所示。可以看出,除低频成分(0~10 Hz)和陀螺仪章动峰值(455 Hz)外,还有 2 个强度较大的频率成份(250 Hz 和 500 Hz),分别对应转频干扰和二倍频干扰。

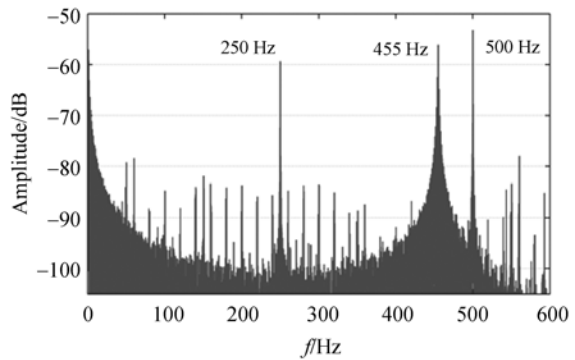


图 4 陀螺仪输出信号频谱
Fig. 4 Frequency spectrum of gyro output signal

根据采集到的输入输出信号,分别采用传统 SIM 中的 N4SID 法和改进算法进行辨识。将辨识拟合输出与实际输出值对比,分别如图 5 和图 6 所示。

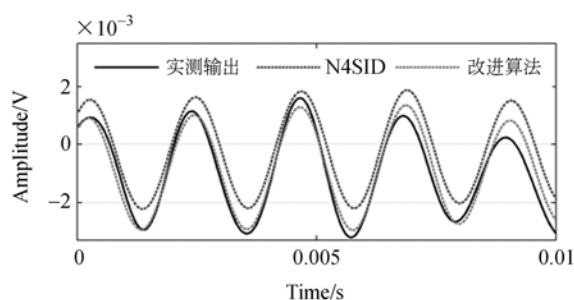


图 5 陀螺仪 X 轴输出对比图

Fig. 5 Comparison of the gyro X axis output signals

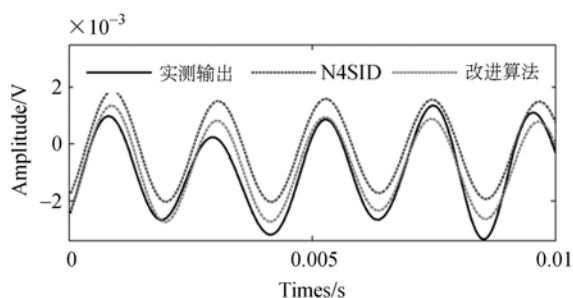


图 6 陀螺仪 Y 轴输出对比图

Fig. 6 Comparison of gyro Y axis output signals

参考文献:

- [1] 李醒飞, 杨光, 等. 动力调谐陀螺锁定回路解耦控制一体化设计[J]. 纳米技术与精密工程, 2012, 10(5): 439-444.
LI X F, YANG G. Integrated design of decoupling and control for dynamically tuned gyroscope lock loop [J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2012, 10(5): 439-444. (in Chinese)
- [2] 张连超, 范世琦, 范大鹏, 等. 动力调谐陀螺仪再平衡回路数字化的研究与实现[J]. 光学精密工程, 2007, 15(12): 1975-1981.
ZHANG L CH, FAN SH X, FAN D P, et al.. Research and implementation of digital control of dynamically tuned gyroscope rebalance loop [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(12): 1975-1981. (in Chinese)
- [3] GANDINO E, GARIBALDI L, MARCHESI S. Covariance driven subspace identification: A complete input output approach [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(26): 7000-7017.
- [4] ZHANG J B, LU C, HAN Y D. MIMO identification of power system with low level probing tests: applicability comparison of subspace methods [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(3): 2907-2917.
- [5] HUANG B, DING S X, QIN S J. Closed-loop subspace identification: an orthogonal projection approach [J]. *Journal of Process Control*, 2005, 15(1): 53-66.
- [6] MOOR V. *Subspace Identification for Linear Systems* [M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [7] LIU T, SHAO C, WANG X. Consistency analysis of orthogonal projection based closed loop subspace identification methods [C]. 2013 *European Control Conference, ECC 2013*, 2013: 1428-1432.
- [8] CHIUSO A, PICCI G. Asymptotic variances of subspace estimates [C]. *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, U. S. A.*, 2001: 3910-3915.
- [9] CHIUSO A, PICCI G. Numerical conditioning and asymptotic variance of subspace estimates [J]. *Automatica*, 2004, 40(4): 677-683.
- [10] OKU H, KIMURA H. Recursive 4SID algorithms using gradient type subspace tracking [J]. *Auto-*

根据图 5 和图 6, 陀螺仪 X 轴和 Y 轴输出信号中都含有一清晰的单频信号, 为陀螺章动频率信号。从辨识结果上来看, N4SID 和改进算法都能够辨识出陀螺仪的振动频率信号, 但 N4SID 辨识结果与实测值之间存在明显的偏差, 而改进算法具有良好的拟合效果。根据实验数据, 计算辨识拟合度^[16], 改进算法的辨识拟合度为 92%, 而 N4SID 仅为 66%, 改进算法的辨识精度明显提高。

7 结 论

针对动力调谐陀螺仪的子空间辨识问题, 本文分析了辨识过程中的固有有色噪声问题。基于有色噪声的自相关性特点和 SIM 的向量投影过程, 提出了改进算法。数值仿真和辨识实验都表明该方法能够很好地应用于动力调谐陀螺仪系统建模过程中, 辨识拟合度优于 90%。本方法也可应用于白噪声或弱有色噪声等噪声背景下, 可以推广到液浮陀螺仪、石英挠性加速度计等惯性传感器件的建模过程中, 具有良好的应用价值。

- matica*, 2002, 38(6): 1035-1043.
- [11] OKU H. Recursive subspace model identification algorithms for slowly time-varying systems in closed loop [C]. In *Proc. of the ECC'07, Kos, Greece*, 2007.
- [12] KAREL J K. *System Identification* [M]. Springer London Ltd, 2011.
- [13] ESMAILI A, MACGREGOR J F, TAYLOR P A. Direct and two-step methods for closed-loop identification: a comparison of asymptotic and finite data set performance [J]. *Journal of Process Control*, 2000, 10(6):525-537.
- [14] 张刚,刘品宽,张波,等. 直线电机精密运动平台轨迹跟踪控制器设计[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2): 373-379.
- ZHANG G, LIU PK, ZHANG B, *et al.*. Design of trajectory tracking controller for precision positioning table driven by linear motor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2): 373-379. (in Chinese)
- [15] 肖前进,贾宏光,章家保,等. 电动舵机伺服系统非线性辨识及补偿[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(8): 2040-2047.
- XIAO Q J, JIA H G, ZHANG J B, *et al.*. Identification and compensation of nonlinearity for electromechanical actuator servo system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(8):2040-2047. (in Chinese)
- [16] LJUNG L. *System Identification: Theory for the User* [M]. Prentice Hall PTR, 1999.

作者简介:



赵建远(1986—),男,山东潍坊人,博士研究生,2010年于天津大学获得学士学位,主要从事惯性元件及控制理论方面的研究。E-mail: jianyuan_tju@126.com

导师简介:



李醒飞(1966—),男,湖北天门人,教授,博士生导师,2000年于天津大学获得博士学位,2003赴美国密歇根大学学习和工作,主要从事惯性元件,测试计量技术及传感技术等方面的研究工作。E-mail: lixf@tju.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)