

文章编号 1004-924X(2014)10-2847-08

## 锥束 CT 圆轨道扫描的几何校正

周凌宏\*, 李翰威, 徐 圆, 骆毅斌, 齐宏亮  
(南方医科大学 生物医学工程学院, 广东 广州 510515)

**摘要:** 借鉴针孔摄像机模型, 提出了一种锥束 CT 圆轨道扫描的几何校正方法, 用于有效降低由系统几何误差所带来的重建图像伪影。首先, 利用共轴旋转的钢球在探测器上所成椭圆像的特征求取圆环点; 然后, 结合极线约束条件建立绝对二次曲线像的约束方程, 通过线性求解获得系统的内参数; 最后, 在求得内参数的基础上, 通过几何方法和椭圆参数建立系统的外参数方程, 求解系统的外参数。实验结果显示: 利用本文方法进行锥束 CT 几何校正的内参数标定精度和外参数标定精度分别为 0.193% 和 0.2%。本文方法能够精确地求解出所有失真参数, 建立完整的几何模型, 消除重建时因几何误差所带来的几何伪影, 而且校正体模制作简单, 应用性较强, 适用于所有圆轨道 CT。

**关键词:** 锥束 CT; 几何校正; 图像重建; 圆轨道; 圆环点

**中图分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142210.2847

## Geometry calibration for circular trajectory scanning in cone-beam CT

ZHOU Ling-hong\*, LI Han-wei, XU Yuan, LUO Yi-bin, QI Hong-liang

(College of Biomedical Engineering, Southern Medical University, Guangzhou 510515, China)

\* Corresponding author, E-mail: smart@smu.edu.cn

**Abstract:** Based on the pinhole camera model, a geometry calibration method for circular trajectory scanning in cone-beam CT was proposed to reduce the geometric artifact of a reconstructed image caused by system errors. Firstly, the properties of the projected ellipses on the detector generated by the coaxial rotating steel balls were used to deduce circular points. Then, the constraint equations of absolute conic were established based on the polar constraint condition and the intrinsic parameters were obtained by linearly calculation. Finally, the extrinsic parameters can be figured out with the geometry method and ellipse parameters based on the intrinsic parameters. Experimental results indicate that the relative precision of intrinsic parameters and the extrinsic parameters are respectively 0.193% and 0.2% while using this method to calibrate the cone-beam CT system. It concludes that the proposed calibration process is able to solve all distortion parameters, build geometric model and eliminate the artifacts caused by the misaligned geometry on the reconstruction images. The method is characterized by simpler modelling, stronger application ability, and could be used in all circular orbit CTs.

收稿日期: 2014-03-06; 修订日期: 2014-03-21.

基金项目: 广东省战略性新兴产业核心技术攻关项目 (No. 2011A081402003); 广州市重大科技专项计划资助项目 (2011Y1-00019)

**Key words:** cone-beam CT; geometry calibration; image reconstruction; circular trajectory; circular point

## 1 引言

计算机断层成像技术(Computed Tomography, CT)是通过物体进行不同角度的射线投影测量获取物体横截面信息的成像技术,其中锥束 CT(Cone-beam CT, CBCT)由于剂量小,空间分辨率高和扫描速度快等优点已成为研究热点,而一些与锥束 CT 相关的技术研究也因此具有重要意义。CBCT 通常采用 FDK 算法<sup>[1]</sup>对图像进行重建。FDK 算法有两个前提条件,第一,射线源焦点与探测器中心的连线必须通过旋转中心线,且垂直于探测器平面;第二,旋转轴应与探测器的中心列方向平行。然而在实际搭建 CBCT 系统时,由于机械精度达不到要求,CBCT 系统不能严格满足上述 2 个前提条件,因此存在一定的几何偏移。如果不对偏移进行校正,重建的图像会产生严重的伪影,影响图像质量。因此,几何参数的精确求解(即几何校正)是实现 CT 图像精确重建的前提。

根据具体求解算法,几何校正方法可以分为解析方法<sup>[2-8]</sup>和迭代方法<sup>[9-12]</sup>两种。解析方法通常以某些理想条件为前提,只校准系统的部分参数,从而降低了问题的复杂度<sup>[2-4]</sup>;而迭代方法则是以投影信息或者重建图像质量作为约束标准,利用迭代优化算法求解系统的几何参数。

传统的几何校正方法往往需要设计校正模体,通过多角度或者一个角度下获取的校正体模的投影数据,利用解析方法获得 CT 系统的几何参数。其中:具有代表性的方法有两个,一个是 NOO 的椭圆参数标定方法<sup>[2]</sup>,另外一个 Cho 几何校正方法<sup>[6]</sup>。NOO 方法虽然忽略了探测器俯仰角  $\theta$  对重建图像质量的影响,但能精确求解其他参数,而且校正体模制作简单,应用性强,唯一的缺陷就是当两钢球相近或者比较接近中心平面的时候会出现无法定标的情况。Cho 的方法需要设计一个精度较高的模体,虽然能求解所有的失真参数,但  $\eta$  计算是基于  $\theta$  和  $\varphi$  都为零的情况,而真实的 CT 系统中无法满足这个条件,因此计算误差较大。如果利用迭代优化方法解决 CT 系

统的几何校正问题,就会遇到初始值设置、局部最优以及耗时等问题。因此该类方法尚不是目前 CT 系统校准的主流方法。

本文提出一种锥束 CT 圆轨道扫描的几何校正方法,通过分析 CBCT 系统的成像原理,结合极线约束条件建立了绝对二次曲线像的约束方程,求得系统的内、外参数。该方法可以有效降低由系统几何误差所带来的重建图像伪影,具有一定实用价值。

## 2 CBCT 系统的几何定义

### 2.1 CBCT 几何参数定义

本文利用以下 7 个几何参数来定义 CBCT 系统的几何结构,如图 1、2 所示。图中: $D$  为射线源到探测器的距离; $(u_0, v_0)$  为投影中心的位置,即射线源在探测器上的垂足位置; $T$  为射线源到旋转中心的距离;探测器的 3 个偏转角度  $\eta, \theta, \varphi$  定义了探测器的方向,  $e_w$  是探测器的法向量,定义了偏转角度  $\theta$  和  $\varphi$ ;  $e_u$  和  $e_v$  分别是探测器的行和列的方向向量,  $\alpha$  和  $\beta$  均垂直于  $e_w$ ,  $e_v$  与  $\beta$  的夹角是偏转角度  $\eta$ 。

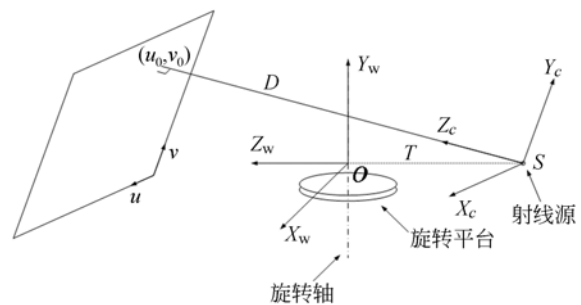
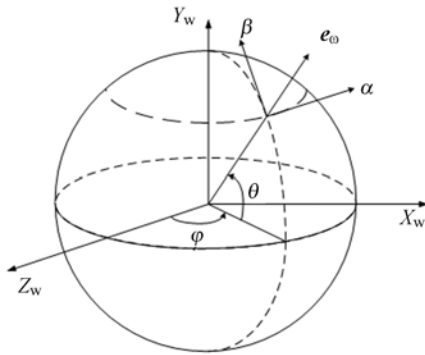


图 1 CBCT 成像几何定义

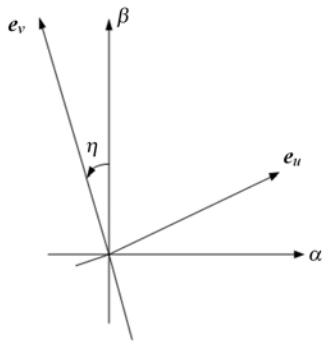
Fig. 1 Imaging geometric definition in CBCT system

### 2.2 CBCT 成像几何定义

为了定义 CBCT 的几何机械系统,建立世界坐标系  $O-X_w Y_w Z_w$ , 如图 1 所示,旋转轴为  $Y_w$  轴,旋转中心为原点  $O$ ,射线源落在  $Z_w$  轴的负半轴上,  $X_w$  轴通过右手定则确定;定义了成像坐标系,其中原点  $S$  为射线源的空间位置,  $X_c$  和  $Y_c$  轴分别与探测器的  $u$  轴和  $v$  轴平行,  $Z_c$  为投影主轴,



(a) 探测器旋转角度  $\theta, \varphi$   
(a) Rotation angle  $\theta$  and  $\varphi$  of detector



(b) 探测器旋转角度  $\eta$   
(b) Rotation angle  $\eta$  of detector

图 2 探测器 3 个偏转角度

Fig. 2 Three rotation angles of detector

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \eta \cos \varphi + \sin \varphi \sin \theta \sin \eta & \sin \eta \cos \theta & -\sin \varphi \cos \eta + \sin \theta \sin \eta \cos \varphi \\ -\sin \eta \cos \varphi + \sin \varphi \sin \theta \cos \eta & \cos \eta \cos \theta & \sin \eta \sin \varphi + \sin \theta \cos \eta \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \theta & -\sin \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix}. \quad (8)$$

### 2.3 校正体模的设计

校正体模由 2 个钢球和有机玻璃支撑平板组成, 2 个钢球的质心间距为  $d$ (如图 3 所示)。在使用过程中, 为了保证钢球质心的计算精确性, 应选用直径稍大的钢球(本文使用的钢球直径为 2 mm), 其中支撑平板可以用其他射线衰减系数小的材料替换。使用过程中, 管电流管电压不宜设置过高, 只要能区分钢球投影和背景即可。为了

与探测器垂直。

空间上的一个点  $(x, y, z)$  经过射线源  $S$  投射后, 在探测器上得到的对应投影点的坐标为  $(u, v)$ , 这样的映射关系可以用齐次坐标等式表示为:

$$\mu \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{R}$  是旋转矩阵;  $\mathbf{t}$  是平移矩阵;  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{t}$  定义为系统的外参数矩阵;  $\mu$  是常数因子;  $\mathbf{K}$  是内参数矩阵, 具有:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & 0 & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

假设探测器像素为正方形, 且尺寸长度  $px$  已知, 则  $f_u = f_v = \frac{D}{px}$ ,

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y, \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_z = \begin{bmatrix} \cos \eta & \sin \eta & 0 \\ -\sin \eta & \cos \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{R}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (6)$$

保证计算射线源到旋转中心距离的精确性, 2 个

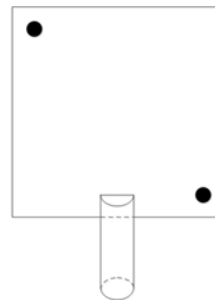


图 3 校正体模  
Fig. 3 Calibration phantom

钢球的质心距离  $d$  测量的越精确越好。

### 3 内参数标定

三维空间中点的齐次坐标  $\mathbf{M} = [x, y, z, w]^T$ , 满足  $w=0$  的点, 称为无穷远点, 所有的无穷远点组成无穷远平面。在无穷远平面上满足  $\mathbf{M}^T \mathbf{M} = 0$  的点构成绝对二次曲线  $\Omega$ , 绝对二次曲线经过投影所成的像  $\omega$  与内参数矩阵存在以下关系<sup>[13]</sup>:

$$\omega = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}. \quad (9)$$

隐消线  $l_\infty$  上的 2 个点  $\mathbf{I} = (1, i, 0, 0)$  和  $\mathbf{J} = (1, -i, 0, 0)$  称为圆环点, 其中  $i = \sqrt{-1}$ 。隐消线与空间圆的交点即为圆环点, 对于空间中互相平行的圆截面, 它们均与隐消线交于圆环点, 如果它们投影的椭圆像  $C_1, C_2$  有一对共轭复交点, 则这对共轭交点就是圆环点的像。由附录 A 可知, 钢球质心在各个角度下的投影都会落在椭圆上。通过拟合钢球质心投影的椭圆轨迹<sup>[16]</sup>, 可以得到相应的椭圆矩阵  $C_1, C_2$ , 然后利用两椭圆的共轭复交点得到圆环点的像:

$$\begin{cases} \mathbf{x}^T C_1 \mathbf{x} = 0 \\ \mathbf{x}^T C_2 \mathbf{x} = 0 \end{cases}, \quad (10)$$

$C_1, C_2$  的 4 个交点  $x_1, x_2, x_3, x_4$  和旋转轴像  $l_s$ 、正交于旋转轴方向的隐消线  $l_\infty$ , 以及  $x$  方向上的无穷远点  $v_\infty$  的关系如图 4 所示。假设  $i_\pi, j_\pi$  是圆环点的像, 2 椭圆 4 个交点两两连线能确定 6 条直线,  $l_{ij} = x_i \times x_j, i=1, \dots, 3, j=i+1, \dots, 4$ 。

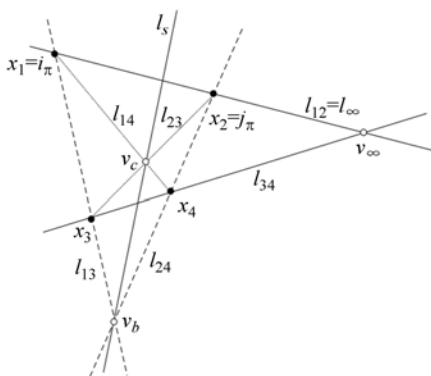


图 4 椭圆交点、隐消点、旋转轴像无穷远点之间关系  
Fig. 4 Relationship between intersections of ellipses and  $l_\infty, l_s, v_\infty$

根据方程组解  $x_1, x_2, x_3, x_4$  的情况可以分为以下 2 种情况:

1. 如果 4 个解中有 2 个是实数, 另外 2 个是共轭复数, 则这 2 个共轭复数是  $i_\pi, j_\pi$ ;

2. 如果 4 个解是 2 对共轭复数, 则每过一对共轭复数的点可以确定一条实直线, 一条在 2 个椭圆像之间, 另一条在 2 个椭圆像之外。如果射线源在 2 个钢球旋转平面之外, 则位于 2 个椭圆像的之外直线的 2 个共轭复数是  $i_\pi, j_\pi$ ; 如果射线源在 2 个钢球旋转平面之间, 则位于 2 个椭圆像的之间直线的 2 个共轭复数是  $i_\pi, j_\pi$ ; 按照上述方法可以确定  $i_\pi, j_\pi$ , 假设  $x_1 = i_\pi, x_2 = j_\pi$ , 则无穷远点  $v_\infty$  和旋转轴像  $l_s$  可以通过下面关系得出<sup>[14]</sup>:

$$v_\infty = l_\infty \times l_{34}, \quad (11)$$

$$l_s = (l_{14} \times l_{23}) \times (l_{13} \times l_{24}). \quad (12)$$

由于圆环点在绝对二次曲线像  $\omega$  上, 再利用旋转轴像  $l_s$  与无穷远点  $v_\infty$  的极线关系可以确定  $\omega$ :

$$\begin{cases} i_\pi \omega i_\pi^T = 0 \\ j_\pi \omega j_\pi^T = 0 \\ l_s = \omega v_\infty \end{cases}. \quad (13)$$

由上述方程组(13)可以求解出绝对二次曲线的像  $\omega$ , 进一步对  $\omega$  进行 Cholesky 分解, 可以确定内参数矩阵  $\mathbf{K}$ 。从而可以得到  $D, u_0, v_0$ 。

### 4 外参数标定

#### 4.1 求解 $\eta$ 角

如图 1 所示, 隐消线就是世界坐标  $X_w$  轴的投影。jingyanXu<sup>[15]</sup> 的研究表明, 隐消线  $l_\infty$  的斜率等于  $-\tan \eta$ , 因此可以由隐消线  $l_\infty$  的斜率得到角度  $\eta$ , 假设  $l_\infty = (g_1, g_2, g_3)$ , 则

$$\eta = \arctan \left[ \frac{g_1}{g_2} \right]. \quad (14)$$

#### 4.2 求解 $\phi, \theta$ 角

假设对探测器上所有钢球质心的坐标进行了  $\eta$  角修正, 附录 A 中式(18)为修正公式, 这里认为  $\eta=0$ 。假设钢球质心修正后的投影坐标为  $(u^{(i)}, v^{(i)}), i=1, 2, \dots, N$ , 坐标  $(u_0, v_0)$  修正后为  $(u_0^*, v_0^*)$ 。理论上, 这些投影点都会落在某个椭圆轨迹上, 具体证明可参考附录 A 中式(19)~式(23), 该轨迹可以用下面的椭圆方程表示:<sup>[16]</sup>

$$U^2 + p_1 V^2 + p_2 UV + p_3 U + p_4 V + p_5 = 0, \quad (15)$$

其中: $U = u - u_0^*$ ,  $V = v - v_0^*$ 。在求得内参数的基础上,可以进一步确定探测器的 2 个偏转角(详细推导见附录 A):

$$\theta = \arctan\left(-\frac{p_3}{Dp_2}\right),$$

$$\varphi = \arccot\left(\frac{D^2 \sin^2 \theta + (p_5 + D^2(p_1 - 1)) \cos^2 \theta - D^2 p_1}{-p_3 D \cos \theta}\right),$$

$$\rho = \frac{2 \sin \varphi \cos \theta}{p_2}. \tag{16}$$

### 4.3 求解 T

在求得上述 6 个参数后,利用校正体模上 2 个钢球质心的距离  $d$  确定  $T$ ,具体计算方法参照文献[2]。

$$\frac{d^2}{T^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left[ \frac{\rho_1 ((u_1^{(i)} - u_0^*) \cos \varphi + (v_1^{(i)} - v_0^*) \sin \varphi \sin \theta + D \sin \varphi \cos \theta)}{(v_1^{(i)} - v_0^*) \cos \theta - D \sin \theta} - \frac{\rho_2 ((u_2^{(i)} - u_0^*) \cos \varphi + (v_2^{(i)} - v_0^*) \sin \varphi \sin \theta + D \sin \varphi \cos \theta)}{(v_2^{(i)} - v_0^*) \cos \theta - D \sin \theta} \right]^2 + \left[ \frac{\rho_1 (-(u_1^{(i)} - u_0^*) \sin \varphi + (v_1^{(i)} - v_0^*) \sin \theta \cos \varphi + D \cos \varphi \cos \theta)}{(v_1^{(i)} - v_0^*) \cos \theta - D \sin \theta} - \frac{\rho_2 (-(u_2^{(i)} - u_0^*) \sin \varphi + (v_2^{(i)} - v_0^*) \sin \theta \cos \varphi + D \cos \varphi \cos \theta)}{(v_2^{(i)} - v_0^*) \cos \theta - D \sin \theta} \right]^2 + (\rho_1 - \rho_2)^2 \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \tag{17}$$

其中: $(u_k^{(i)}, v_k^{(i)})$ ,  $k=1, 2, i=1, 2, \dots, N$ ,是 4.2 部分介绍的第  $k$  个钢球绕着旋转轴旋转某个角度  $\tau$ ,质心投影到探测器上的坐标。由式(17)可以得到射线源到旋转中心的距离  $T$ 。

## 5 仿真结果与分析

为了验证本文几何校准方法的可行性,进行了 CBCT 系统的计算机仿真实验。模拟实验中,使用 2 个钢球作为待扫描物体,每个钢球小球的直径均为 2 mm,2 个钢球之间的距离  $d$  为 38.21 mm,探测器的分辨率为  $1024 \times 768$ ,每个像元尺寸为 127  $\mu$ m,校正体模投影如图 5 所示。射线源到探测器的距离  $D$  为 700 mm,射线源到旋转中心的距离  $T$  为 300 mm,在 CT 系统扫描过程中,射线源和探测器保持静止,待扫描物体放置在旋转台上随转台运动,扫描范围为  $360^\circ$ ,扫描间隔为  $4^\circ$ 。

表 1 是计算机仿真实验的几何校正结果。从表 1 可以看出,本文几何校正方法的计算值与真实值误差很小。 $D$  和  $T$  的计算值与真实值的偏差分别为 0.742 mm,0.088 mm,误差分别为 0.106% 和 0.029%;坐标  $(u_0, v_0)$  的误差分别为 0.193%,0.078%。从表 1 还可以看出,探测器 3 个偏转角度  $\eta, \varphi, \theta$  与真实值十分接近。由计算机仿真实验表明本文方法的计算值与真实值基本吻合。

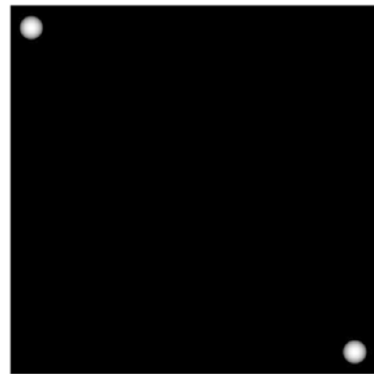


图 5 计算机仿真生成的校正体模投影图像  
Fig. 5 Projection image of simulation calibration phantom generated by computer

表 1 计算机仿真实验的几何校正结果

Tab. 1 Geometry calibration for simulation experiment

	真实值	计算值	误差
$D/\text{mm}$	700	699.258	0.106%
$T/\text{mm}$	300	300.088	0.029%
$u_0/\text{mm}$	42	42.081	0.193%
$v_0/\text{mm}$	60	60.047	0.078%
$\eta/^\circ$	2	1.998	0.1%
$\varphi/^\circ$	-2.5	-2.501	0.04%
$\theta/^\circ$	1	1.002	0.2%

## 6 实际数据实验

为了进一步检验该方法的可行性,将本文方法应用到口腔锥束 CT 系统中,对真实的投影数据进行校正,并比较校正前后的重建图像。采集校正体模的实验参数为:探测器的分辨率为  $768 \times 960$ ,像素尺寸为  $254 \mu\text{m}$ ,射线源的管电压与管电流分别为  $50 \text{ kV}$ 、 $2 \text{ mA}$ 。在  $360^\circ$  范围里均匀采集 360 个投影。

首先使用阈值分割方法对钢球投影区域进行划分,利用 Yang<sup>[3]</sup> 计算钢球质心的方法算出每个钢球的质心投影坐标,结果如图 6 所示。

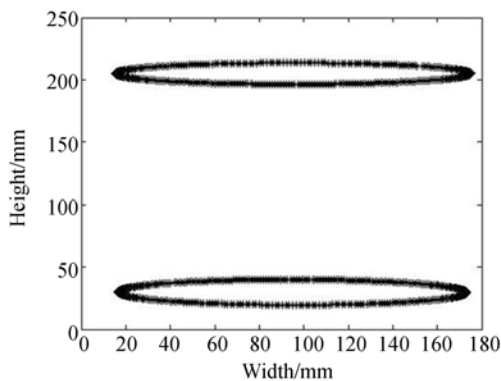


图 6 校正体模钢球质心投影

Fig. 6 Projection of steel ball centroid on calibration phantom

利用本文方法计算系统的几何参数,结果如表 2 所示。

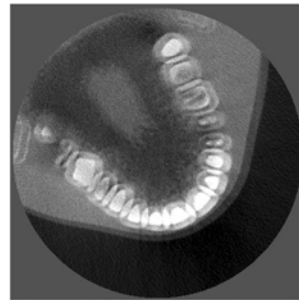
表 2 实际数据实验结果

Tab. 2 Calibration results of practical CBCT system

	设定值	本文方法
$D/\text{mm}$	733.2	730.866
$T/\text{mm}$	420	426.231
$u_0/\text{mm}$	97.536	86.763
$v_0/\text{mm}$	121.92	77.390
$\eta/^\circ$	0	0.065 8
$\varphi/^\circ$	0	-0.633 5
$\theta/^\circ$	0	3.785

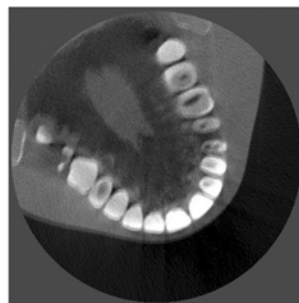
在该系统中对仿真头模进行圆轨迹扫描,实验参数为:射线源的管电压与管电流分别为  $70 \text{ kV}$ 、 $4 \text{ mA}$ ;在  $360^\circ$  范围里均匀采集仿真头模的 360 个投影;重建矩阵大小为  $512 \times 512 \times 309$  (分

别对应  $X, Y, Z$  方向),体素尺寸为  $254 \mu\text{m}$ ;采用表 2 中设定值与本文方法的几何参数对头模进行重建。校正前重建图像对应设定值重建结果,校正后重建图像对应本文方法重建结果,两者第 288 层的重建结果如图 7 所示。通过对比校正前后重建图像可知,校正前重建结果几何伪影较严重,图像模糊。校正后重建图像消除了几何伪影的干扰,重建图像质量高,能满足实际应用需求。



(a)校正前图像

(a)Uncorrected image



(b)校正后图像

(b)Corrected image

图 7 头模重建图像

Fig. 7 Reconstruction images of head model

## 7 结 论

本文借鉴射影几何和椭圆参数算法,提出了一种圆轨道扫描 CBCT 几何校正方法。由仿真实验结果可知,该方法能够准确求解出锥束 CT 系统几何参数,各参数的测量精度分别为  $0.106\%$  ( $D$ ),  $0.029\%$  ( $T$ ),  $0.193\%$  ( $u_0$ ),  $0.078\%$  ( $v_0$ ),  $0.1\%$  ( $\eta$ ),  $0.04\%$  ( $\varphi$ ),  $0.2\%$  ( $\theta$ )。真实实验数据的结果表明,经本文方法校正后重建图像无几何伪影干扰,重建图像质量高,能满足实际应用需要。但是,本文方法仍存在一定缺陷,必须是严格

的圆轨道投影才能得到较好的结果,如果在旋转过程中存在机械抖动、噪声等其他原因,几何校正的结果会不稳定。接下来,我们将进一步研究如何提高该方法的稳定性。

### 8 附录 A

由式(14)可得  $\eta$  角,对探测器上所有钢球质

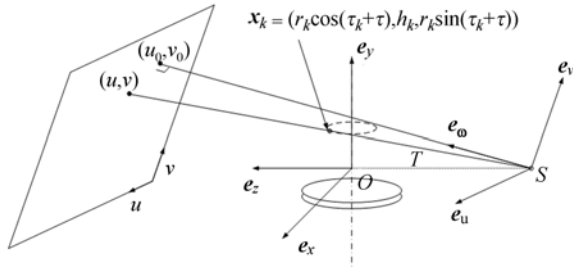


图 8 旋转台上物体投影成像过程

Fig. 8 Projection imaging process of an object on rotation table

心的投影坐标进行  $-\eta$  的旋转,假设旋转前的坐标为  $(u^p, v^p)$ ,旋转后的坐标为  $(u, v)$ ,则:

$$\begin{aligned} u &= u^p \cos \eta - v^p \sin \eta \\ v &= u^p \sin \eta + v^p \cos \eta \end{aligned} \quad (18)$$

消除  $\eta$  角影响后,认为  $\eta=0$ 。如图 8 所示,  $e_u, e_v, e_w$  分别是成像坐标系中轴  $X_c, Y_c, Z_c$  的单位向量;  $e_x, e_y, e_z$  分别是世界坐标系中轴  $X_w, Y_w, Z_w$  的单位向量。由成像坐标系与世界坐标系之间的关系可知:

$$\begin{bmatrix} e_u \\ e_v \\ e_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta & \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \theta & -\sin \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \quad (19)$$

假设钢球初始位置的世界坐标为  $\mathbf{x}_k = (\gamma_k \cos \tau_k, h_k, r_k \sin \tau_k)$ ,  $k=1, 2$ , 其中  $r_k$  为第  $k$  个钢球旋转圆轨道半径,绕  $Y_w$  轴旋转角度  $\tau$  后,钢球的坐标为  $\mathbf{x}_k = (r_k \cos(\tau_k + \tau), h_k, r_k \sin(\tau_k + \tau))$ ,  $k=1, 2$ ,如图 8 所示。

#### 参考文献:

[1] FELDKAMP L A, DAVIS L C, KRESS J W. Practical cone-beam algorithm [J]. JOSA A,

根据空间平行向量的关系,可以得到以下等式:

$$\mathbf{x} + T\mathbf{e}_z = \sigma((u - u_0^*)\mathbf{e}_u + (v - v_0^*)\mathbf{e}_v + D\mathbf{e}_w) \quad (20)$$

由式(19)定义的  $e_u, e_v, e_w$  关系可得到以下等式:

$$r \cos(\tau_0 + \tau) = \sigma(U \cos \varphi + V \sin \varphi \sin \theta + D \sin \varphi \cos \theta) \quad (21)$$

$$r \sin(\tau_0 + \tau) = \sigma(-U \sin \varphi + V \sin \theta \cos \varphi + D \cos \varphi \cos \theta) - T \quad (22)$$

$$h = \sigma(V \cos \theta - D \sin \theta) \quad (23)$$

其中:  $U = u - u_0^*$ ,  $V = v - v_0^*$ ,式(23)可以消去  $\sigma$ ,式(21)、(22)平方后相加可以消去  $\tau_0 + \tau$ ,最后可以得出椭圆方程如式(15)所示。

对应的椭圆参数可用失真参数表示如下:

$$p_1 = \sin^2 \theta - \frac{\sin 2\theta \cos \varphi + \cos^2 \theta}{\rho} - \frac{\epsilon^2}{\rho^2} \cos^2 \theta \quad (24)$$

$$p_2 = \frac{2 \sin \varphi \cos \theta}{\rho} \quad (25)$$

$$p_3 = -\frac{2D \sin \varphi \sin \theta}{\rho} \quad (26)$$

$$p_4 = -\frac{\rho^2 + \epsilon^2 + 1}{\rho^2} D \sin \theta - \frac{2D}{\rho} \cos \varphi \cos 2\theta \quad (27)$$

$$p_5 = \frac{(1 - \epsilon)^2}{\rho^2} D^2 \sin^2 \theta + D^2 \cos^2 \theta + \frac{D^2}{\rho} \cos \varphi \sin 2\theta \quad (28)$$

其中:  $\rho = \frac{h}{T}$ ,  $\epsilon = \frac{r}{T}$ 。

由式(25)、(26)可确定:

$$\theta = \arctan\left(-\frac{p_3}{D p_2}\right) \quad (29)$$

由式(24)、(28)、(29)可确定:

$$\varphi = \arccot\left(\frac{D^2 \sin^2 \theta + (p_5 + D^2(p_1 - 1)) \cos^2 \theta - D^2 p_1}{-p_3 D \cos \theta}\right) \quad (30)$$

由式(25)、(29)、(30)可确定:

$$\rho = \frac{2 \sin \varphi \cos \theta}{p_2} \quad (31)$$

1984,1(6):612-619.

[2] NOO F, CLACKDOYLE R, MENNESSIER C, et al. Analytic method based on identification of ellipse parameters for scanner calibration in cone-

- beam tomography[J]. *Phys Med Biol*, 2000, 45(11):3489-3508.
- [3] YANG K, KWAN A L, MILLER D F, *et al.*. A geometric calibration method for cone beam CT systems[J]. *Med Phys*, 2006, 33(6):1695-1706.
- [4] 张峰, 江桦, 闫斌, 等. 锥束 CT 圆轨迹半覆盖扫描的几何校正[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7):1659-1665.  
ZHANG F, JIANG H, YAN B, *et al.*. Geometric calibration for half-cover scanning in circular cone-beam CT[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7):1559-1665. (in Chinese)
- [5] SMEKAL L V, KACHELRIEß M, STEPINA E, *et al.*. Geometric misalignment and calibration in cone-beam tomography [J]. *Medical Physics*, 2004, 31(12):3242.
- [6] CHO Y, MOSELEY D J, SIEWERDSEN J H, *et al.*. Accurate technique for complete geometric calibration of cone-beam computed tomography systems[J]. *Med Phys*, 2005, 32(4):968-983.
- [7] LI X, ZHANG D, LIU B. A generic geometric calibration method for tomographic imaging systems with flat-panel detectors—A detailed implementation guide [J]. *Medical Physics*, 2010, 37(7):3844.
- [8] 李雅倩, 林洪彬. 回转体形貌测量中的相机自标定[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(8):1957-1963.  
LI Y Q, LIN H B. Camera calibration in morphology measurement of axisymmetric body[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(8):1957-1963. (in Chinese)
- [9] GROSS D, HEIL U, SCHULZE R, *et al.*. Auto calibration of a cone-beam-CT[J]. *Medical Physics*, 2012, 39(10):5959.
- [10] KINGSTON A, SAKELLARIOU A, VARSLOT T, *et al.*. Reliable automatic alignment of tomographic projection data by passive auto-focus [J]. *Medical Physics*, 2011, 38(9):4934.
- [11] YUANZHENG M, HUI G, XIAOQUAN Y. On-line geometric calibration of cone-beam computed tomography for arbitrary imaging objects [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2013, 32(2):278-288.
- [12] SAWALL S, KNAUP M, KACHELRIEß M. A robust geometry estimation method for spiral, sequential and circular cone-beam micro-CT [J]. *Medical Physics*, 2012, 39(9):5384.
- [13] HARTLEY R, ZISSERMAN A. *Multiple View Geometry in Computer Vision* [M]. Cambridge Univ. Press, 2000.
- [14] COLOMBO C, DEL B A, PERNICI F. Metric 3D reconstruction and texture acquisition of surfaces of revolution from a single uncalibrated view[J]. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 2005, 27(1):99-114.
- [15] XU J, TSUI B M. A graphical method for determining the in-plane rotation angle in geometric calibration of circular cone-beam CT systems [J]. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 2012, 31(3):825-833.
- [16] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999, 21(5):476-480.
- [17] 邹晓兵, 曾理. 锥束螺旋 CT 半覆盖扫描重建[J]. *光学精密工程*, 2010, 18(2):434-442.  
ZOU X B, ZENG L. Half-cover scanning and reconstructing for helical cone-beam CT [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(2):434-442. (in Chinese)

#### 作者简介:



周凌宏(1965—),男,湖北红安人,教授,博士生导师,1987年于合肥工业大学获得学士学位,1993年于清华大学获得硕士学位,现为中国仪器仪表学会医疗仪器分理事会理事,主要研究方向为肿瘤放射物理学和智能医学仪器。E-mail: smart@smu.edu.cn



李翰威(1989—),男,广东广州人,硕士研究生,2012年于南方医科大学获得学士学位,主要从事医学放射成像技术的研究。E-mail: lihanwei\_1500@126.com

(版权所有 未经许可 不得转载)