

文章编号 1004-924X(2010)03-0701-07

# 基于加权奇异值分解截断共轭梯度的电容层析图像重建

陈 宇<sup>1,2</sup>, 高宝庆<sup>1</sup>, 张立新<sup>1</sup>, 陈德运<sup>1</sup>, 于晓洋<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨理工大学, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 东北林业大学, 黑龙江 哈尔滨 150040)

**摘要:**针对电容层析成像技术(ECT)中的“软场”效应和病态问题,提出了一种基于加权奇异值分解(SVD)截断共轭梯度的电容层析(ECT)图像重建算法。阐述了电容层析成像工作原理,提出了 12 电极 ECT 系统的测量方法。在分析灵敏度矩阵的奇异值分解理论的基础上,推导出了加权 SVD 截断共轭梯度的数学模型,并利用 Tikhonov 方法进行正则化加权处理。最后,分析了算法的收敛性,并将其应用于电容层析成像系统的图像重建中。实验结果表明,对于层流,截断共轭梯度算法的平均误差能达到 27.54%,全部流型平均迭代步数达到 13 步,与 LBP、Landweber 和 CG 算法比较,该算法具有成像效果好,成像速度快,易于实现等特点。

**关键词:**电容层析成像;图像重建;奇异值分解;共轭梯度算法

**中图分类号:**TP391.4 **文献标识码:**A

## Image reconstruction based on weighted SVD truncation conjugate gradient algorithm for electrical capacitance tomography

CHEN Yu<sup>1,2</sup>, GAO Bao-qing<sup>1</sup>, ZHANG Li-xin<sup>1</sup>, CHEN De-yun<sup>1</sup>, YU Xiao-yang<sup>1</sup>

(1. Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. Northeast Forestry University, Harbin 150040, China)

**Abstract:** To solve the “soft-field” effect and ill-posed problem in electrical capacitance tomography, an image reconstruction algorithm based on weighted Singular Value Decomposition(SVD) truncation conjugate gradient is presented for electrical capacitance tomography. The working principle of electrical capacitance tomography is introduced and a measurement method for ECT system with 12 electrodes is proposed. On analysis of the sensitive matrix based on the SVD theory, a weighted conjugate gradient truncated SVD mathematical model is derived, and it is weighted normally by Tikhonov regularization method. Finally, the convergence of the algorithm is analyzed and applied to the image reconstruction for electrical capacitance tomography. Experimental results and simulation data indicate that for laminar flow, the average error can reach 27.54%, and the average number of iterative steps

**收稿日期:**2009-06-15; **修订日期:**2009-08-29.

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 60572153, 60972127);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(No. 2008-2011);黑龙江省自然科学基金资助项目(No. F200609);教育部春晖计划资助项目(No. Z2007-1-15013)

for all flow regimes can achieve 13 by the proposed algorithm. Compared with LBP, Landweber and CG algorithms, the algorithm has advantages in good image quality, high image speed and is a feasible and effective method for image reconstruction.

**Key words:** electrical capacitance tomography; image reconstruction; Singular Value Decomposition (SVD); conjugate gradient algorithm

## 1 引言

电容层析成像 (Electrical Capacitance Tomography, ECT) 技术是基于电容敏感机理的过程层析成像技术<sup>[1-2]</sup>, 该技术在多相流参数的准确测量中应用十分广泛<sup>[3]</sup>。图像重建算法是 ECT 技术实用化及进一步发展的主要难点<sup>[4-5]</sup>。目前, ECT 图像重建较常用的方法主要有: 线性反投影算法 (LBP)、正则法、Landweber 迭代法、投影 Landweber 迭代法以及共轭梯度法 (CG) 等<sup>[6-9]</sup>。线性反投影法的特点是算法简单, 重建速度快, 但因其成像质量相对较差, 严格说来, 该算法仅是一种定性算法。正则法因其正则参数的选取对成像质量影响较大, 一般采用经验值。Landweber 迭代法可明显改善迭代的稳定性及有效地控制噪音, 但对于复杂流型通常需要大量迭代才能取得满意的效果, 同时由于存在半收敛现象其应用很受限制。普通共轭梯度法 (CG) 适合于系数矩阵为对称正定的情况, 对于简单流型该方法成像时间短, 收敛很快, 但对于复杂流型效果并不理想。

本文提出了一种基于加权奇异值分解的截断共轭梯度迭代法, 该方法在提高图像重建质量的同时加快了成像速度。测量典型流型的实验结果表明, 该算法所获得的图像重建质量优于 LBP 和 CG 算法, 成像速度快于 Landweber 算法, 为 ECT 图像重建提供了一种新的有效方法。

## 2 电容层析成像系统基本原理

电容层析成像的工作原理是: 非导电物场内介质分布变化而引起电容值的变化, 通过测量电容值的变化来重建物场内的介质分布而实现对多相流参数的检测。通常的 ECT 系统由三个基本部分组成: 传感器系统、数据采集系统、图像重建系统。传感器道外壁均匀对称粘贴着铜质电极

板, 由于多相流各分相介质具有不同的介电常数, 当管道内的各相组分浓度及其分布发生变化时, 会引起多相流混合体等价介电常数的变化, 从而使极板间的测量电容值也发生变化。数据采集系统测量任一对极板间的电容值, 获得不同观测角度下的投影数据并送入图像重建计算机。这些测量值反映了管道内介电常数的分布情况, 采用相应的图像重建算法, 就可重建被测物场的介质分布图<sup>[10]</sup>。如图 1 所示为 12 电极 ECT 系统的组成框图。

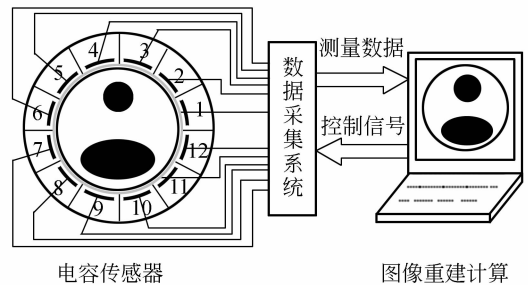


图 1 12 电极电容层析成像系统的组成

Fig. 1 Structure of 12-ECT system

以检测电极板的数目来分类, 目前的 ECT 传感器系统可分为 6, 8, 12, 16 电极系统, 检测极板的数目以指数方式影响测量数据量, 极板越多, 一次测量的数据量越大, 但同时由于检测极板之间的软场效应, 检测过程中受到的干扰也就越大, 最终影响单个测量数据结果。本文以典型的 12 电极传感器系统为研究对象, 以 12 个极板的某一极板为起点, 顺次为 12 个极板编号, 依次为 1, 2, ..., 12。在一个完整的测量过程中, 极板 1 首先被选择为源电极, 即激励电极, 给极板 1 加一固定电压值  $U$ , 分别以极板 2, 3, ..., 12 为检测电极, 测量极板对 1-2, 1-3, ..., 1-12 之间的电容值; 下一步选择极板 2 为激励电极, 极板 1 接地, 测量极板对 2-3, 2-4, ..., 2-12 的电容值; 依此类推, 直至测量完极板对 11-12 的电容值。这样, 在 12 电极系统中可获得 66 个独立测量值, 并依上述顺序编号为  $C_1, C_2, \dots, C_{66}$ , 此外在考虑单个电容并注重电

容的来源时,也常用另一种电容表示方式: $C_{ij}$ 表示电极对*i-j*间的电容。一般地,对于一个*N*电极系统,可得到的独立电极对总数*n*为:

$$n = C_N^2 = N \cdot (N-1)/2, \quad (1)$$

探讨电容层析成像系统的工作机理中,得到归一化灵敏度函数:

$$S_{ri}(e) = \frac{C_j(e) - C_j^1}{C_j^2 - C_j^1} \cdot \frac{1}{A_e}, \quad (2)$$

$$e = 1, 2, \dots, E_{in}; j = 1, 2, \dots, 6$$

其中, $C_j(e)$ 是管道内第*e*号单元为高介电常数 $\epsilon_2$ (本文中为水),而其它单元为低介电常数 $\epsilon_1$ (本文中为油)时的第*j*对典型极板间的电容值, $C_j^1$ 和 $C_j^2$ 分别为管道内所有单元的节点常数为 $\epsilon_2$ 和 $\epsilon_1$ 时第*j*对典型极板间的电容值, $E_{in}$ 是管道内部即*A*区的单元数目; $A_e$ 是单元*e*的面积。由(2)可见,确定电容灵敏度分布的主要工作就是确定 $C_j(e)$ 。

### 3 算法原理

目前,对于大多数电容层析成像系统,每一点的灰度与该点的介电常数相对应。一般来说,测量的电极电容和介质分布的关系很复杂,而且是非线性的。如果成像的各组分的介电常数差别不大,可以简单地用线性关系表达

$$\mathbf{C} = \mathbf{S} \times \mathbf{G}, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^m$ 为归一化电容向量, $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为系数矩阵(灵敏度矩阵),每一个元素就是一个单元在一对电极对的电场敏感度。电极对的电场敏感度 $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^n$ 为归一化介质分布图像向量,它的每一个元素就是每一个单元的灰度。

在ECT基本方程的求解中,由于灵敏度矩阵 $\mathbf{S}$ 既不对称又非正定,为保证重建算法具有较好的收敛性,需要对方程进行正规化,即左右两端同乘以灵敏度矩阵的转置 $\mathbf{S}^T$ ,从而式(3)可写为:

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{G} = \mathbf{S}^T \mathbf{C}, \quad (4)$$

奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)的理论:SVD对于任一个秩为*r*的矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ,必有两个正交矩阵 $\mathbf{U}$ 、 $\mathbf{V}$ 使得

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T, \quad (5)$$

$\mathbf{\Sigma}$ 的形式如下:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_r & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

其中 $\mathbf{\Sigma}_r = \text{diag}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r)$ ,式中 $\beta_i$ 满足 $\beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_r > 0$ ;  $\sigma_i$  ( $i = 1, \dots, r$ )为 $\mathbf{A}$ 的奇异值(实数); $\mathbf{u}_i$ 、 $\mathbf{v}_i$  ( $i = 1, \dots, r$ )分别称为矩阵 $\mathbf{A}$ 的属于 $\sigma_i$ 左、右奇异向量。

考虑到极小化问题

$$\min_{x \in X} J[x, \mathbf{y}_\delta] := \frac{1}{2} \|\mathbf{F}(x) - \mathbf{y}_\delta\|^2, \quad (6)$$

将(6)进行线性化表示为:

$$\min_{x \in X} J[x, \mathbf{y}_\delta] := \frac{1}{2} \|\mathbf{y}_\delta - \mathbf{F}(x_k) - \mathbf{F}'(x_k) \xi\|^2, \quad (7)$$

其中 $\xi$ 为搜索方向,记 $\mathbf{g}(x)$ 为泛函*J*的梯度, $\overline{\text{Hess}}(x)$ 为泛函*J*的近似Hessian阵,即

$$\begin{cases} \mathbf{g}(x) = \mathbf{F}'(x)^T (\mathbf{F}(x) - \mathbf{y}_\delta) \\ \overline{\text{Hess}}(x) = \mathbf{F}'(x)^T \mathbf{F}'(x) \end{cases}. \quad (8)$$

奇异值分解截断共轭梯度方法的基本思想是:只要 $\mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}} \mathbf{d}_l > 0$ ,共轭梯度迭代就继续进行;如果当前迭代点 $\Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l \mathbf{d}_l$ 在信赖域内,就可以接受,并且转入下一步共轭梯度迭代;如果当前迭代点 $\Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l \mathbf{d}_l$ 在信赖域外面或 $\mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}} \mathbf{d}_l \leq 0$ ,则取最长的信赖域步,即进行截断。记为:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_k = \mathbf{F}'(x_k) \\ \tilde{\mathbf{u}}_k = \mathbf{y}_\delta - \mathbf{F}(x_k) \\ \mathbf{u}_k = \mathbf{y} - \mathbf{F}(x_k) - \mathbf{r}(x^+; x_k) \end{cases}. \quad (9)$$

算法步骤如下:

(1)给定初始值 $\Phi(\mathbf{G}_1) = 0, 0 < \tau < 1, \epsilon > 0$ ,计算 $\mathbf{g}_1^\psi = \nabla \psi(\mathbf{G}_1)$ ,令 $l = 1, \mathbf{d}_1 = -\mathbf{g}_1^\psi = -\mathbf{g}_k$ ;

(2)若 $\|\mathbf{A}_k \Phi(\mathbf{G}_l) - \tilde{\mathbf{u}}_k\| \leq \tau \|\tilde{\mathbf{u}}_k\|$ ,则停,输出 $\Phi(\mathbf{G}^*) = \Phi(\mathbf{G}_l)$ ;计算 $\mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}} \mathbf{d}_l$ :

若 $\mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}} \mathbf{d}_l \leq 0$ 转步骤(4);

利用 $\alpha_l = -\mathbf{g}_l^\psi \mathbf{d}_l / \mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}}_k \mathbf{d}_l, \beta_l = \|\mathbf{g}_{l+1}^\psi\|^2 / \|\mathbf{g}_l^\psi\|^2$ 计算 $\alpha_l$ ;

(3)若 $\|\Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l \mathbf{d}_l\| \geq \Delta_k$ 转步骤(4);令 $\Phi(\mathbf{G}_{l+1})$ 满足等式

$$\Phi(\mathbf{G}_{l+1}) = \Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l \mathbf{d}_l, \text{ 并且有如下关系}$$

$$\mathbf{g}_{l+1}^\psi = \mathbf{g}_l^\psi + \alpha_l \overline{\text{Hess}}_k \mathbf{d}_l,$$

依据步骤(2)中的两个公式

$$\begin{cases} \alpha_l = -\mathbf{g}_l^\psi \mathbf{d}_l / \mathbf{d}_l^T \overline{\text{Hess}}_k \mathbf{d}_l \\ \beta_l = \|\mathbf{g}_{l+1}^\psi\|^2 / \|\mathbf{g}_l^\psi\|^2 \end{cases}.$$

计算 $\beta_l$ 并且令 $\mathbf{d}_{l+1}$ 满足

$$\mathbf{d}_{l+1} = -\mathbf{g}_{l+1}^\psi + \beta_l \mathbf{d}_l;$$

$l = 1$ ,转步骤(2);

(4)求方程 $\|\Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l^* \mathbf{d}_l\| = \Delta$ 的根 $\alpha_l^* \geq$

0; 令  $\Phi(\mathbf{G}^*) = \Phi(\mathbf{G}_l) + \alpha_l^* \mathbf{d}_l$ , 迭代结束。

基于以上理论, 对于 ECT 重建算法来讲, 用灵敏度矩阵  $\mathbf{S}$  替换  $\mathbf{F}'(x)$ , 用  $\mathbf{S}\mathbf{G}_k$  替换  $\mathbf{F}(x)$ , 得出图像分布向量  $\mathbf{G}$  的第  $k+1$  次迭代格式:

$$\mathbf{G}_{k+1} = \mathbf{G}_k - \lambda_k \mathbf{S}^T (\mathbf{S}\mathbf{G}_k - \mathbf{C}), \quad (10)$$

其中,  $\lambda_k$  是搜索因子。

根据奇异值分解理论, 因此可以应用奇异值分解技术对油/水两相流的归一化电容向量  $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^m$  进行特征提取。  $\mathbf{S}$  可写为:

$$\mathbf{S}^T = \mathbf{u}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T, \quad (11)$$

其中:  $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_m)$ ,  $\sigma$  是  $\mathbf{S}$  的奇异值。可以得出:

$$\mathbf{G}_{k+1} = \mathbf{G}_k - \lambda_k \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T (\mathbf{S}\mathbf{G}_k - \mathbf{C}). \quad (12)$$

由于 ECT 反问题的病态性, 给 ECT 反问题的求解带来很大的困难。ECT 反问题的病态性主要是由于问题本身造成的, 而测量时的注入电流、电极配置、极板电压、各流型的几何位置与面积等因素也会对其造成的影响。为解决 ECT 基本方程的病态性, 利用 Tikhonov 方法进行正则化并加权可得:

$$\mathbf{G}_{k+1} = \mathbf{G}_k - \omega \lambda_k \sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \theta} \frac{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T}{\sigma_i} (\mathbf{S}\mathbf{G}_k - \mathbf{C}), \quad (13)$$

其中:  $\theta$  为正系数,  $k$  为迭代次数。其中  $\omega$  为权矩阵, 取为

$$\omega = \beta \cdot \text{diag} \left( \left| \frac{1}{\Delta \rho_1^1} \right|, \left| \frac{1}{\Delta \rho_2^1} \right|, \dots, \left| \frac{1}{\Delta \rho_N^1} \right| \right), \quad (14)$$

其中,  $\Delta \rho_i^1$  为计算出的  $-\mathbf{[S}^T \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{S}^T (\mathbf{S}\mathbf{G}_0 - \mathbf{C})$  的第  $i$  个分量,  $\beta$  为比例因子, 值由下式获得:

$$\beta^2 \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{|\Delta \rho_i^1|^2} = N^2. \quad (15)$$

$$\|\mathbf{u}_k\| \|\mathbf{w}_k\| < \frac{\|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_k)\|^2 - \|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_{k+1})\|^2}{d(\gamma - 2)}$$

$$\|\mathbf{u}_k\|^2 < \frac{\|\mathbf{A}_k\|^2 (\|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_k)\|^2 - \|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_{k+1})\|^2)}{d(\gamma - 2)} \text{ 成立。}$$

记  $\mathbf{G}_k$  的极限为  $\mathbf{g}$ , 我们可以得到  $\sum_{k=1}^{\infty} \|\mathbf{u}_k\|^2$  收敛, 因此当  $k \rightarrow \infty$  时, 算法收敛。从上述证明可

为了改善迭代过程的稳定性, 将该算法从物理意义进行修正, 即在每次的迭代循环中引入  $\mathbf{G}_k$  的估计值应在 0 和 1.0 之间的先验信息。为此, 引入投影算子  $f$ , 将每次迭代结果投影到一个凸集上, 式(13)改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{k+1} = f\boldsymbol{\eta} \\ \boldsymbol{\eta} = \mathbf{G}_k - \omega \lambda_k \sum_{i=1}^r \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \theta} \frac{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T}{\sigma_i} (\mathbf{S}\mathbf{G}_k - \mathbf{C}) \end{cases}, \quad (16)$$

投影算子的定义为:

$$f(G_{ki}) = \begin{cases} 0 & G_{ki} \leq 0 \\ G_{ki} & 0 < G_{ki} \leq 1 \\ 1 & G_{ki} > 1 \end{cases}, \quad (17)$$

其中,  $f(G_{ki})$  为投影因子,  $G_{ki}$  表示列向量  $\mathbf{G}$  的第  $k$  次迭代的第  $i$  个分量。解出  $\mathbf{G}$  后, 就可以知道每一个单元的灰度从而实现对图像的重建。

下面对算法的收敛性进行分析:

在每步迭代过程中,  $\mathbf{G}_l$  满足  $\|\tilde{\mathbf{u}}_k - \mathbf{A}_k \mathbf{G}_l\| \geq c_1 \|\tilde{\mathbf{u}}_k\|$ , 且  $c_1^2 = \gamma c$ , 其中  $0 < c < \gamma^{-1}$ ,  $\gamma > 2$ 。

为了更好的逼近问题的真解  $\mathbf{G}^+$ , 利用  $\mathbf{G}_k + \mathbf{g}_k$  来替换  $\mathbf{G}_k$ , 则有:

$$\begin{aligned} & \mathbf{F}(\mathbf{G}_{k+1}) \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{G}_k) + \boldsymbol{\xi}_{l_k} \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{G}_k) + \alpha_{l_{k-1}} \mathbf{d}_{l_{k-1}} + \boldsymbol{\xi}_{l_{k-1}} \\ &= \dots \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{G}_k) + \sum_{l=1}^{l_{k-1}} \alpha_l \mathbf{d}_l + \boldsymbol{\xi}_1 \\ &= \mathbf{F}(\mathbf{G}_k) + \mathbf{A}_k^* \mathbf{w}_k \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{w}_k = \sum_{l=1}^{l_{k-1}} \alpha_l \mathbf{z}_l$ ,  $\mathbf{z}_l$  由  $\mathbf{d}_l = \mathbf{A}_k \mathbf{z}_l$  决定, 由于  $\boldsymbol{\xi}^+ = \mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_k)$ ,  $\boldsymbol{\xi}^+ - \boldsymbol{\xi}_{l_k} = \mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_{k+1})$ , 因此  $\|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_{k+1})\| < \|\mathbf{F}(\mathbf{G}^+) - \mathbf{F}(\mathbf{G}_k)\|$ 。

由此可以得出:

以得出如下结论: 加权 SVD 截断共轭梯度法在  $N$  步迭代后必收敛。

## 4 仿真与实验结果

本文以油/水两相流为对象,采用12电极系统进行了实验。成像时将管道截面用 $32 \times 32$ 网格划分成1 024个像素,在管道横截面的有效区域共856个成像单元。对典型流型:层状流型、核心流型,多滴流型等进行了实验。为了验证算法的有效性,采用仿真途径对线性反投影法(LBP)、Landweber和共轭梯度法(CG)以及本文所阐述的加权SVD截断共轭梯度法(以下简称WSTCG)进行图像重建,并对四种算法的图像重建结果进行了比较和分析,仿真计算使用MATLAB 7.0在AMD Athlon(tm) 64, 512内存的计算机上进行。

随着WSTCG算法迭代次数的增多,重建图像精度不断提高,误差不断减小。由于LBP算法属单步处理,所以迭代次数 $N=0$ ,迭代法的迭代步数 $N$ 的选取通过实验确定。在WSTCG算法迭代过程开始之前需要设定停止迭代的误差限值,本文将停止迭代误差定义为 $\delta$ ,迭代误差限值设定为一个极小的值,当迭代条件使得下式满足:

$$\| \mathbf{S} \mathbf{G}_k - \mathbf{C} \| \leq \delta, \quad (18)$$

迭代过程就完成了。由于本文WSTCG算法的收敛速度较快,经大量试算,通常选取十几步(简单模型)到几十步(复杂模型)的迭代就可获得较好的成像质量,在分析重建图像的质量时,选用空间图像误差作为图像质量评价指标,其定义如下:

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |g_{i(\text{img})} - g_{i(\text{init})}|}{\sum_{i=1}^n g_{i(\text{init})}}, \quad (19)$$

式中, $g_{\text{img}}$ 为重建图像向量; $g_{\text{init}}$ 为介质分布原型图像向量; $i$ 为成像区域剖分单元索引; $n$ 为成像区域单元总数。实验结果如下表(白色区域是水,黑色区域是油)。

成像实验结果显示,对于层状流型和核心流

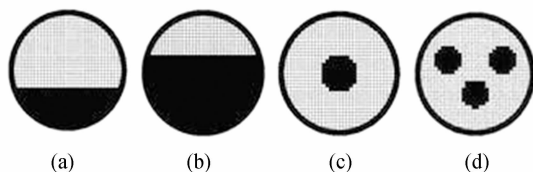


图2 原流型模型

Fig. 2 Original flow pattern model

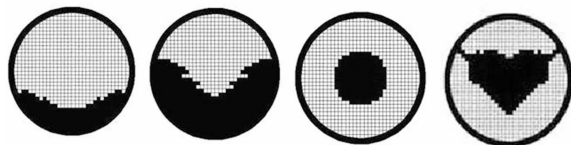


图3 LBP算法图像重建

Fig. 3 Image reconstruction by LBP



图4 Landweber算法图像重建

Fig. 4 Image reconstruction by Landweber

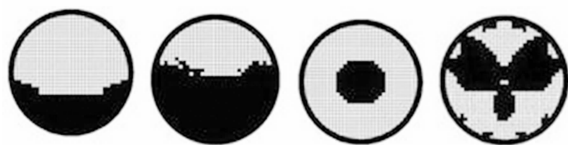


图5 CG算法图像重建

Fig. 5 Image reconstruction by CG

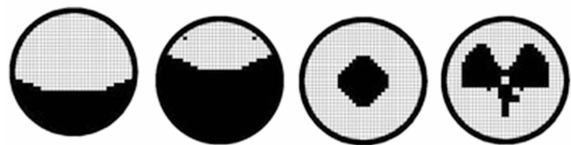


图6 加权SVD截断共轭梯度算法图像重建

Fig. 6 Image reconstruction by WSTCG

型,LBP算法大体接近原流型,而CG、Landweber和WSTCG则十分接近原流型。对于复杂流型

WSTCG 成像效果要好于 LBP 和 CG 法,略差于 Landweber 算法,图像轮廓大体接近原型,有失真重叠现象,这是 WSTCG 算法本身所造成的。而 LBP 算法成像结果与原型相比,成像精度上有较大的误差。表 1 是重建图像的误差比较,LBP 误差最大,WSTCG 方法误差小于 CG 算法,对于层流,WSTCG 算法的平均误差为 27.54,和 Landweber 的平均误差 27.36 十分接近,而对于其它流型 Landweber 误差最小。从表 2 可看出,对于层状流型、核心流型 WSTCG 迭代步数大于 CG 法,但小于 Landweber 算法。从以上分析可以看出,使用基于加权 SVD 截断共轭梯度法的图像重建算法,其成像的精度高于 LBP 算法和 CG 算法,速度要快于 Landweber 算法。

表 1 各算法图像重建误差

Tab. 1 Image errors (%)

原型	(a)	(b)	(c)	(d)
LBP	40.32	49.68	86.38	98.71
Landweber	20.16	34.57	45.45	84.61
CG	26.61	38.66	63.63	99.35
WSTCG	19.35	35.74	54.54	98.07

表 2 各算法迭代步数

Tab. 2 Number of iterations

原型	(a)	(b)	(c)	(d)
LBP	0	0	0	0
Landweber	21	23	15	13
CG	7	9	6	6
WSTCG	15	16	12	10

## 5 结 论

ECT 技术作为基于电容敏感原理的过程层析成像技术,具有广阔的应用前景,但是由于被测物场的复杂性,灵敏度矩阵的病态性,对 ECT 图像重建算法提出很高要求。本文提出的基于加权奇异值分解的截断共轭梯度迭代法是一种性能优良的迭代算法,对于层流该算法的平均误差能达到 27.54%,全部流型平均迭代步数达到 13 步。同 LBP、Landweber 和 CG 算法相比,该算法所获得的图像重建质量优于 LBP 和 CG 算法,成像速度快于 Landweber 算法,保持了共轭梯度法成像质量高、速度快的优势。

## 参考文献:

- [1] LOSER T, WAJMAN R, MEWES D. Electrical capacitive tomography image reconstruction along electrical field lines[J]. *Measurement Science and Technology*, 2001, 12(8):1083-1091.
- [2] ALAN W, LIEW C, HONG Y. Blocking artifacts suppression in block-coded images using overcomplete wavelet representation[J]. *IEEE Trans on Circuits Systems for Video Technology*, 2004, 14(4): 450-461.
- [3] HARRY C A, CLAUDE L P. Singular value decomposition and digital image processing [J]. *IEEE*, 1976, 24(1):26-53.
- [4] XIE C G, PLASKOWSKI, BECK M S. 8-electrode capacitance system for two-component flow identification. Part 1: Tomographic flow imaging [J]. *IEE Proc A*, 1989, 136(4):173-190.
- [5] LUO Y, KWARD R. Removing the blocking artifacts of block-based DCT compressed images [J]. *IEEE Trans on Image and Processing*, 2003, 12(7):838-842.
- [6] ZHU X M. *Research on ECT image reconstruction algorithm* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2004.
- [7] 陈德运, 陈宇, 王莉莉, 等. 基于改进 Gauss-Newton 的电容层析成像图像重建算法[J]. *电子学报*, 2009, 4(37):739-743.

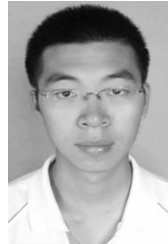
CHEN D Y, CHEN Y, WANG L L. A novel

- Gauss-Newton image reconstruction algorithm for Electrical Capacitance Tomography System [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009,4(37):739-743. (in Chinese)
- [8] 陈宇,陈德运,王莉莉,等. 基于多项式加速的电容层析成像图像重建算法[J]. *仪器仪表学报*, 2008, 29(12):2538-2542.  
CHEN Y, CHEN D Y, WANG L L. Image reconstruction algorithm accelerated by polynomial for electrical capacitance tomography system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2008, 29(12):2538-2542. (in Chinese)
- [9] 耿则勋,王振国. 改进的天文斑点图像高清晰重建方法[J]. *光学精密工程*, 2007,15(7):1151-1156.  
GENG Z X, WANG ZH G. Modified high definition reconstruction algorithm of astronomical speckle images [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(7): 1151-1156. (in Chinese)
- [10] 刘勇,陈家璧. 用于生物组织层析成像的共聚焦内窥镜[J]. *光学精密工程*, 2008,16(1):579-584.  
LIU Y, CHEN J B. A confocal endoscope for tomographic imaging of tissue [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008,16(1):579-584. (in Chinese)

#### 作者简介:



陈宇(1975—),男,黑龙江哈尔滨人,博士研究生,讲师,2006年于哈尔滨理工大学获得硕士学位,主要研究方向为探测与成像技术,图像处理,模式识别。E-mail:lg\_chenyu@yahoo.com.cn



张立新(1984—),男,黑龙江哈尔滨人,硕士研究生,主要研究方向为探测与成像技术,图像处理。E-mail:zhanglixin85@126.com



高宝庆(1984—),男,黑龙江大庆人,硕士研究生,主要研究方向为探测与成像技术,图像处理,模式识别。E-mail:study\_gbq@126.com



陈德运(1962—),男,黑龙江哈尔滨人,博士,博士生导师,教授,主要从事探测与成像技术,图像处理和检测技术与信号处理方面的研究。E-mail:chendeyun@hrbust.edu.cn