

文章编号 1004-924X(2014)10-2840-07

## 压缩感知后引入噪声的信号恢复

胡辽林\*, 王 斌, 薛瑞洋

(西安理工大学 机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:**将压缩感知后引入噪声的信号恢复作为研究对象,建立了信号恢复模型,以解决工程领域中广泛存在的噪声问题。由于传统的算法无法实现压缩后引入噪声的信号恢复,本文提出了用阈值收缩迭代算法来实现含噪信号的恢复。分析了算法原理,对压缩感知后加入高斯随机噪声、5%和10%密度的脉冲噪声分别进行了信号恢复仿真,并与正交匹配追踪(OMP)算法和平行坐标下降(PCD)算法进行了比较。结果表明,阈值收缩迭代算法对无噪稀疏信号基本可以做到完全恢复;对压缩后含噪信号的恢复具有较强的鲁棒性,只在峰值处出现了较明显的误差,通过增加测量矩阵行数和迭代次数可以提高抗噪性能。实验显示:本算法在处理高斯噪声和低密度脉冲噪声时具有明显优势,在处理高密度脉冲噪声时略优于另两种算法。

**关键词:**压缩感知;信号恢复;噪声;阈值收缩迭代;鲁棒性

**中图分类号:**TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142210.2840

## Signal recovery of noise introduced after compressed sensing

HU Liao-lin\*, WANG Bin, XUE Rui-yang

(Faculty of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

\* Corresponding author, E-mail: huliaolin@163.com

**Abstract:** To explore the signal recovery of a noisy image after compressed sensing, a signal recovery model was established to solve the noise problems in engineering applications. As traditional greedy algorithm can not recover the signals added into noise after compressed sensing, this paper proposes an iterative shrinkage-thresholding method to implement the signal recovery. Details of this algorithm were analyzed, and the signal recovery of noise after compressed sensing which contains Gaussian noise and 10% impulse noise, 5% impulse noise was simulated. Then, it was compared with the Orthogonal Matching Pursuit(OMP) and the Parallel Coordinate Descent (PCD) algorithms. Simulation results show that this proposed method completely recovers noise-free sparse signal. It has a strong robustness for recovering signal with noise after compressed sensing, and the recovery error occurs mainly at the peak. It is also worth mentioning that increasing the number of measurement rows and iterations is able to enhance the anti-noise performance of this method. The result also indicates that this algorithm shows excellent characteristics when the Gaussian noise and low-density impulse noise are processed, but has no many advantages while dealing with high-density impulse noise.

**Key words:** compressed sensing; signal recovery; noise; iterative shrinkage-thresholding; robustness

收稿日期:2014-03-04;修订日期:2014-04-08.

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(No. 1014JM7273)

## 1 引言

随着信息技术的高速发展,人们对信息获取和处理速度的要求越来越高。基于奈奎斯特定理的传统信息采样方式要求采样速度至少为待测信号最高频率的两倍才能保证信息不丢失,即对高频和宽带信号的处理难度越来越大。2006 年出现的压缩感知与传统采样截然不同,其决定采样速率的是信息率(Information Rate, IR),即非 0 信息量。短短几年内,压缩感知方法已经应用到很多工程领域中,如雷达成像<sup>[1]</sup>、人脸识别<sup>[2]</sup>、雷达来波方向(Direction of Arrival, DOA)估计<sup>[3]</sup>、图像处理<sup>[4-5]</sup>、无线传感器网络<sup>[6]</sup>等。

压缩感知的噪声分为两部分:原始信号噪声与压缩感知后引入的噪声。原始信号噪声是指信号本身所含的噪声;压缩感知后引入的噪声是指信号压缩后恢复前在传输、储存和使用过程中产生的噪声,这类噪声广泛存在于通信和传感系统中。通过设计合适的稀疏矩阵可以减小原始信号噪声;而处理压缩感知后引入的噪声则要棘手得多,因为压缩感知后信号频谱不确定,无法用传统的滤波方法来减小噪声。因此,研究信号恢复时如何有效降低噪声的影响就显得非常重要,但关于这方面的研究目前还不多见。

目前压缩感知的恢复算法主要有五大类:贝叶斯法<sup>[7]</sup>、贪婪算法<sup>[8-9]</sup>、穷举法、统计优化法和凸优化法<sup>[10]</sup>。凸优化法具有坚实的理论基础<sup>[8,10]</sup>,恢复精度高,能给出较强的稀疏恢复保证,具有很强的鲁棒性,适合带噪信号的恢复。常用的凸优化法有梯度下降法、平行坐标下降(Parallel Coordinate Descent, PCD)、加权最小二乘法(Iterative Reweighted Least Square, IRLS)、最小角回归法(Least Angle Regression, LARS)等。本文利用凸优化中的阈值收缩迭代法对压缩感知信号进行恢复,并与目前比较流行的正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法和 PCD 算法进行了比较。研究表明,该算法对理想稀疏信号有非常好的恢复能力;对压缩后含噪信号具有较强的鲁棒性,并可通过增加迭代次数和测量矩阵行数进一步增加鲁棒性,极大地降低恢复误差;收敛速度与迭代次数成正比,计算速度较快。通过对压缩后引入噪声的信号恢复进行研究,可

为相关应用领域提供理论指导。

## 2 压缩后引入噪声的恢复模型

不含噪声的压缩感知的数学模型为:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}$ 为 $n \times 1$ 的原始信号; $\mathbf{y}$ 为 $m \times 1$ 的压缩后信号; $\boldsymbol{\Phi}$ 是稀疏基,为 $n \times n$ 正交变换矩阵,作用是对 $\mathbf{x}$ 进行稀疏化,令 $\mathbf{x}$ 变为非零元素个数 $r$ 远远小于零元素个数的信号; $\boldsymbol{\theta}$ 是 $m \times n$ 测量矩阵,又称重建算子,作用是将稀疏后的信号数据量从 $n$ 压缩到 $m$ , $m \ll n$ ,通常 $\boldsymbol{\theta}$ 选择随机矩阵。

如果长度为 $n$ 的待测信号 $\mathbf{x}$ 在与 $\boldsymbol{\theta}$ 不相关的稀疏基 $\boldsymbol{\Phi}$ 下是 $r$ 稀疏的,测量值 $\mathbf{y}$ 已知,且满足:

$$m \geq C \cdot \mu^2(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Phi}) \cdot r \cdot \log n, \quad (2)$$

则其恢复算法归结为一个 $l_0$ 范数最小化问题,本质上是一个欠采样情况下信号的重建问题<sup>[11-12]</sup>。

$\mu(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Phi}) = \sqrt{n} \cdot \max_{1 \leq k, j \leq n} |\boldsymbol{\theta}_k^T \boldsymbol{\Phi}_j|$ ,  $C$ 是一个近似为 2 的常数, $1 \leq \mu \leq \sqrt{n}$ 。

如果 $\boldsymbol{\theta}$ 满足 RIP(Restricted Isometry Property)条件,则恢复问题可以等价为一个 $l_1$ 范数最小化问题<sup>[13]</sup>。高斯随机矩阵、伯努利随机矩阵、亚高斯随机矩阵及一些结构化的随机矩阵(部分正交矩阵、部分哈达玛矩阵、Toeplitz 和循环测量矩阵)都能以高概率满足 RIP 条件<sup>[14-15]</sup>。为方便起见,令 $\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x}$ ,则基于 $l_1$ 范数最小化的压缩感知恢复算法可描述为

$$\begin{aligned} \min \|\boldsymbol{\Psi}\|_1 \\ \text{subject to: } \mathbf{y} = \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Psi}. \end{aligned} \quad (3)$$

需要指出的是, $m$ 的准确值很难确定,通常只需满足:

$$m \geq 4r, \quad (4)$$

即可。

压缩感知后引入噪声的恢复模型为:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{w}, \quad (5)$$

式中 $\mathbf{w}$ 代表噪声。根据凸优化理论,问题(3)的解的模型可写成

$$\min \|\mathbf{y} - \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Psi}\|_2 + \lambda \|\boldsymbol{\Psi}\|_1, \quad (6)$$

式中: $\lambda$ 为拉格朗日乘子,表征在信号恢复过程中分别对 $\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Psi}\|_2$ 和 $\|\boldsymbol{\Psi}\|_1$ 的重视程度。若 $\lambda$ 比较大,则说明对 $\|\boldsymbol{\Psi}\|_1$ 的优化幅度较大;反之,对 $\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\Psi}\|_2$ 的优化幅度大。

### 3 基于阈值收缩迭代的恢复算法

#### 3.1 算法分析

求解问题(6)的难点在于  $\|\Psi\|_1$  是一个不可微的函数,故需要对式(6)做一些改变。若函数  $f(x)$  的梯度是 Lipschitz 连续的 ( $\|\nabla f(x) - \nabla f(y)\|_2 \leq L(f) \cdot \|x - y\|$ , 对  $\forall x, y, L(f)$  为常数), 则式(6)的最小化问题可用以下模型来表示<sup>[16]</sup>:

$$\min[f(x) + g(x)], \quad (7)$$

式中:  $f(x)$  为连续可微凸函数,  $g(x)$  可以为任意凸函数。如果  $f(x)$  存在两点  $x_1$  和  $x_2$ , 且  $x_1 > x_2$ , 令  $\Delta x = x_1 - x_2$ , 则存在以下不等式:

$$f(x_2) + \nabla^T f(x_1) \cdot \Delta x \leq f(x_1) \leq f(x_2) + \nabla^T f(x_2) \cdot \Delta x + \frac{L(f)}{2} \|\Delta x\|_2^2, \quad (8)$$

对于问题(6),  $L(f)$  等于 2 倍的  $\theta\theta^T$  的特征值中的最大值<sup>[17]</sup>, 即  $L(f) = 2\max(\theta\theta^T)$ 。将式(7)、(8)结合起来, 并且令  $L(f) = 1/t_k, \Delta x_{k-1} = x - x_{k-1}$ , 则问题(5)的解等价于如下问题的解:

$$x_k = \operatorname{argmin}\{f(x_{k-1}) + \nabla^T f(x_{k-1}) \cdot (\Delta x_{k-1}) + \frac{1}{2t_k} \|\Delta x_{k-1}\|_2^2 + g(x)\}. \quad (9)$$

问题(9)是一个迭代问题, 由于  $f(x)$  和  $g(x)$  都是凸函数, 凸函数的和仍为凸函数, 经过一定次数的迭代后,  $x_k$  会收敛到最优解(凸函数解收敛定理)。省略式(9)中的常数项(常数项的增减不会影响最小化问题的解), 将式(9)化简为:

$$x_k = \operatorname{argmin}\left\{\frac{1}{2t_k} \|x - (x_{k-1} - t_k \cdot \nabla f(x_{k-1}))\|_2^2 + g(x)\right\}, \quad (10)$$

将式(10)具体到问题(6), 即将  $f(\Psi) = \|y - \theta\Psi\|_2^2, g(\Psi) = \lambda \|\Psi\|_1$  代入式(10), 可解得

$$\Psi_k = \operatorname{argmin}\left(\frac{1}{2t_k} \|x - (\Psi_{k-1} - 2t_k\theta^T(\theta\Psi_{k-1} - y))\|_2^2 + \lambda \|\Psi\|_1\right), \quad (11)$$

令  $d_k^i = \Psi_{k-1}^i - 2t_k\theta^T((\theta\Psi_{k-1})^i - y^i)$ , 其中:  $d_k^i, \Psi_{k-1}^i, (\theta\Psi_{k-1})^i, y^i$  分别为向量  $d_k, \Psi_{k-1}$  (原始信号在正交基下的稀疏信号)、 $\theta\Psi_{k-1}, y$  第  $i$  个值, 则式(11)可写成:

$$\Psi_k = \frac{1}{2t_k} \operatorname{argmin}\left\{\sum_{i=1}^n \{(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|\}\right\}, \quad (12)$$

式(12)可以看成是  $n$  个最小化问题  $\operatorname{argmin}\{(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|\}$  的和, 即:

$$\Psi_k = \frac{1}{2t_k} \sum_{i=1}^n \{\operatorname{argmin}\{(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|\}\}. \quad (13)$$

而每一个  $\operatorname{argmin}\{(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|\}$  的解位于 0 到  $d_k^i$  之间。因为当  $\Psi^i \leq 0$  时,  $(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|$  随  $\Psi^i$  递减; 当  $\Psi^i \geq d_k^i$  时,  $(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|$  随  $\Psi^i$  递增。上面的分析中默认  $d_k^i > 0$ , 实际中  $d_k^i$  有可能小于零, 综合两种情况可知,  $\Psi^i$  应满足  $0 \leq \Psi^i \leq |d_k^i|$ , 故可以得出  $\operatorname{argmin}\{(\Psi^i - d_k^i)^2 + 2\lambda t_k |\Psi^i|\}$  的解为:

$$\Psi^i = \begin{cases} d_k^i - \lambda t_k, & |d_k^i| > \lambda t_k \\ 0, & |d_k^i| \leq \lambda t_k \end{cases}. \quad (14)$$

根据式(14), 对信号中每一个  $\Psi^i$  都求解上述问题, 然后将  $\Psi^i$  组成向量, 即得  $\Psi_k$ , 再将以上过程迭代  $K$  次后, 就得到最优解。

#### 3.2 算法流程

基于阈值收缩迭代的恢复算法流程如下:

输入:  $t_k = 1/L(f), \lambda \in (0, 1)$ , 任意起始点  $\Psi_0$  (通常取  $\Psi_0 = 0$ );

步骤 1: 将  $\Psi_0^i$  ( $\Psi_0$  的每一个元素) 依次代入  $d_k^i = \Psi_0^i - 2t_k\theta^T((\theta\Psi_0)^i - y^i)$ , 计算出  $d_k^i$ ;

步骤 2: 将  $d_k^i$  代入公式(12)中, 计算出  $\Psi_1$ ;

步骤 3: 重复步骤 1 和 2, 迭代  $K$  次, 得到  $\Psi_K$ ;

步骤 4: 对  $\Psi_K$  做反离散余弦变化, 得  $x = D^{-1}(\Psi_K)$ ;

输出:  $x$ 。

## 4 仿真与分析

#### 4.1 仿真

原始信号  $x_1 = \sin(20\pi t) + \cos(7\pi t) + 0.2, x_2 = \sin(21\pi t) + \cos(34\pi t) + 4, t$  可以是时间, 也可以是其它一维变量, 所以本文仿真图的横纵坐标不含单位。  $x_1$  和  $x_2$  可以为信号分析系统中最常见的 3 种成分: 正弦, 余弦, 常量。对  $x_1$  和  $x_2$  做 1 024 点离散余弦变换(DCT), 选择 DCT 变换矩阵为稀疏基  $\Phi$ , 变换后的信号进行阈值(0.2)截取, 得到稀疏度分别为 27 和 34。选择高斯随机矩阵为测量矩阵  $\theta$ , 由式(4)可知,  $\theta$  的行数通常为稀疏度的 4 倍, 因此取行数为 140。由于该算法

的收敛速度与 2K 成正比,迭代次数选择 35 次。

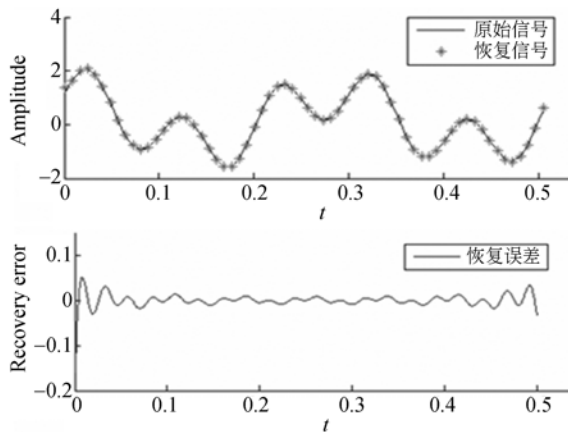


图 1 原始信号  $x_1$  的恢复信号  $x_{1r}$  与恢复误差

Fig. 1 Recovery signal  $x_{1r}$  and recovery error of original signal  $x_1$

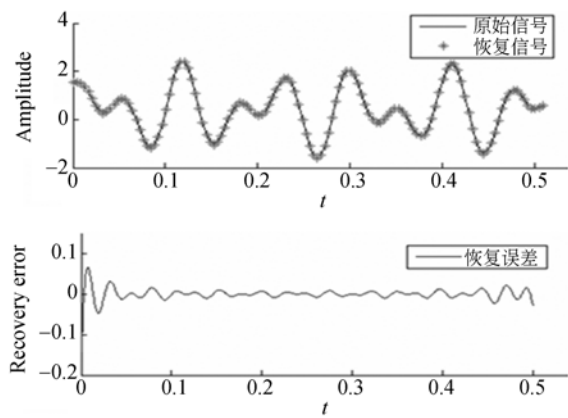


图 2 原始信号  $x_2$  的恢复信号  $x_{2r}$  与恢复误差

Fig. 2 Recovery signal  $x_{2r}$  and recovery error of original signal  $x_2$

首先,考虑压缩后信号没有引入噪声的情况。图 1 为  $x_1$  与恢复信号  $x_{1r}$  的对比及其恢复误差;图 2 为  $x_2$  与恢复信号  $x_{2r}$  的对比及其恢复误差。经计算,  $x_1$  的平均恢复误差为  $9.0 \times 10^{-3}$ , NMSE (归一化最小均方误差) 为  $8.1 \times 10^{-3}$ , 最大恢复误差为  $5.1 \times 10^{-2}$ ;  $x_2$  的平均恢复误差为  $8.7 \times 10^{-3}$ , NMSE 为  $6.7 \times 10^{-3}$ , 最大恢复误差为  $6.5 \times 10^{-2}$ 。从这 2 个图可以看出,无噪声时恢复误差很小,这说明该算法可以以很小的误差恢复不含噪声的平稳信号。由于压缩感知系统是一个线性系统,所以该算法可以推广到其它平稳信号,后面的仿真中原始信号只取  $x_1 = \sin(20\pi t) + \cos(7\pi t) + 0.2$ 。恢复误差是由幅度很小的一系列正

弦波(余弦波)叠加而成,其频率与恢复信号不同,说明恢复误差主要是由阈值截取造成的。因为阈值截取裁掉了一些幅度很小的正弦波,导致恢复信号缺少了这些分量。由于缺失的正弦波的幅度都很小,对恢复信号的影响不大。

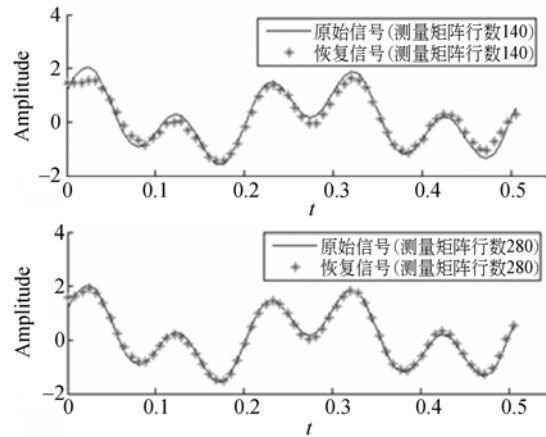


图 3 含高斯噪声的信号恢复

Fig. 3 Recovery for signal with Gaussian noise

再考虑压缩后引入噪声的信号恢复,向压缩后信号  $y$  中加入噪声  $w$ , 即令  $y = \theta\Psi + w$ , 其它条件不变,令测量矩阵的行数分别取 140 和 280。图 3 为加入均值为零,方差为 0.1 的高斯白噪声的恢复情况,图 4 和图 5 分别为加入密度为 10% 和 5% 的脉冲噪声(方差为 1)后的恢复情况,脉冲噪声密度即指其出现的频率,如对于 1 024 位的信号,10% 密度的脉冲噪声即 102 个尖峰脉冲随机地出现在 1 024 个信号位中。通常脉冲噪声的密度不大于 10%。可以看出,无论加入哪种类型

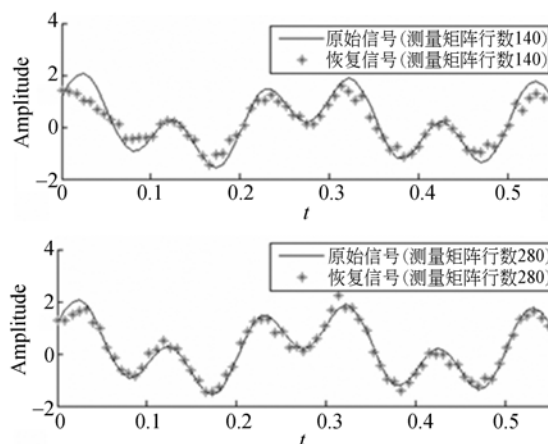


图 4 含脉冲噪声(10%)的信号恢复

Fig. 4 Recovery for signal with impulse noise(10%)

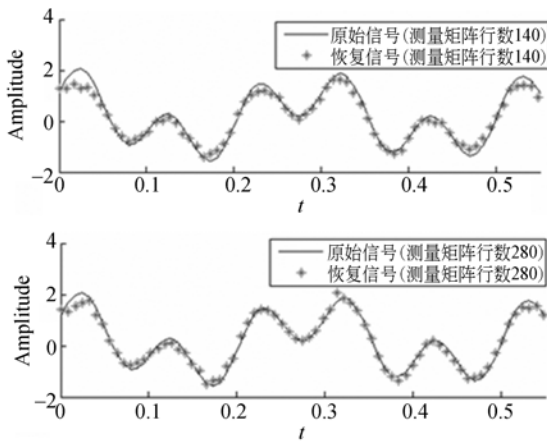


图 5 含脉冲噪声(5%)的信号恢复

Fig. 5 Recovery for signal with impulse noise(5%)

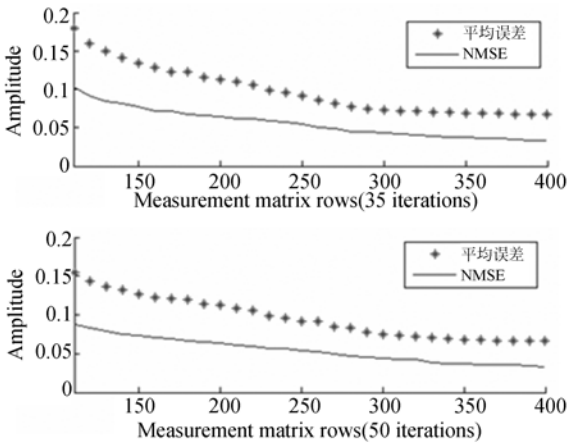


图 6 两种迭代次数(35 和 50)的平均误差和 NMSE 随测量矩阵行数的变化曲线

Fig. 6 Average error and NMSE vary with measurement matrix rows under two kinds of iterations(35 and 50)

的噪声,增加测量矩阵行数都可以有效降低噪声的影响。

虽然增加测量矩阵的行数可以有效减少噪声的影响。但需要指出的是,θ 行数不能无限增加,行数过大会减弱压缩感知的存在意义(压缩感知要求测量矩阵的行数  $m$  远远小于列数  $n$ ),并且当 θ 行数增加到一定程度时,信号的恢复精度就不再提高了。

图 6 为两种迭代次数(35 和 50)时的恢复误差,纵轴为 NMSE 和平均误差的幅度,横轴为测量矩阵行数。由图 6 可以看出,随着测量矩阵行数的增加,平均误差和 NMSE 的下降速度变得非

常缓慢。因此可知,增加迭代次数也可以有效降低噪声的影响,详细分析见 4.3。

### 4.2 算法比较

图 7 为加高斯噪声(均值为 0)时本算法与其它算法比较,横轴为噪声方差(取值为从 0.02 到 0.2,每隔 0.02 取一个值),纵轴为 NMSE 值;图 8 为加 5% 脉冲噪声(均值为 0)后本算法与其它算法比较结果,纵轴为噪声方差(取值为从 0.1 到 1,每隔 0.02 取一个值);图 9 为加 10% 脉冲噪声后本算法与其它算法比较结果。由图 9 可以看出,当测量矩阵行数较大时,本算法在处理含高斯噪声和低密度脉冲噪声的信号恢复时,具有明显的优势,而在处理较高密度的脉冲噪声时,本算法略优于其它算法。本算法的另一个优势在于恢复结果比较稳定,反应在图中就是误差曲线较为光滑,基本不会出现较大波动。而其它算法

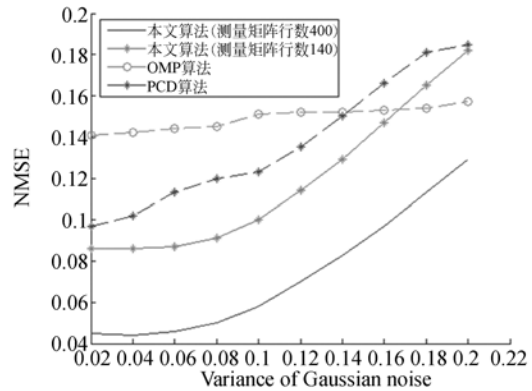


图 7 加高斯噪声的算法恢复性能对比

Fig. 7 Comparison of several algorithms by introducing Gaussian noise

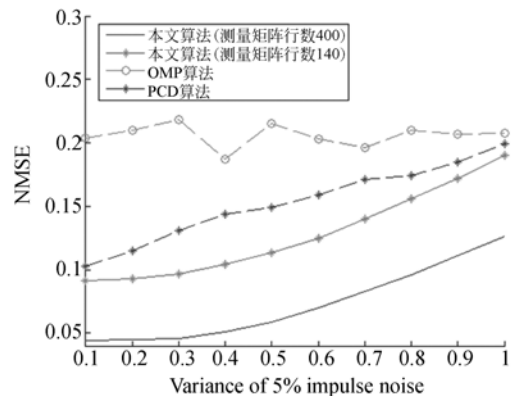


图 8 加 5% 脉冲噪声的算法恢复性能对比

Fig. 8 Comparison of several algorithms by introducing 5% impulse noise

(尤其是 OMP 算法)波动较大。这是因为本文算法总是可以收敛到全局最优解。此外,当噪声达到一定程度时,各算法的恢复结果趋于相同,这是因为噪声过强时,绝大部分算法都无法有效降低噪声。此时,应着重于改善硬件条件,将噪声控制在一个适当的范围内。

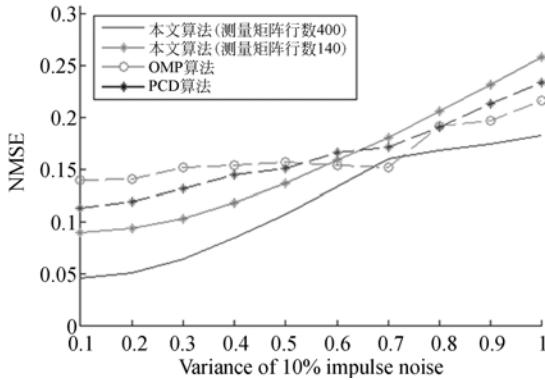


图 9 加 10% 脉冲噪声的算法恢复性能对比

Fig. 9 Comparison of several algorithms by introducing 10% impulse noise

#### 4.3 分析

迭代算法是不断地逼近最优解,提高迭代次数可以逼近全局最优解,以减少噪声的影响。增加测量矩阵的行数可用下式来解释:

$$\|\Psi - \Psi^*\|_2 \leq \frac{C_0 \|\Psi - \Psi_r\|_1}{\sqrt{r}} + C_1 w, \quad (15)$$

式中:  $\Psi = \Phi x$  为由恢复算法恢复的稀疏信号;  $\Psi^*$  为迭代无限次的恢复信号;  $\|\Psi - \Psi^*\|_2$  表示逼近程度;  $r$  为稀疏度;  $\Psi_r$  为完美稀疏信号;  $w$  为噪声;  $C_0$  和  $C_1$  为常数,与  $2r$  阶限制等容常数  $\delta_{2r}$  有关。

由于  $y = \theta\Psi + w$ , 若测量矩阵行数增加,  $r$  增加,  $\frac{C_0 \|\Psi - \Psi_r\|_1}{\sqrt{r}}$  减小, 将导致  $\|\Psi - \Psi^*\|_2$  减小, 逼近程度提高。当  $r$  增加到一定程度,

#### 参考文献:

- [1] 刘记红,徐少坤,高勳章,等. 压缩感知雷达成像技术综述[J]. 信号处理, 2011, 27(2): 251-260.  
LIU J H, XU SH K, GAO X ZH, et al.. A review of radar imaging technique based on compressed sensing [J]. *Signal Processing*, 2011, 27(2): 251-260. (in Chinese)

$\frac{C_0 \|\Psi - \Psi_r\|_1}{\sqrt{r}}$  的减小量就会变得很小, 而  $C_1 w$

是不变的, 所以噪声的影响最多只能降到  $C_1 w$ 。本文中测量矩阵行数为 140 时, 增加行数可以有效降低恢复误差; 当行数增加到 280 时,  $\frac{C_0 \|\Psi - \Psi_r\|_1}{\sqrt{r}}$  就会变得非常小, 再增加行数,  $\frac{C_0 \|\Psi - \Psi_r\|_1}{\sqrt{r}}$ ,  $\|\Psi - \Psi^*\|_2 \approx C_1 w$ , 逼近程度不再明显提高。

## 5 结论

针对工程中广泛存在的噪声问题, 本文研究了压缩感知后引入噪声的信号恢复, 建立了压缩后含噪声的信号恢复模型, 并提出用阈值收缩迭代算法实现含噪信号的恢复。在此基础上, 对算法进行了仿真分析, 结果表明, 阈值收缩迭代算法对无噪稀疏信号基本可以做到完全恢复; 对压缩后含噪信号的恢复具有较强的鲁棒性, 只在峰值处出现了较明显的误差。对各种方差的高斯噪声、10%密度的脉冲噪声、5%密度的脉冲噪声分别进行了测试, 并且与 OMP 算法和 PCD 算法进行了比较。结果显示, 本算法在处理高斯噪声和较低密度的脉冲噪声时, 明显优于其它算法, 而在处理高密度脉冲噪声时略优于其他算法。当测量矩阵行数和迭代次数分别增加到 280 和 50 时, 平均恢复误差和 NMSE 均有明显下降, 由此说明增加测量矩阵行数和迭代次数, 可以提高抗噪性能。本文工作可为通信和传感系统等压缩感知后的信号去噪提供理论指导。

本文引入的噪声为加性噪声, 噪声模型比较单一, 下一步工作将研究复杂噪声情况下的恢复理论及方法。

- [2] WRIGHT J, YANG A Y, CANESH A. Robust face recognition via sparse representation [C]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009, 32(2): 210-227.  
[3] LIU J, HAN CH ZH, HU Y, et al.. Heuristic noise driven compressed sensing for DOA estimation in phased array radar system [C]. *2012 15th International Conference on Information Fusion*, 2012:

- 1749-1754.
- [4] 俞文凯,姚旭日,刘雪峰,等. 压缩感知用于极弱光成像[J]. 光学精密工程,2012,20(10):2283-2292.  
YU W K, YAO X R, LIU X F, *et al.*. Compressed sensing for ultra-weak light counting imaging [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(10): 2283-2292.
- [5] 石文轩,李婕. 最小化预测残差的图像序列压缩感知[J]. 光学精密工程,2012,20(9):2095-2102.  
SHI W X, LI J. Image sequence compressed sensing by minimizing prediction errors [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(9): 2095-2102.
- [6] BALOUCHESTANI M, RAAHEMIFAR K, KRISHNAN S. Increasing the reliability of wireless sensor network with a new testing approach based on compressed sensing theory[J]. 2011 *Eighth International Conference on Wireless and Optical Communications Networks (WOCN)*, 2011: 1-4.
- [7] JI S H, XUE Y, CARIN L. Bayesian compressed sensing[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [8] CANDES E, ROMBERG J, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Comm. Pure Appl. Math.*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [9] 方红,杨海蓉. 贪婪算法与压缩感知理论[J]. 自动化学报,2011,37(12): 1413-1421.  
FANG H, YANG H R. Greedy algorithms and compressed sensing [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(12): 1413-1421. (in Chinese)
- [10] ROMBERG J. Sparse signal recovery via  $l_1$  minimization [C]. *40th Annual Conference on Information Sciences and Systems*, 2006, 2: 213-215.
- [11] CANDES E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principle: exact signal recognition from highly incomplete frequency information [C]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489-509.
- [12] DONOHO D. Compressed sensing [C]. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2006, 52(4): 489-509.
- [13] CANDES E, TAO T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [C]. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [14] BARANIUK R. A lecture on compressive sensing [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4): 118-121.
- [15] BARANIUK R, DAVENPORA M, DEVORE R, *et al.* A simple proof of the restricted isometry property for random matrices [J]. *Constructive Approximation*, 2008, 28(3): 253-263.
- [16] NESTEROV Y. *Introductory Lectures on Convex Optimization* [M]. Kluwer Academic Publisher, 2004.
- [17] NESTEROV Y. Gradient methods for minimizing composite objective function [J]. *Core Discussion Paper*, 2007, (76).

#### 作者简介:



胡辽林(1968—),男,四川岳池人,博士,副教授,主要从事传感技术方面的研究。E-mail: huliaolin@163.com



王斌(1989—),男,陕西铜川人,硕士研究生,研究方向为信号处理。E-mail: 454288852@qq.com

(版权所有 未经许可 不得转载)