

文章编号 1004-924X(2014)06-1648-07

## 近似稀疏正则化的红外图像超分辨率重建

邓承志\*, 田 伟, 汪胜前, 朱华生, 吴朝明, 熊志文, 钟 威  
(南昌工程学院 信息工程学院, 江西 南昌 330099)

**摘要:**针对红外图像分辨率低、受噪声影响严重等问题,引入近似稀疏正则化和 K-奇异值分解(K-SVD)法,提出了基于近似稀疏表示模型的红外图像超分辨率重建方法。考虑到红外图像受到噪声污染,首先建立了稳健近似稀疏表示模型。针对已有字典训练方法时间消耗巨大问题,在假定低分辨率图像空间和高分辨率图像空间具有相似流形的前提下,联合近似稀疏表示模型和 K-SVD 方法,提出近似稀疏约束的基于 K-SVD 的高低分辨率字典对学习算法。最后,通过高分辨字典和对应的红外图像群稀疏表示系数重建得到高分辨率的红外图像。为了验证算法的性能,对提出的算法与稀疏性正则化的图像超分辨模型(SRSR)和 Zeyde 算法进行了实验比较。结果表明,本文方法能够较好地减少红外图像中的噪声,同时获得更好的超分辨率重建效果。

**关键词:**红外图像;超分辨率重建;近似稀疏;字典学习

**中图分类号:**TP391.41 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142206.1648

## Super-resolution reconstruction of approximate sparsity regularized infrared images

DENG Cheng-zhi\*, TIAN Wei, WANG Sheng-qian,  
ZHU Hua-sheng, WU Zhao-ming, XIONG Zhi-wen, ZHONG Wei

(Department of Information Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330099, China)

\* Corresponding author, E-mail: dengchenzhi@126.com

**Abstract:** For the problems of low-resolution and serious effect from noises of infrared images, an approximate sparsity regularized infrared image super-resolution reconstruction algorithm (ASSR) based on K-SVD (Singular Value Decomposition) was proposed. In consideration of the noise effect from infrared images, an approximate sparsity representation model was first established. On the assumption that the low and high resolution image spaces hold a similar manifold, an approximate sparsity regularized K-SVD based dictionary learning method was proposed with approximate sparsity model and K-SVD method to solve the time-consuming problem of existing dictionary training process. Finally, the high-resolution infrared images were recovered by the high-resolution dictionary and the corresponding low-resolution group sparse coefficients. To verify the performance of the algorithm proposed, it was compared with those of the Sparsity Regularized Super-Resolution Reconstruction (SRSR) and Zeyde algorithm. Experimental results show that the proposed method can reduce the noises of infrared images, and can obtain excellent performance in super-resolution recon-

收稿日期:2013-10-16;修订日期:2013-11-19.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61162022, 61362036);江西省自然科学基金资助项目(No. 20132BAB201021);江西省科技落地计划资助项目(No. KJLD12098);江西省教育厅资助项目(No. GJJ12632, GJJ13762);江西省大学生创新创业资助项目(No. 201211319001)

struction.

**Key words:** infrared image; super-resolution reconstruction; approximate sparsity; dictionary training

## 1 引言

红外图像通过物体的热辐射反射成像,由于红外图像成像不受环境光线的影响,故被广泛应用于场所监控、医学成像、军事遥感成像等领域。然而由于受应用环境和采集设备的影响,红外图像通常分辨率低、灰度层次不分明、细节模糊、图像质量低、视觉效果差。因此如何提高红外图像的分辨率,改善图像的质量,直接影响到后续的应用。在现有采集设备的基础上,设计相应的算法以提高低分辨率红外图像的质量具有重要的现实意义和应用价值。

超分辨率重建<sup>[1-2]</sup>是通过单帧或多帧低分辨率图像来重建高分辨率图像或序列,能够有效克服硬件上的不足,得到学术界的高度关注。超分辨率重建算法主要包括3种类型,即基于插值、基于多帧重构和基于学习的方法<sup>[3]</sup>。基于学习的图像超分辨率重建<sup>[4]</sup>是近年来超分辨率的研究热点。它通过事先给定的范例,学习得到高、低分辨率图像间的映射先验,并依据此构造高分辨率图像,获得较好的重建效果,但该算法的计算复杂度高。稀疏表示<sup>[5]</sup>作为一种新兴的图像表示模型,能够用少量的系数捕获到图像的主要信息和内在几何结构,并且对噪声与误差更加鲁棒,在红外图像杂波抑制<sup>[6]</sup>、图像修复<sup>[7]</sup>、目标跟踪<sup>[8]</sup>等应用方面取得了较好的效果。自 Yang 等人<sup>[9]</sup>首次将稀疏表示应用于超分辨率重建至今,已有学者提出诸多基于稀疏表示的超分辨率重建改进算法<sup>[10-12]</sup>。

在这些基于稀疏性表示的超分辨率重建算法中,通常采用  $l_0$  或  $l_1$  范数作为稀疏性度量。由于  $l_0$  正则化问题是一个 NP 组合优化问题,求解过于复杂,不利于实际应用。Tao 等人证明了在 RIP 条件下<sup>[13]</sup>,  $l_0$  正则化问题与  $l_1$  正则化问题具有相同的解。 $l_1$  正则化问题可以产生较稀疏的解,仅需求解一个凸优化问题,但解的稀疏性和稳健性并不好。另一方面,在实际应用中,红外图像通常不可避免地会受噪声的影响,此时  $l_0$  和  $l_1$  稀疏正则化超分辨率重建算法不稳定。

针对含噪红外图像超分辨率重建问题,本文提

出了稳健近似稀疏正则化的红外图像超分辨率重建算法。该算法首先利用连续可微函数近似  $l_0$  范数,建立基于近似稀疏含噪图像表示模型;然后联合近似稀疏表示模型和 K-SVD<sup>[14]</sup>方法,联合训练高低分辨率图像对应的字典对;最后通过求解近似稀疏优化问题,获得红外图像的超分辨率重建。

## 2 近似稀疏正则化的超分辨率重建

假定  $y \in \mathbf{R}^m$  为获取的低分辨率图像,  $x \in \mathbf{R}^n$  为理想的高分辨率图像,  $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{m \times n}$  为下采样矩阵,  $\mathbf{H}$  为模糊算法,则图像降质模型可描述为:

$$y = \mathbf{B}\mathbf{H}x + n, \quad (1)$$

其中:  $n \in \mathbf{R}^m$  为噪声。

超分辨率重建是一类典型的不适定逆问题。正则化方法是求解不适定问题的一类重要方法。Yang 等人<sup>[8]</sup>最先提出利用稀疏表示先验正则化来求解超分辨率重建问题。若给定过完备冗余字典  $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times N}$ , 则稀疏正则化的超分辨率重建可等同为如下变分问题:

$$\alpha = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{H}\mathbf{D}\alpha\|_2 + \lambda \|\alpha\|_0, \quad (2)$$

其中:  $\alpha$  为重建的高分辨率稀疏系数;  $\lambda$  为正则化参数。问题(2)是 NP 难解问题。凸松弛算法用  $l_1$  范数替代  $l_0$  范数,实现问题的快速优化求解,即:

$$\alpha = \underset{\alpha}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \mathbf{B}\mathbf{H}\mathbf{D}\alpha\|_2 + \lambda \|\alpha\|_1. \quad (3)$$

$l_1$  正则化问题是一个凸规划问题,存在快速的求解方法,然而得到的解稀疏性和稳健性不够好。本文利用连续可微函数近似  $l_0$  范数,既保证了解的稀疏性和稳健性,又使得优化问题易于求解。

类似文献<sup>[14]</sup>,定义连续可微近似稀疏函数:

$$f_\sigma(\alpha) = \frac{2}{\pi} \arctan(|\alpha|/\sigma), \alpha \in \mathcal{R}, \sigma \in \mathcal{R}^+. \quad (4)$$

则  $f_\sigma(\alpha)$  具有如下性质:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} f_\sigma(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \neq 0 \\ 0 & \alpha = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

此时,可以用近似稀疏函数来近似  $l_0$  范数,即

$$\|\alpha\|_0 \approx \sum_{i=1}^N f_\sigma(\alpha_i). \quad (6)$$

图1给出了不同  $\sigma$  值下  $f_\sigma(\alpha)$  的函数值。从图1可以看出,近似稀疏函数是对  $l_0$  范数的凹逼近。

$\sigma$  值越小, 近似稀疏函数越逼近  $l_0$  范数。

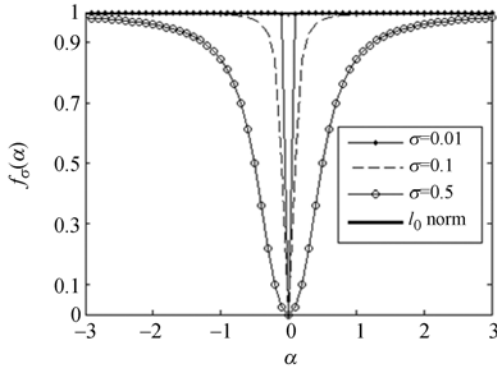


图 1 近似稀疏函数示意图

Fig. 1 Diagram of approximate sparsity function

因此, 本文提出如下基于近似稀疏函数正则化的超分辨率图像重建模型:

$$\alpha = \operatorname{argmin}_{\alpha} \| \mathbf{y} - \mathbf{BHD}\alpha \|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\alpha_i). \quad (7)$$

近似稀疏正则化的图像超分辨率重建的基本思路是, 首先给定高低分辨率训练样本, 根据近似稀疏表示模型训练得到对应的高低分辨率冗余字典; 然后, 在假定高低分辨率图像具有相同稀疏表示系数的前提下, 根据近似稀疏表示模型和学习得到的低分辨率冗余字典和低分辨率图像的稀疏表示系数; 最后, 由低分辨率图像的稀疏表示系数和高分辨率冗余字典重建高分辨率图像。因此, 冗余字典的训练是利用近似稀疏表示进行超分辨率图像重建的另一关键技术。

### 3 联合字典训练

为了保证低分辨率红外图像稀疏系数和高分辨率红外图像稀疏系数的一致性, 本文联合近似稀疏表示模型和 K-SVD<sup>[15]</sup>方法, 提出近似稀疏约束的基于 K-SVD 的高低分辨率字典对学习算法, 通过联合训练的方式得到高低分辨率字典对  $\mathbf{D}_h$  和  $\mathbf{D}_l$ 。

给定高、低分辨率红外图像  $\mathbf{y}_h$  和  $\mathbf{y}_l$ , 字典对的联合训练模型如下:

$$\{ \mathbf{D}_h, \mathbf{D}_l, \alpha \} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}_h, \mathbf{D}_l, \alpha} \{ \| \mathbf{y}_h - \mathbf{D}_h \alpha \|_2^2 + \| \mathbf{y}_l - \mathbf{D}_l \alpha \|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\alpha_i) \}. \quad (8)$$

为了求解方便, 式(8)可写成:

$$\{ \mathbf{D}_c, \alpha \} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}_c, \alpha} \{ \| \mathbf{y}_c - \mathbf{D}_c \alpha \|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\alpha_i) \}, \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{D}_c = [\mathbf{D}_h \quad \mathbf{D}_l]^T$ ,  $\mathbf{y}_c = [\mathbf{y}_h \quad \mathbf{y}_l]^T$ 。

优化问题(9)可以采用交替迭代的方式求解。算法具体步骤如下:

步骤 1: 采用随机高斯矩阵初始字典对  $\mathbf{D}_c$ ;

步骤 2: 固定字典对  $\mathbf{D}_c$ , 计算稀疏表示  $\alpha$ ; 优化问题(9)等价于局部约束群稀疏表示问题, 即

$$\alpha = \operatorname{argmin}_{\alpha} \{ \| \mathbf{y}_c - \mathbf{D}_c \alpha \|_2^2 + \lambda \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\alpha_i) \}. \quad (10)$$

并采用迭代最陡梯度法对其进行求解;

步骤 3: 固定稀疏表示  $\alpha$ , 更新字典对  $\mathbf{D}_c$ ; 优化问题(9)等价于以下优化问题, 即

$$\mathbf{D}_c = \operatorname{argmin}_{\mathbf{D}_c} \{ \| \mathbf{y}_c - \mathbf{D}_c \alpha \|_2^2 \}, \quad (11)$$

式(11)为二次规划问题, 本文采用类似于 K-SVD<sup>[14]</sup>的方式进行求解;

步骤 4: 判定是否满足终止条件, 否则返回步骤 2 继续迭代。

### 4 算法描述

根据流形理论, 图像块的局部特性在投影后基本不变, 因此在足够稀疏的条件下, 高分辨率图像块的稀疏表示  $\alpha$  基本可以由对应的低分辨率图像的稀疏表示来替代。基于此, 本文采用基于图像块的近似稀疏正则化的方式来对红外图像进行超分辨率重建。具体算法描述如下:

步骤 1: 对待处理低分辨率红外图像进行分块处理, 得到图像块  $\mathbf{y}_i$ 。考虑到红外图像的局域高度相似性, 选择图像块大小为  $9 \times 9$ , 块间采用最大重叠方式。

步骤 2: 按光栅顺序的描述方式, 对每个红外图像块进行联合优化处理, 得到低分辨率红外图像块的稀疏表示系数  $\alpha_i$ :

$$\alpha_i = \operatorname{argmin}_{\alpha_i} \sum_{i=1}^N f_{\sigma}(\alpha_i) + \lambda \| \mathbf{F} \mathbf{y}_i - \mathbf{FBHD}_l \alpha_i \|_2^2 + \beta \| \mathbf{R}_i \mathbf{x} - \mathbf{D}_h \alpha_i \|_2^2, \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为特征提取算子;  $\mathbf{R}_i$  为提取重叠区域算子;  $\beta$  为正则化参数。  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{R}_i$  的选取与文献[8]和[15]类似。

步骤 3: 根据高分辨率字典  $\mathbf{D}_h$  和稀疏表示系数  $\alpha_i$ , 得到对应的高分辨率红外图像块  $\mathbf{x}_i = \mathbf{D}_h \alpha_i$ 。

步骤 4: 对所有的图像块进行处理, 得到高分辨率红外图像的初始估计  $\mathbf{x}^0$ , 并由迭代反投影得

到最终的高分辨率红外图像估计  $\hat{x}$ :

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} \left\| y - \mathbf{B}\mathbf{H}x \right\|_2^2 + \left\| x - x^0 \right\|_2^2. \quad (13)$$

### 5 实验结果分析

为了验证算法的性能,选取红外图像进行尺度放大 3 倍的超分辨率实验,并与 Yang 算法 (SRSR)<sup>[8]</sup>、Zeyde 算法 (Zeyde)<sup>[16]</sup> 进行比较。字典训练时,从红外图像 (<http://www.dgp.toronto.edu/~nmorris/data/IRData/>) 数据库中随机选择  $10^4$  对高、低分辨率图像特征块作为字典的训练样本。为保证算法的可比性,所有算法均采用如下参数设置:字典大小固定为 1 000,即  $\mathbf{D}_h \in \mathcal{R}^{81 \times 1\,000}$ ,  $\mathbf{D}_l \in \mathcal{R}^{324 \times 1\,000}$ 。训练字典时,迭代次数设定为 40 (终止条件)。参数  $\lambda = 0.15$ ,  $\beta = 0.15$ 。图像质量的客观评价标准采用峰值信噪比 (PSNR) 和结构自相似 (SSIM) 指标<sup>[17]</sup>。实验选定 3 幅红外图像进行测试,如图 2 所示。



(a) 测试 IR 图像 1 (b) 测试 IR 图像 2 (c) 测试 IR 图像 3  
(a) Tested IR1 (b) Tested IR2 (c) Tested IR3

图 2 测试用红外图像

Fig. 2 Tested infrared images

表 1 对 3 幅测试图像各算法超分辨率重建的 PSNR 和 SSIM 进行了比较。由表 1 可以看出,在 PSNR 和 SSIM 两方面,本文算法 (ASSR) 均获得了最高的数值。从数值定量上说明本文算法具有更好的超分辨率重建效果。

表 1 3 种算法重构图像的 PSNR 和 SSIM 比较

Tab. 1 PSNRs and SSIMs of three methods

测试图像	方 法					
	SRSR [8]		Zeyde [15]		ASSR	
	PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM
IR1	40.01	0.916 6	40.11	0.916 8	42.02	0.930 2
IR2	35.77	0.917 9	36.60	0.934 2	37.82	0.943 8
IR3	37.54	0.918 9	38.24	0.924 6	39.58	0.935 4

图 3~图 6 给出了 3 种算法超分辨率重建的红外图像的全局和局部图,其中图 4 和图 6 为局部放大细节图像。一方面,由全局图 3 和图 5 可



(a) 低分辨率输入

(a) Low-resolution input image



(b) SRSR 重建结果

(b) Result of SRSR



(c) Zeyde 重建结果

(c) Result of Zeyde



(d) ASSR 重建结果

(d) Result of ASSR

图 3 3 倍超分辨率重建的 IR 图像 1

Fig. 3 3×super-resolution results of IR image 1

以看出,3 种算法都能较好地恢复高分辨率图像。与其他 2 种算法相比,本文算法 (ASSR) 能够更好地减少图像中的噪声,获得更加平滑的视觉效果。另一方面,从局部放大图 4 和图 6 可以看出,

SRSR 算法和 Zeyde 算法的重建图像在几何结构区域存在较严重的振铃现象;而本文算法 (ASSR) 能够更好地重建图像的边缘等几何结构,基本不存在振铃现象,具有更好的视觉效果。

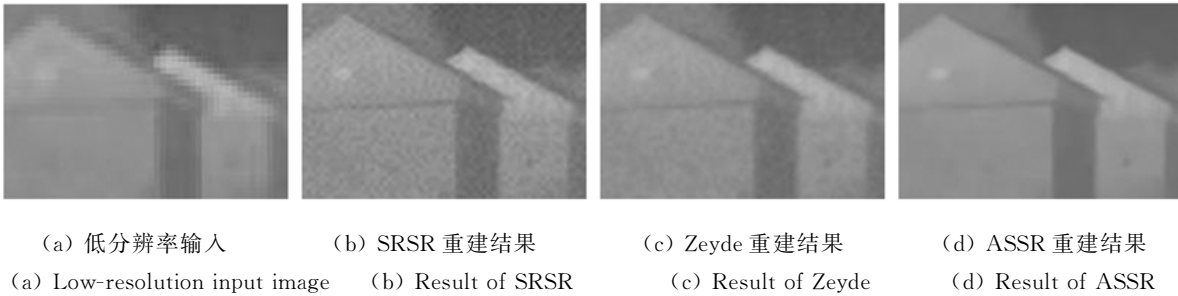


图 4 3 倍超分辨率重建 IR 图像 1 的局部细节  
Fig. 4 Local details of 3× super-resolution reconstruction for IR image 1

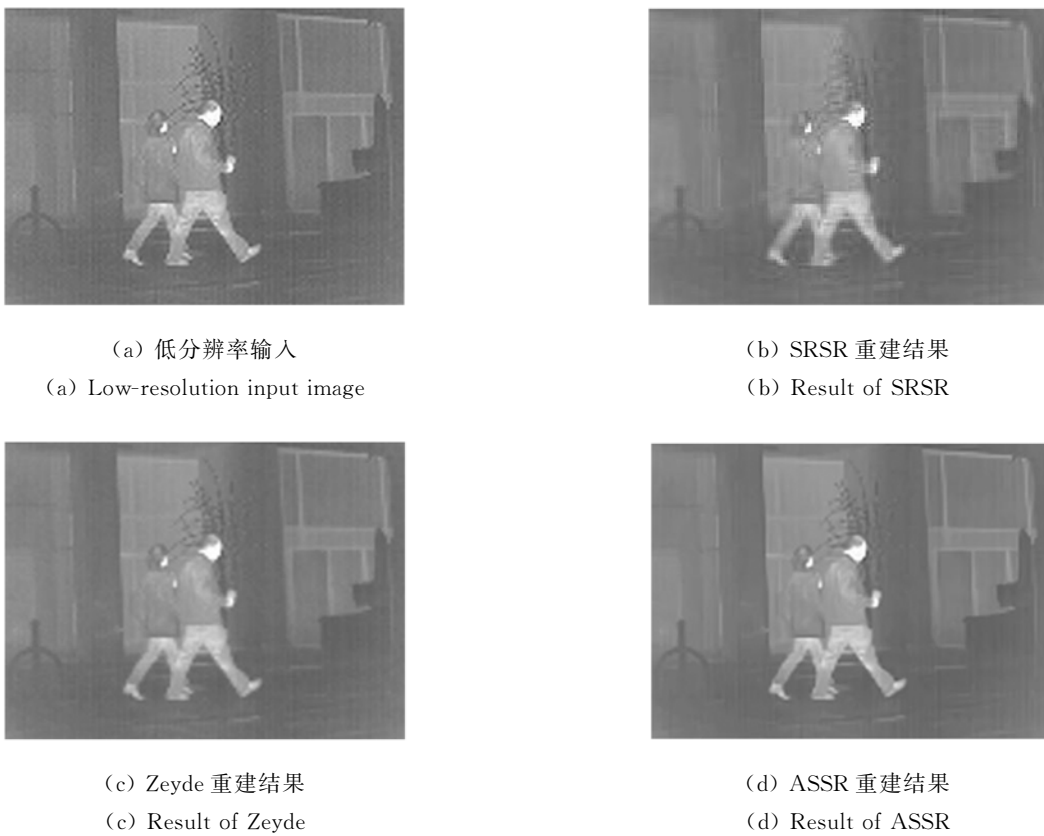


图 5 3 倍超分辨率重建 IR 图像 3 的局部细节  
Fig. 5 Local details of 3× super-resolution reconstruction for IR image 3

图 7 给出了算法超分辨率重建效果 (PSNR) 随近似稀疏参数  $\sigma$  的变化曲线。图 7 中的 2 条曲线对应的测试图像分别为 IR1 和 IR2。由图 7 可以看出,开始随着参数  $\sigma$  逐渐变大,超分辨率重建

效果逐渐变好,并达到峰值点;随后随着  $\sigma$  逐渐变大,重建效果变差。由于 IR 图像 1 成份相对简单,过完备表示系数的稀疏性好,则超分辨率重建时需要保留的系数就少,因此应该选择较大的参

数  $\sigma$ 。与 IR 图像 1 相比,IR 图像 2 成份相对复杂,过完备表示系数的稀疏性较差,超分辨率重建时需要保留的系数就越多,因此应该选择较小的参数  $\sigma$ 。



(a) 低分辨率输入图像 (b) SRSR 重建结果  
(a) Low-resolution input image (b) Result of SRSR



(c) Zeyde 重建结果 (d) ASSR 重建结果  
(c) Result of Zeyde (d) Result of ASSR

图 6 3 倍超分辨率重建的 IR3 局部细节图像

Fig. 6 Local details of  $3\times$  super-resolution reconstruction for IR image 3

## 参考文献:

- [1] KANG M, CHAUDHURI S. Super-resolution image reconstruction [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, 20(3):1920-1935.
- [2] 邓建青,刘晶红,刘铁军. 基于 DSP 系统的超分辨率图像重建技术研究[J]. *液晶与显示*, 2012, 27(1): 114-120.  
DENG J Q, LIU J H, LIU T J. Super-resolution image reconstruction technology based on DSP system [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2012, 27(1):114-120. (in Chinese)
- [3] FARSIU S, ROBINSON D, ELAD M, et al.. Advances and challenges in super-resolution [J]. *International Journal of Imaging Systems and Tech-*

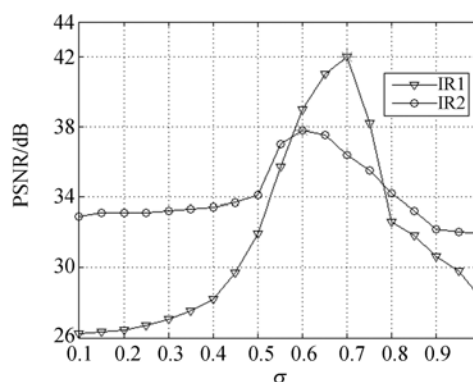


图 7 PSNR 随参数  $\sigma$  的变化曲线

Fig. 7 PSNR varies with  $\sigma$

## 6 结 论

针对受噪声污染的红外图像的超分辨率重建问题,本文引入近似稀疏正则化和 K-SVD 方法,提出了基于近似稀疏模型的红外图像超分辨率重建算法。实验结果表明,本文算法能够在减少红外图像噪声的同时,获得更好的超分辨率重建效果。考虑近年来图像非局域自相似先验模型已成功应用于稀疏正则化的图像超分辨率重建,故联合近似稀疏模型和非局域自相似的红外图像超分辨率重建将是我们的下一步的研究重点。另一方面,由于参数  $\sigma$  决定了近似稀疏函数的稀疏性,并影响了超分辨率重建的性能,研究参数  $\sigma$  对超分辨率重建结果的影响,建立基于图像内容的自适应参数  $\sigma$  选取策略,是未来另一个研究重点。

*nology*, 2004, 14(2): 47-57.

- [4] ELAD M, DATSENKO D. Example-based regularization deployed to super-resolution reconstruction of a single image [J]. *The Computer Journal*, 2007, 50(4):1-16.
- [5] ELAD M, FIGUEIREDO M A T, MA Y. On the role of sparse and redundant representation in image processing [J]. *Proceedings of the IEEE - Special Issue on Applications of Sparse Representation and Compressive Sensing*, 2010, 98(6): 972-982.
- [6] 穆治亚,魏仲慧,何昕,等. 采用稀疏表示的红外图像自适应杂波抑制[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7):1850-1857.  
MU ZH Y, WEI ZH H, HE X, et al.. Adaptive clutter suppression of infrared images by using

- sparse representation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7):1850-1857. (in Chinese)
- [7] 邓承志, 刘娟娟, 汪胜前, 等. 保留结构特征的稀疏正则化图像修复[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(7):1906-1913.  
DENG CH ZH, LIU J J, WANG SH Q, *et al.*. Feature retained image inpainting based on sparsity regularization [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7):1906-1913. (in Chinese)
- [8] 匡金骏, 柴毅, 熊庆宇. 结合标准对冲与核函数稀疏分类的目标跟踪[J]. *光学 精密工程*, 2012, 20(11):2540-2547.  
KUANG J J, CHAI Y, XIONG Q Y. Visual object tracking combined normal hedge and kernel sparse representation classification [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(11):2540-2547. (in Chinese)
- [9] YAND J, WRIGHT J, HUANG T. Image super-resolution via sparse representation [J]. *IEEE Transactions On Image Processing*, 2010, 19(11):2861-2873.
- [10] 练秋生, 张伟. 基于图像块分类稀疏表示的超分辨率重构算法 [J]. *电子学报*, 2012, 40(5): 920-925.  
LIAN Q SH, ZHANG W. Image super-resolution algorithms based on sparse representation of classified image patches [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(5):920-925. (in Chinese)
- [11] YANG S Y, WANG M, CHEN Y G, *et al.*. Single-image super-resolution reconstruction via learned geometric dictionaries and clustered sparse coding [J]. *IEEE Transactions On Image Processing*, 2012, 21(9):4016-4028.
- [12] TANG Y, YUAN Y, YAN P K, *et al.*. Greedy regression in sparse coding space for single-image super-resolution [J]. *J. Vis. Commun. Image R.*, 2013, 24(2):148-159.
- [13] CANDLES E J, ROMBERG J K, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurement [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(8):1207-1223.
- [14] 王军华, 黄知涛, 周一宇, 等. 基于近似  $l_0$  范数的稳健稀疏重构算法 [J]. *电子学报*, 2012, 40(6):1185-1189.  
WANG J H, HUANG ZH T, ZHOU Y Y, *et al.*. Robust sparse recovery based on approximate  $l_0$  Norm [J]. 2012, 40(6): 1185-1189.
- [15] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A M. K-SVD: an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [16] ZEYDE R, ELAD M, PROTTER. On single image scale-up using sparse representation [C]. *Proceedings of the 7th International Conference on Curves & Surfaces, Avignon, France, 2010*: 711-730.
- [17] BRUNET D, VRSCAY E R, WANG Z. On the mathematical properties of the structural similarity index [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2012, 21(4): 1488-1499.

#### 作者简介:



邓承志 (1980—), 男, 江西兴国人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事稀疏表示理论、压缩感知、图像超分辨率重建等方面的研究。E-mail: dengchengzhi@126.com



田 伟 (1980—), 女, 山东烟台人, 硕士, 讲师, 主要从事稀疏表示、图像超分辨率重建方面的研究。E-mail: tw\_0930@163.com