

文章编号 1004-924X(2014)06-1655-06

应用正则化影响函数扩散模型的星图噪声滤波

孙剑明*

(哈尔滨商业大学 计算机与信息工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150028)

摘要: 由于恒星星图的噪声滤波对保持星点的边缘细节要求较高, 本文以塔基(Tukey)扩散模型与改善的 PM(Perona-Malik)模型为基础, 提出了一种基于正则化影响函数扩散模型的星图噪声滤波方法。该方法通过导数算子提取边界点集, 利用图像中原始像素和噪声像素的空间分布特性对图像进行噪声滤波处理, 并通过给定边界条件恢复图像边缘。由于避免了方差稳定(VS)变换, 该方法可以直接处理高斯噪声。对普通图像和添加高斯噪声星图进行了仿真测试, 并与普通扩散函数算法进行了比较。实验结果表明: 提出的算法表现出了较好的噪声滤波能力, 同时有效地保持了特征图像的边缘。相对于普通扩散函数算法其平均绝对误差降低了 13.6%, 峰值信噪比平均提高了 6.1%。得到的数据显示, 本方法的滤波能力优于普通的扩散函数方法, 特别适用于星图的噪声滤波处理。

关键词: 星图; 噪声滤波; 正则化; 影响函数; 扩散函数

中图分类号: P407.8; TP751 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142206.1655

Star image noise filtering based on regularization influence function diffusion model

SUN Jian-ming*

(School of Computer and Information Engineering, Harbin
University of Commerce, Harbin 150028, China)

* Corresponding author, E-mail: sjm@hrbcu.dcu.cn

Abstract: As noise filtering of a star image has a high demand for reserving details of star edge, a new star map noise filtering method on a regularization influence function diffusion model was proposed based on Tukey diffusion model and modified Perona-Malik model. The boundary point set was extracted by a derivative operator and the map noise was processed by filtering with the space distribution characteristics of the original pixel and the noise pixel in the images. Moreover, the image edge was recovered by a given boundary condition. Due to avoiding Variance Stabilization(VS) transform, it could process the Gaussian noise directly. Simulation experiments on a common image and a star map with Gaussian noise show that this method has good capability of noise filtering and can effectively reserve the edges of feature images. Compared with common diffusion function algorithm, the average error is reduced by 13.6% and the Peak Signal to Noise Ratio(PSNR) is improved by 6.1%. Filtering performance of the proposed method is better than that of common diffusion function method,

收稿日期: 2013-09-29; 修订日期: 2013-11-01.

基金项目: 黑龙江省教育厅科学技术研究项目(No. 12531160)

especially suitable for noise filtering of star maps.

Key words: star map; noise filtering; regularization; influence function; diffusion function

1 引言

天文导航是一种完全自主的导航方法,它可以为卫星、深空探测器、航天飞船提供准确的姿态信息和位置信息。恒星敏感器是天文导航中的重要设备,而通常从恒星敏感器获得的星图都是携带噪声的。因此,为了进行星图识别,需要对星图进行前期的去噪处理。

图像去噪是图像处理过程中的基础环节,其过程是从含有噪声的观测图中估计出真实的适合处理的图像,学术界一般将其定义为一个不适定的反问题。目前虽然有大量文献对该问题进行了比较深入的研讨,但大多都是针对加性高斯白噪声的。然而在光量子计数成像系统 CCD 恒星敏感器中,所得到的图像通常会被量子噪声所污染,而量子噪声服从泊松分布的统计法则,不是加性噪声,与此同时其噪声强度与方差又具有信号依赖性,即像素亮度越大,其所受的干扰就越多,因此去除高斯噪声是一项比较困难的任务。一个常用于去除高斯噪声的方法是对观测星图在空域或变换域进行 VS 变换 (Variance Stabilization Transform, VST),包括 Anscombe、Haar-Fisz、CVS 变换等等^[1-3]。变换后的图像数据为近似同方差的高斯分布,这样的星图去噪就与一般图像的高斯去噪问题一样。从而可以先使用维纳滤波、小波阈值等方法进行过滤噪声处理^[4],再将结果进行 VS 变换反变换就可以获得最终的去噪星图。还有一些结合多尺度几何变换的方法^[5-7],都得到了较佳效果的实验图像。然而该方法也有着局限性,因为不是所有的图像经过 VS 变换后数据都趋于高斯分布,在低光量子数不多时,该方法就不适用。另外,VS 变换为非线性变换,不利于分析与优化去噪算法的性能。

针对上述问题,本文提出一种使用正则化影响函数扩散模型进行星图噪声滤波的方法,该方法首先通过导数算子设置阈值门限提取含噪图像的边界点集;然后根据图像中噪声点分布的不相

关性将其剔除,并根据图像中其他非噪声点的相关性对处理后的图像边界进行恢复;最后利用本文提出的正则化影响函数扩散算法对图像进行去噪处理。由于该方法不需要进行变换,因此可以避免由于数据的反复变换带来的问题。另外,该方法可以在去除噪声的同时最大程度地保持特征体边缘^[8-9]。

2 模型的建立

正则化影响函数扩散模型是由平滑项和保真项构成的能量泛函的最小化问题^[10-12],可以描述为:

$$\min E(u) = \min E_s(u) + \lambda E_D(u), \quad (1)$$

其中: $E_D(u)$ 为保真项,用于表示扩散之后图像的相似程度,其可描述为:

$$E_D(u) = \int_{\Omega} (u - I)^2 dx dy, \quad (2)$$

其中: I 表示待处理图像的灰度; u 为图像经过扩散之后的灰度; Ω 则为图像空间。 $E_s(u)$ 是平滑项, $E_s(u) = E_s(\nabla u, \nabla^2 u)$ 。式中的参数是图像灰度的各阶空间导数;一阶导数为图像灰度的梯度;二阶导数是图像强度的拉普拉斯算子。 λ 作为保真参数起着控制扩散后图像光滑程度的作用。

一阶导数正则化模型平滑项的一般形式定义为:

$$E_s(|\nabla|u) = \int_{\Omega} (|\nabla|u) dx dy, \quad (3)$$

而图像扩散方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla|u) \nabla u), \quad (4)$$

将 2 式合并,得到扩散影响函数:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot \left[\frac{\varphi'(|\nabla|u)}{|\nabla|u} \nabla u \right] \equiv \nabla \cdot (g(|\nabla|u) \nabla u), \quad (5)$$

其中: $g(|\nabla|u) = \frac{\varphi'(|\nabla|u)}{|\nabla|u}$ 称为扩散影响函数,其中的 $\varphi'(|\nabla|u)$ 项为关键项。图像的平滑程度

就取决于该项,因此需要找到一个较好的 $\varphi'(|\nabla u|)$ 函数。如取 $\varphi'(|\nabla u|) = |\nabla u|^2$, 则其对应的正则化模型是 Tikhonov, 平滑项为 $E_s(|\nabla| u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx dy$; 而当 $\varphi'(|\nabla u|) = |\nabla u|$ 时, 其正则化模型为 TV 模型, 平滑项为 $E_s(|\nabla| u) = \int_{\Omega} |\nabla u| dx dy$ 。可将这 2 个模型定义为 $E_s(|\nabla| u) = \int_{\Omega} |\nabla u|^p dx dy$, 其中: $0 < p \leq 2$, 则该模型为广义 TV 模型。

2.1 正则化模型的扩散性质

鉴于 p 对扩散所产生的作用, 对于在一维空间上对图像进行正则化的分析如下:

给出式(1)的一维形式 $u_t' = (g(|u_x'|) u_x')_x'$,

令 $\Phi(u_x') = g(|u_x'|) u_x'$, 则 $u_t' = (\Phi(u_x'))_x' = \Phi'(u_x') u_{xx}'$, (6)

其中: $\Phi'(u_x') = \varphi''(|u_x'|)$ 。

由式(6)可知, 当 $\Phi'(u_x') > 0$ 时, 向前部扩散; 当 $\Phi'(u_x') < 0$ 时, 则向后部扩散; 当 $\Phi'(u_x') = 0$ 时不扩散。

2.2 正则化的 PM(Perona-Malik)模型

PM 模型通常定义为下式:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(c(|\nabla u|^2) \nabla u) \\ u(x, 0) = u_0(x) \end{cases}, \quad (7)$$

其中: u 表示图像强度; ∇u 表示梯度算子; div 表示散度; $c(\cdot)$ 为扩散系数(非负且有上下界的递减函数)。

由于 PM 模型具有不稳定性, 需要对其进行空域正则化:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = \text{div}(c(|\nabla G_{\sigma} * u(t, x)|^2) \nabla u(t, x)). \quad (8)$$

由于这个过程是对 u 进行 Gaussian 正则化, 因此用 $\nabla G_{\sigma} * u(t, x)$ 替代 ∇u 。

PM 模型的时域正则化可定义为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \text{div}(c(v) \nabla u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\tau} (|\nabla u|^2 - v) \\ u(0, x) = u_0(x) \\ v(0, x) = G_{\sigma} * |\nabla u_0(x)|^2 \end{cases}, \quad (9)$$

其中: 当 $\tau > 0$ 时, 表示有延迟; v 是对 $|\nabla u|^2$ 延迟时间的正则化。

为了防止边缘扩散系数在边缘处取值为负, 此模型具体改为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} \text{div}(c(|\nabla u|^2) \nabla u) \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases}, \quad (10)$$

其中

$$c(s) = \begin{cases} 1 - (s/k_f)^n, & 0 \leq s \leq k_f \\ \alpha \{ [s - k_b/\tau]^{2m} - 1 \}, & k_b - \tau \leq s \leq k_b + \tau \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

2.3 塔基(Tukey)模型

塔基扩散函数是一个性能较佳的扩散函数, 其形式为:

$$c(|u|) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \left[\frac{|u|}{T} \right]^2 \right], & |u| \leq T \\ 0, & \text{else} \end{cases}. \quad (12)$$

当图像强度小于 T 时, 根据图像中各方向的 $|u|$ 来决定扩散系数的大小。当图像强度大于 T 时, 扩散过程将被终止。塔基模型存在的问题是一旦 T 值被选定, 图像中噪声梯度大于 T 的像素点就会予以保留, 也就是说如果图像中多数噪声点梯度大于 T , 那么该图像的去噪效果就不理想。

针对这种情形, 本文采用多种正则化的影响函数对图像进行去噪, 由于各个函数之间存在着差异, 尤其在正则化的条件下该差异会变大, 从而可以很好地将噪声分离出来。

3 模型算法的实现

3.1 图像噪声去除模型

若一幅图像所含噪声是独立的, 则其退化模型为:

$$g(x, y) = f(x, y) + n(x, y). \quad (13)$$

该式中 $f(x, y)$ 、 $n(x, y)$ 与 $g(x, y)$ 分别表示原图像、噪声与含噪图像。判定噪声的条件为: (1) 在高梯度点 $g(x, y)$ 周围的 8 个邻域中没有其他高梯度点; (2) 在其邻域中存在高梯度点, 且与点 $g(x, y)$ 差别较大。如果满足以上条件, 则可以判定其为噪声点, 使用平滑滤波方法将其予以去除。

3.2 边界恢复模型

由于原图像 $f(x, y)$ 的边界信息不能由含噪图像 $g(x, y)$ 完全表达, 为了恢复其边缘细节, 需要一个边界恢复模型来重新定义边界。该模型定义如下: 若边界点 $g(x, y)$ 的邻域中不包含其他边界点, 则认为该点的相关性差, 与其不做边界保持处理; 若 $g(x, y)$ 邻域内存在边界点且大小与其相近, 则认为该点与 $g(x, y)$ 有较强的相关性, 认为它们的边界相同, 并判定其边界是在噪声去除过程中丢失的边界, 对其边界进行恢复, 如图 1 所示。

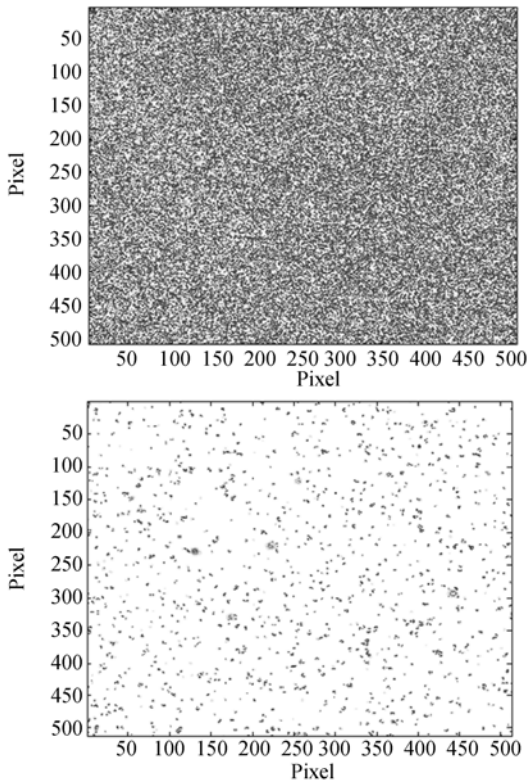


图 1 星点边界识别与恢复图

Fig. 1 Star point boundary identification and its recovery image

3.3 滤波过程

第一步 参数的初始化: 读取图像 $I(x, y)$, 在未做扩散时 $I(x, y, t)|_{t=0} = I(x, y)$;

第二步 求得以 $|\eta_b|$ 为邻域的移动窗口 η_b 的扩散方向, 其方向导数为 $\cdot I(x, y, t)$ 。具体算法是将其进行离散化表示为 $I(ih, jh, nt)$, 其中的 t, h 为时间间隔与空间间隔, 以此来计算方向导数;

第三步 使用公式 $g_1(|\cdot \cdot I|) =$

$$\frac{1}{1 + k_1 \cdot |\cdot \cdot I(i, j)| \cdot \sigma(i, j)^{k_2}}$$

计算扩散系数 g_d ;

第四步 根据离散边界恢复方程 $[I(x, y)]_{t+1}$

$$= \left[I(x, y) + \frac{1}{|\eta|} \sum_{d=1}^{|\eta|} g_d \cdot \cdot I_s(x, y) \right]_t$$

计算去除噪声后的图像;

第五步 查看终止条件, 若不满足终止条件则从第二步开始执行新的迭代过程。

4 实验结果与分析

本文采用多幅图片进行仿真实验, 以验证该正则化影响函数扩散模型的有效性, 并将其与现有的基于扩散函数的图像去噪算法(本文称其为扩散函数方法)进行对比。该方法是通过使用图像实部的局部梯度控制扩散强度参数大小, 从而使不同梯度区域的扩散速度不同, 同时其迭代步长随迭代次数的增加而逐渐增加。最终达到图像去噪的目的。仿真实验使用的图像大小为 512×512 matlab 的测试图像 Lena, 512×512 恒星星等亮于 7.0 的星图。

本文从视觉效果与指标参数两方面来对 2 种算法的去噪效果进行比较。采用的指标参数为平均绝对误差 MAE、峰值信噪比 PSNR。2 个参数定义如下:

$$MAE = \sum_i \sum_j \frac{|u'_{i,j} - u_{ij}|}{MN}, \quad (14)$$

$$PSNR = \frac{10 \lg \max(u)^2}{\sum_i \sum_j \frac{(u_{i,j} - u'_{ij})^2}{MN}}, \quad (15)$$

其中: u 是原始未加噪声图像; u' 是经过去噪处理后的图像; N, M 分别对应图像的长和宽; i, j 为图像中像素的位置标示。



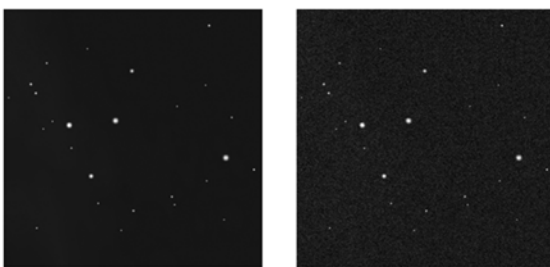
(a) 原始图像 (a) Original image
(b) 含噪图像 (b) Noisy image



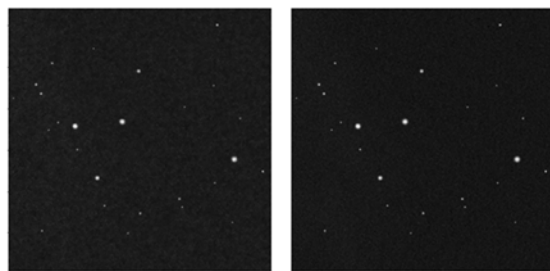
(c) 扩散函数法去噪图像 (d) 本算法去噪图像
(c) Denoising image by diffusion (d) Denoising image by function algorithm proposed algorithm

图 2 高斯噪声 Lena 图像去噪算法实验结果比较
Fig. 2 Comparison of denoising algorithms for Lena images with Gaussian noise

实验结果如图 2、图 3 所示。由图 2、图 3 可知,本文方法具有明显的优势。



(a) 原始图像 (b) 含噪图像
(a) Original image (b) Noisy image

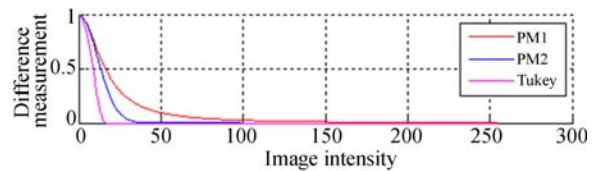


(c) 扩散法去噪图像 (d) 本算法去噪图像
(c) Denoising image by diffusion (d) Denoising image by function algorithm proposed algorithm

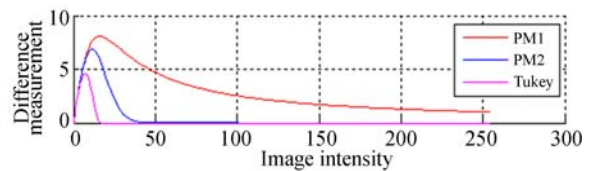
图 3 星点高斯噪声图像去噪算法实验结果比较
Fig. 3 Comparison of experiment results for denoising algorithms on images with star point Gaussian noise

在星图去噪实验中,通过收敛函数的比较可以得到扩散函数法与本文算法的边界收敛速度,如图 4 所示(彩图见期刊电子版)。由图 4 可知,

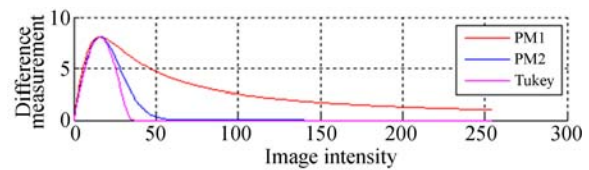
在梯度值为 16.115 7 时,随着图像强度的增加,PM 函数模型与 Tukey 函数模型的差异在本算法的影响函数中也明显加大,从而可以更好地滤除噪声。



(a) 扩散函数法
(a) Diffusion function algorithm



(b) 影响函数法
(b) Influence function algorithm



(c) 本文方法
(c) Proposed method

图 4 图像强度收敛速度比较图

Fig. 4 Comparison of convergence speeds of image intensity for several algorithms

下表为 2 种算法去噪性能的定量指标比较。

表 1 去噪性能的定量指标比较表

Tab. 1 Comparison of quantitative indicators for denoising performance

图像	性能指标	退化图像	扩散函数算法	本文算法
图 1(a)	MAE	2.125 4	1.192 6	1.002 1
	PSNR/dB	21.245 2	24.797 1	25.967 0
图 2(a)	MAE	0.895 2	0.502 4	0.446 3
	PSNR/dB	22.835 3	26.896 5	28.898 4

从表 1 中可以看到,本方法在去除噪声上具有明显的优势。

5 结 论

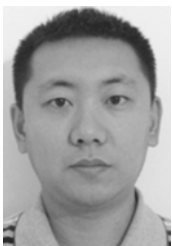
本文在正则化边界影响函数框架下,采用 PM 模型与 Tukey 模型作为扩散函数项,应用图像在扩散函数下的约束作为正则项,建立了正则化影响函数扩散模型的星图噪声滤波方法。最后,对普通图像和添加高斯噪声的星图进行了仿

真测试,并将本文方法同普通扩散函数算法进行了比较。实验结果表明:本文算法可以清晰地辨别星点与噪声的边界特征,并可根据该特征得到较好的去噪结果图。另外,本算法的 MAE 指标较扩散函数算法降低了 13.6%,PSNR 指标较扩散函数算法提高了 6.1%,可以在去除噪声的图像中明显地辨别出星点的位置,因此,为下一步的星图识别提供了较好的图像数据基础。

参考文献:

- [1] LEFKIMMIATIS S, UNSER M. Poisson image reconstruction with hessian schatten-norm regularization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, 22(11):4314-4327.
- [2] 胡英,杨杰,周越. 基于多尺度 Wiener 滤波器的分形噪声滤波[J]. *电子学报*, 2003, 31(4):560-563.
HU Y, YANG J, ZHOU Y. Multiscale wiener filter for the estimation of signal embedded in 1/f noise [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(4):560-563. (in Chinese)
- [3] 李云飞,李敏杰,司国良,等. TDI-CCD 图像传感器的噪声分析与处理[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(8):1196-1202.
LI Y F, LI M J, SI G L, et al.. Noise analyzing and processing of TDI-CCD image sensor[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(8):1196-1202. (in Chinese)
- [4] 任文琦,王元全. 基于梯度矢量卷积场的四阶各向异性扩散及图像去噪[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(10):2713-2719.
REN W Q, WAN Y Q. GVC-based fourth-order anisotropic diffusion for image denoising [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(10):2713-2719. (in Chinese)
- [5] 郭永彩,王婀娜,高潮. 空间自适应和正则化技术的盲图像复原[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(11):2263-2267.
GUO Y C, WANG A N, GAO C. Blind image restoration algorithm based on space-adaptive and regularization [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(11):2263-2267. (in Chinese)
- [6] 江洁,邓琼,张广军. 基于小波变换的正则化盲图像复原算法[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(4):582-586.
JIANG J, DENG Q, ZHANG G J. Regularization algorithm for blind image restoration based on wavelet transform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(4):582-586. (in Chinese)
- [7] 王丽艳,韦志辉,李星秀. 多成分正则化约束的断层图像重建算法[J]. *中国图象图形学报*, 2012, 17(1):20-26.
WANG L Y, WEI ZH H, LI X X. Morphological component analysis for tomography reconstruction [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2012, 17(1):20-26. (in Chinese)
- [8] 李伟红,董亚莉,唐述. 多范数混合约束的正则化图像盲复原[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(5):1357-1364.
LI W H, DONG Y L, TANG SH. Regularized blind image restoration based on multi-norm hybrid constraints [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5):1357-1364. (in Chinese)
- [9] 周箩鱼,张葆,杨扬. 自适应阈值的超变分正则化图像盲复原[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(12):2759-2767.
ZHOU L Y, ZHANG B, YANG Y. Image blind deblurring based on super total variation regularization with self-adaptive threshold [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(12):2759-2767. (in Chinese)
- [10] 梁栋,梁昭,鲍文霞,等. 基于非局部正则化稀疏表示的图像去噪算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(5):1104-1109.
LIANG D, LIANG Z, BAO W X, et al.. Image denoising algorithm based on non-local regularized sparse representation [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(5):1104-1109. (in Chinese)
- [11] GENG X J, ROSS T J, HONG G, et al.. Diffeomorphic image registration of diffusion MRI using spherical harmonics [J]. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 2011, 30(3):747-758.
- [12] TAEG SANG CHO, ZITNICK C L, JOSHI N, et al.. Image restoration by matching gradient distributions [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, 34(4):683-694.

作者简介:



孙剑明(1980—),男,山东黄县人,博士后,副教授,2008年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,2013年于哈尔滨工程大学获得博士学位,现为哈尔滨商业大学计算机与信息工程学院博士后,主要从事机器视觉及自动控制方面的研究。
E-mail: sjm@hrbcu.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)