

文章编号 1004-924X(2014)07-1969-07

用于声矢量阵列波达方向估计的四元数最小范数法

李新波¹, 李晓青^{1*}, 刘国君², 石要武¹, 杨志刚²

(1. 吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130022;
2. 吉林大学 机械科学与工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要: 由于四元数 MUSIC(Multiple Signal Classification)算法计算量较大, 本文结合声矢量传感器的四元数导向矢量模型, 提出了一种声矢量阵列波达方向估计的四元数最小范数法。首先, 将声矢量阵列输出协方差矩阵奇异值分解所得到的 $(M-N) \times M$ 维 (M 为阵元数, N 为信源数) 噪声子空间依最小范数 (Minimum-Norm, MN) 准则构建为一个新的四元数域 $1 \times M$ 维噪声矢量。接着, 提出了简化的谱峰搜索公式, 理论分析了四元数最小范数法在搜索计算量上的优势。对提出的算法与 Q-MUSIC 算法进行了对比。结果显示: 该算法至少能节省 50% 的谱峰搜索量。同时, 提出的算法构建的低维噪声矢量与导向矢量间的正交性优于高维噪声子空间与导向矢量间的正交性, 在 0 dB 时, 其范德蒙范数和谱峰分别为 Q-MUSIC 算法的 1/3 和 3 倍。另外, 该算法在减小谱峰搜索量的同时, 可以较好地分辨信源波达方向, 且其统计特性与四元数 MUSIC 算法相当。提出的算法不局限于 L 线阵, 也适用于双平行线阵及面阵。

关键词: 参数估计; 波达方向; 四元数; 声矢量传感器; 最小范数法

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142207.1969

Quaternion min-norm algorithm for DOA estimation with acoustic vector sensor array

LI Xin-bo¹, LI Xiao-qing^{1*}, LIU Guo-jun², SHI Yao-wu¹, YANG Zhi-gang²

(1. School of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China;
2. School of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)
* Corresponding author, E-mail: 595270@163.com

Abstract: To reduce the calculation amount of quaternion Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm, a Minimum Norm (MN) quaternion method based on the quaternion form of an acoustic sensor vector was proposed for estimating Direction of Arrival (DOA). First, based on the MN principle, the $(M-N) \times M$ dimension (M is the number of array sensors, N is the number of signal sources) orthogonal noise subspace vectors were converted to a $1 \times M$ dimension quaternion noise vector. Then, a simplified formula for peak search was proposed. The searching computation amount of Quaternion MN (Q-MN) was analyzed theoretically. Compared with the Q-MUSIC algorithm, the Q-MN algorithm can save at least 50% of the peak search volume. Experimental results show that the orthogonality of the steering vector with the low-dimensional noise vector derived by proposed method

收稿日期: 2014-01-26; **修订日期:** 2014-03-05.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51075175, No. 51375207); 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2011AA040406); 吉林省青年科研基金资助项目 (No. 20140520064JH)

is superior to that with high dimensional noise subspace. When the Signal to Noise Ratio (SNR) is 0 dB, the Vandermonde norm and the spatial spectrum peak value of Q-MN algorithm are 1/3 times and 3 times as much as those of Q-MUSIC. The Q-MN algorithm can successfully identify the DOA of signal sources, and its resolution is equivalent to that of Q-MUSIC algorithm. Moreover, it can be applied to not only L-shaped arrays, but also plane arrays and parallel linear arrays.

Key words: parameter estimation; Direction of Arrival (DOA); quaternion; acoustic vector sensor; min-norm algorithm

1 引言

声矢量传感器与标量传感器相比,具有多维输出特性,在相同阵元下,其矢量阵具有较高的空间分辨力和检测稳健性,已成为阵列信号处理的热门研究方向^[1-2]。波达方向估计算法以高分辨 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法为代表。其中, MUSIC 类子空间分析法^[3-10]具有较好的角度分辨能力,其弱点是谱峰搜索量偏大; ESPRIT 算法^[11-12]及其改进算法能够在保证一定分辨力的前提下,避免谱峰搜索,加快波达方向估计^[13-14]的速度,但是, ESPRIT 类算法需要通过构建特殊的阵列结构才能实现波达估计,从而限制了它的应用范围。

随着四元数理论的完善及其在阵列信号处理^[15]、图像信号处理领域^[16]研究的深入,基于四元数理论的阵列信号处理方法层出不穷。文献^[5]结合四元数矩阵理论及已有 MUSIC 算法对圆形电磁矢量传感器阵列信号的波达方向和极化信息进行联合估计,实验仿真表明该方法提高了信号的参数估计精度。文献^[6]将四元数理论拓展到均匀线型电磁矢量阵,对波达方向和极化信息进行联合估计,经分析得知,四元数 MUSIC 算法的计算量问题明显优于长矢量算法。文献^[7-8]研究了四元数理论在声矢量传感器波达估计方面的应用,提出的算法能有效实现波达估计并提高估计精度。目前,基于四元数的阵列分析方法主要集中在 MUSIC 算法及其相应的拓展研究方面,但此类方法谱峰搜索量较大。

针对上述问题,本文在分析四元数的基础上,提出了四元数理论的最小范数法。将声矢量传感器的输出和导向矢量表示为四元数形式,采用最小范数法把噪声子空间的正交四元数矢量等效为一个噪声四元数矢量,构建了搜索量明显降低的

搜索公式。

2 声矢量阵列的四元数模型

2.1 四元数简介

四元数^[4,6]是由 Hamilton 提出的一种由复数扩维得到的由 1 个实部和 3 个虚部构成的四维超复数,并且 3 个虚部间满足一定的转换关系。四元数可以表示为以下形式:

$$q = a + ib + jc + kd, \quad (1)$$

其中: $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 且 i, j, k 满足以下转换关系:

$$\begin{aligned} ij &= -ji = k, \\ jk &= -kj = i, \\ ki &= -ik = j, \\ i^2 &= j^2 = k^2 = -1. \end{aligned} \quad (2)$$

四元数的基本运算满足以下规则^[4,6]:

(1) 共轭: $\bar{q} = a - ib - jc - kd$;

(2) 模值: $|q| = \sqrt{q\bar{q}} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$, 并且把模值为 1 的四元数称为单位四元数;

(3) 四元数的乘法不满足交换律, 即 $q_1 q_2 \neq q_2 q_1$;

(4) 四元数的逆: $q^{-1} = \bar{q}/|q|^2$;

(5) 四元数列矢量 $\mathbf{w}, \mathbf{y} \in \mathbf{Q}^{1 \times 1}$, 定义标量乘积为 $\langle \mathbf{w}, \mathbf{y} \rangle_{\mathbf{Q}} = \mathbf{y}^{\mathbf{H}} \mathbf{w}$ 。若 $\langle \mathbf{w}, \mathbf{y} \rangle_{\mathbf{Q}} = 0$, 那么 \mathbf{w}, \mathbf{y} 正交, \mathbf{Q} 代表四元数域;

(6) 四元数矢量 \mathbf{w} 的 L_p 范数为:

$$\|\mathbf{w}\|_p = \left(\sum_{r=1}^L |\mathbf{w}_r|^p \right)^{1/p}, p = 1, 2.$$

2.2 声矢量阵列的四元数模型

假设有 N 个远场窄带声源信号入射到 M 个阵元构成的均匀分布阵列上, 声源的入射角为 (θ_n, φ_n) ($n = 1, 2, \dots, N$), θ_n 和 φ_n 分别为声源的方位角和俯仰角, 声源的波长记为 λ_n , 第 n 个声源的声压强度表示为 $p_n(t)$, 其质点振速方向向量 \mathbf{u}_n 记为 $(\sin \varphi_n \cos \theta_n, \sin \varphi_n \sin \theta_n, \cos \varphi_n)$ 。设位于

坐标原点的阵元为参考阵元,第 m 个阵元在坐标系中的坐标表示为 (x_m, y_m, z_m) ,第 n 个声源在第 m 个阵元相对于参考阵元的波程差用四元数表示为:

$$\Theta_m^n = \frac{2\pi}{\lambda} (ix_m \sin \varphi_n \cos \theta_n + jy_m \sin \varphi_n \sin \theta_n + kz_m \cos \varphi_n). \quad (3)$$

那么,第 n 个声源的导向矢量是:

$$\mathbf{a}(\Theta^n) = (1, \exp(-\Theta_2^n), \dots, \exp(-\Theta_M^n))^T. \quad (4)$$

文献[7]已证明该导向矢量为四元数形式,且

$$\begin{aligned} \exp(-\Theta_m^n) = & \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma - \\ & i(\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) - \\ & j(\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma) + \\ & k(\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma), \end{aligned}$$

其中: $\alpha = \frac{2\pi x_m}{\lambda} \sin \varphi_n \cos \theta_n$, $\beta = \frac{2\pi y_m}{\lambda} \sin \varphi_n \sin \theta_n$, $\gamma = \frac{2\pi z_m}{\lambda} \cos \varphi_n$ 。由于考虑了传感器的三维坐标信息,该导向矢量模型适用于多种阵型排布,如线阵、圆阵、L 线阵和面阵等。

第 n 个声源作用在第 m 个声矢量传感器上的输出四元数形式为:

$$q_m^n(t) = p_m^n(t) + i v_{xm}^n(t) + j v_{ym}^n(t) + k v_{zm}^n(t). \quad (5)$$

那么,声矢量传感器阵列的输出可以表示为如下的矩阵形式:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{n=1}^N \mathbf{a}(\Theta^n) \mathbf{q}^n(t) + \sum_{n=1}^N \mathbf{v}_n(t) = \mathbf{A}(\Theta) \mathbf{Q}(t) + \mathbf{V}(t), \quad (6)$$

式中: $\mathbf{Q}(t) = [\mathbf{q}^1(t) \quad \mathbf{q}^2(t) \quad \dots \quad \mathbf{q}^N(t)]^T$ 为在 t 采样时刻 N 个人射声源的波前矢量矩阵; $\mathbf{A}(\Theta)$ 为四元数导向矢量矩阵; $\mathbf{V}(t)$ 为四元数噪声矩阵。各分量分别为独立同分布的高斯白噪声,且入射声源信号与噪声之间统计相互独立。

3 基于四元数的最小范数法

3.1 Q-MUSIC 算法^[7]

阵列输出矩阵式(6)的协方差矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} = & E[\mathbf{Z}(t) \mathbf{Z}^H(t)] = \\ & E[\mathbf{A}(\Theta) \mathbf{Q}(t) (\mathbf{A}(\Theta) \mathbf{Q}(t))^H] + \\ & E[\mathbf{V}(t) \mathbf{V}^H(t)]. \end{aligned} \quad (7)$$

对式(7)进行四元数奇异值分解,其奇异值仍

为半正定,对其奇异值按由大到小进行降序排列,可得:

$$\mathbf{R} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中:四元数酉矩阵 $\mathbf{V}_1 \in \mathbf{Q}^{M \times N}$, $\mathbf{V}_2 \in \mathbf{Q}^{M \times (M-N)}$,它们分别为由 N 个大特征值对应的特征矢量构成的信号子空间和由剩余的 $M-N$ 个特征值对应的特征矢量构成的与信号子空间正交的噪声子空间。

定义噪声投影矩阵 $\mathbf{\Pi}_N = \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_2^H \in \mathbf{Q}^{M \times M}$,则 Q-MUSIC 算法的谱估计公式为^[7]:

$$P_{\text{QMUSIC}} = \max_{\theta, \varphi} \frac{1}{\det[\mathbf{a}^H(\theta, \varphi) \mathbf{\Pi}_N \mathbf{a}(\theta, \varphi)]}, \quad (9)$$

式中: $\det[\cdot]$ 为矩阵行列式运算符。

3.2 Q-MN 算法

Q-MUSIC 算法谱估计式(9)同时使用了噪声子空间中的全部奇异矢量,并进行了 2 个 $(M-N) \times M$ 维四元数乘法运算才能得到噪声投影矩阵。与此同时,在每次搜索过程中均需左乘搜索导向矢量的共轭转置,右乘搜索导向矢量。这些因素都将导致该算法的运算量较大。针对上述算法存在的搜索量问题,本文将声矢量阵列输出协方差矩阵奇异值分解所得到的 $(M-N) \times M$ 维噪声子空间矢量 \mathbf{V}_2 依最小范数准则构建一个新的四元数域 $1 \times M$ 维噪声矢量,无需构建噪声投影矩阵。式(8)中 \mathbf{V}_2 空间的全部噪声奇异四元数矢量线性无关,并构成了噪声子空间的一组完备正交基。由这组正交基线性组合构成的任一四元数矢量属于噪声子空间,且一定与导向矢量矩阵正交,利用这一正交性原则即可估计出信源的波达方向。事实上,可以由该组正交基构成任意多组与导向矢量正交的特征矢量,在这些矢量中,最感兴趣的是存在一个四元数最小范数特征矢量 $\boldsymbol{\omega}$,它除了可以表示成噪声子空间四元数正交基的线性组合(式 11)外,还应满足下面的最小范数条件^[17]:

$$\min_{\boldsymbol{\omega} \in F} \boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\omega}^H, \quad (10)$$

其中: $F = \{\boldsymbol{\omega}: \mathbf{A} \boldsymbol{\omega}^H = \mathbf{0}, \boldsymbol{\omega}(0) = 1\}$ 。

$$\boldsymbol{\omega} = \sum_{i=N+1}^M \alpha_i \mathbf{v}_i. \quad (11)$$

\mathbf{v}_i 为右特征值噪声子空间 \mathbf{V}_2 的正交四元数矢量。

由 $\mathbf{v}_i (i = N+1, \dots, M)$ 的正交性可得:

$$\boldsymbol{\omega}^H = \sum_{i=N+1}^M \alpha_i^2. \quad (12)$$

最小范数 $\boldsymbol{\omega}(0)=1$ 的条件可表达为:

$$\sum_{i=N+1}^M \alpha_i \mathbf{v}_i^*(0) = 1, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{v}_i(0)$, $i=N+1, \dots, M$ 表示噪声矢量 \mathbf{v}_i 的第一个元素。

因而,最小范数解的求解问题转化为求函数:

$$f(\alpha_i, \lambda) = \sum_{i=N+1}^M \alpha_i^2 + \lambda \left(\sum_{i=N+1}^M \alpha_i \mathbf{v}_i^*(0) - 1 \right), \quad (14)$$

的无条件极值问题。 λ 为四元数系数。

令 $\frac{\partial f}{\partial \alpha_i} = 0$, 可得:

$$2\alpha_i + \lambda \sum_{i=N+1}^M \mathbf{v}_i^*(0) = 0. \quad (15)$$

由式(13)和式(15), 可得:

$$\boldsymbol{\omega} = \beta \sum_{i=N+1}^M \mathbf{v}_i^*(0) \mathbf{v}_i, \quad (16)$$

其中: $\beta = \left[\sum_{i=N+1}^M |\mathbf{v}_i(0)|^2 \right]^{-1}$,

于是, 可得

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\sum_{i=N+1}^M \mathbf{v}_i^*(0) \mathbf{v}_i}{\sum_{i=N+1}^M |\mathbf{v}_i(0)|^2}, \quad (17)$$

因而, Q-MN 算法的波达方向估计由下式获得^[15]:

$$P_{QMN}(\theta, \varphi) = \max_{\theta, \varphi} \frac{1}{|\boldsymbol{\omega} \mathbf{a}(\theta, \varphi)|}. \quad (18)$$

本文比较了 Q-MUSIC 法和 Q-MN 法的计算量, 虽然两种方法在进行四元数协方差阵奇异值分解过程中的计算量是一样的, 但通过比较式(9)和式(18)不难发现, 式(18)中噪声矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 为 $1 \times M$ 维的四元数矢量, 且在每次搜索过程中仅需进行一次 $1 \times M$ 维和 $M \times 1$ 维的四元数乘法运算, 共需进行 M 次四元数乘法运算; 而式(9)每次搜索过程需要进行 3 次四元数矩阵乘法运算, 一次 $1 \times M$ 维和 $M \times (M-N)$ 维乘法, 一次 $(M-N) \times M$ 维和 $M \times 1$ 维乘法和 $1 \times (M-N)$ 维和 $(M-N) \times 1$ 维乘法, 共需进行 $(2M+1)(M-N)$ 次四元数乘法运算, 因而式(18)在搜索空间中的计算量明显减小。本算法在依最小范数规则求取式(18)的过程中, 其分子部分的计算量为 $M(M-N)$ 次四元数乘法运算, 其分母部分的计算量为 M

$-N$ 次四元数乘法运算, 增加 $M(M-N)$ 次四元数除法运算, 相对 Q-MUSIC 法其计算量总体增加了 $(2M+1)(M-N)$, 相当于多一步 Q-MUSIC 算法的搜索计算量。但由于最小范数求解过程是在搜索操作之前进行的, 且为了保证搜索精度, 搜索次数一般都会大于 180, 因而, 最小范数运算所增加的计算量相对于角度搜索过程所产生的计算量而言, 可以说是微乎其微。由以上分析可知, 当 $M=N+1$ 时, Q-MN 算法比 Q-MUSIC 法可节约至少 50% 的搜索量, 而阵元数满足 $M > N+1$ 时, 新算法所需搜索量相对更小。Q-MN 算法计算量小的优点可以为声矢量传感器 DOA 估计算法用于实际场景带来很大的好处。

4 仿真分析

本文以 L-型阵列为例进行仿真实验, L-型声矢量传感器阵列结构如图 1 所示。阵列由位于 x 轴均匀线阵的 5 个阵元和位于 y 轴均匀线阵的 4 个阵元构成。L 线阵、双平行线阵以及面阵都是阵元等间距均匀分布的, L 线阵可以看做是双平行线阵、面阵的特殊结构, 区别只是导向矢量的维数发生了变化, 但是导向矢量矩阵的非奇异性并没有发生变化, 依旧可以进行四元数奇异值分解, 进而求得最小范数四元数矢量。

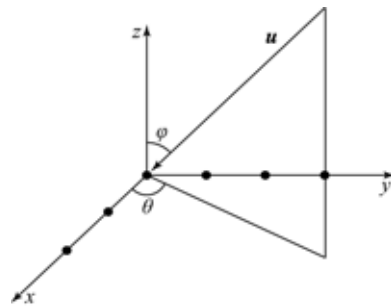
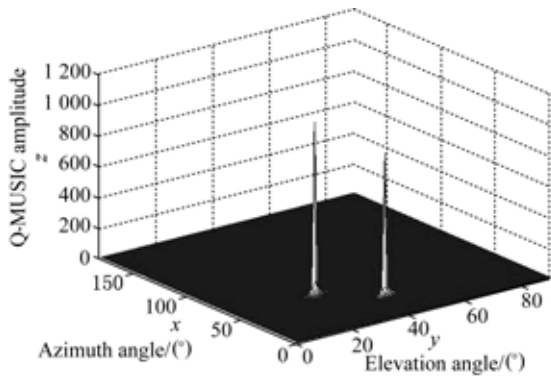


图 1 L 型声矢量传感器阵列分布

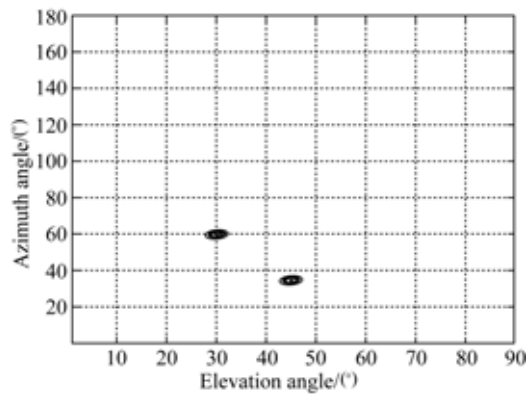
Fig. 1 Array distribution of L-type acoustic vector sensor

实验 1: 采用 Q-MUSIC 算法和 Q-MN 算法对多声源 DOA 估计进行对比实验。2 个待测声源信号的人射角分别 $(35^\circ, 45^\circ)$ 和 $(60^\circ, 30^\circ)$, 2 个声源的载波频率分别为: $f_1 = 250$ Hz, $f_2 = 200$ Hz, 阵元间距取最小波长的一半, 传播介质为水, 背景噪声为零均值的高斯白噪声, 快拍数为 512, 信噪比(SNR)为 5 dB。仿真结果如图 2、3 所示。

可见,文中提出的 Q-MN 算法能够成功地分辨出 2 个人射声源信号的入射角度,且 Q-MN 算法仿真图形的峰值更加尖锐,谱峰值更大。

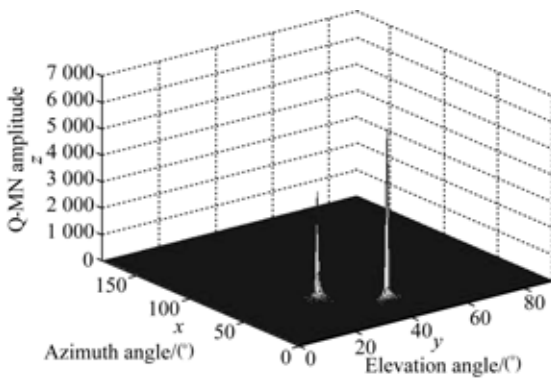


(a) 三维图
(a) 3-D figure

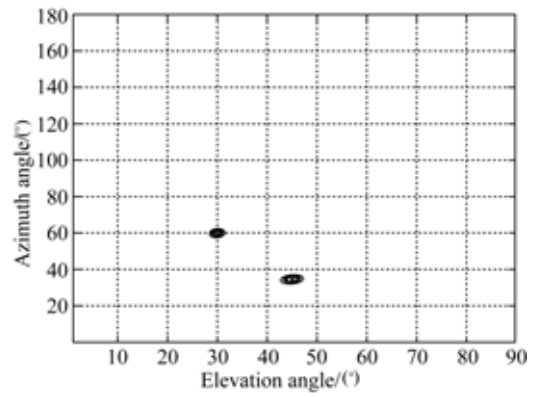


(b) 等高线图
(b) Contour map

图 2 基于 Q-MUSIC 方法的双声源实验
Fig. 2 DOA experiment of double sources based on Q-MUSIC algorithm



(a) 三维图
(a) 3-D figure



(b) 等高线图
(b) Contour map

图 3 基于 Q-MN 方法的双声源实验

Fig. 3 DOA experiment of double sources based on Q-MN-MUSIC algorithm

实验 2: Q-MUSIC 算法和 Q-MN 算法的正交性对比实验。本文依据噪声子空间与导向矢量正交这一特性,实验采用第一个声源,入射角度为 (35°, 45°)。实际情况中,信噪比通常集中在 -5 ~ 20 dB,实验中 SNR 也在这个范围内变化,在每个信噪比下进行 100 次蒙特卡罗仿真实验。 θ, φ 为信源的真实入射角度, $\| \cdot \|$ 表示取范德蒙范数操作, O_{QMN}, O_{QMUSIC} 为算法的正交性因子,计算方法如下:

$$O_{QMUSIC} = E(\| \mathbf{a}(\theta, \varphi)^H \mathbf{V}_2 \|),$$

$$O_{QMN} = E(\| \boldsymbol{\omega} \mathbf{a}(\theta, \varphi) \|).$$

从图 4 可以看出,在相同噪声前提下, Q-MN 算法的噪声子空间与导向矢量的正交性强于 Q-MUSIC 算法,因此,该算法对噪声的抑制能力较强。实际上,这种正交性的优势可以由图 2 和图 3 体现出来。

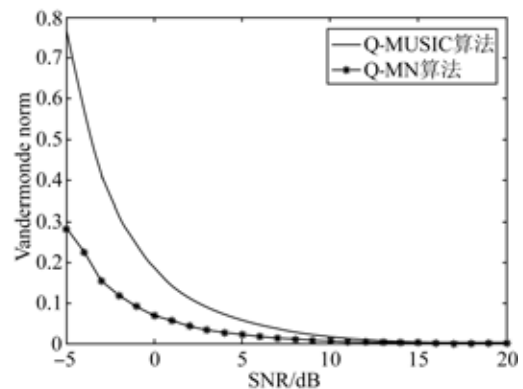


图 4 正交性实验

Fig. 4 Orthogonality versus SNR

实验 3:2 种算法在不同信噪比条件下对入射声源信号 DOA 估计性能实验。实验条件同实验 2。

使用 2 种算法在每个信噪比下分别进行 100 次独立的蒙特卡罗实验。采用联合均方根误差作为评判准则,其中联合均方根误差公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{E[(\hat{\theta} - \theta)^2 + (\hat{\varphi} - \varphi)^2]}.$$

由图 5 可以看出,在信噪比大于 5 时,2 种算法的统计性能基本相当。在低信噪比段,由于 Q-MN 算法将多维噪声子空间进行了化简,从而

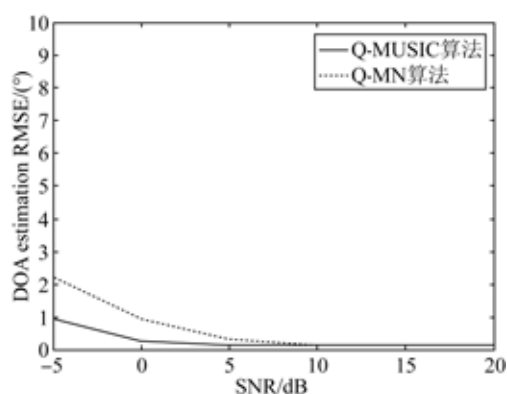


图 5 均方根误差实验

Fig. 5 RMSE of DOA versus SNR

参考文献:

- [1] 孙贵青,李启虎.声矢量传感器研究进展[J].声学学报,2004,29(6):481-490.
SUN G Q, LI Q H. Research progress on acoustic vector sensor [J]. *Journal of Acoustics*, 2004, 29 (6):481-490. (in Chinese)
- [2] 黄家才,陶建武,温秀兰.电磁矢量传感器原位误差校正方法[J].电子学报,2009,37(2):351-356.
HUANG J C, TAO J W, WEN X L. Original error correction of electromagnetic vector sensor [J]. *Journal of Electronics*, 2009, 37 (2) :351-356. (in Chinese)
- [3] 张揽月,杨德森.基于 MUSIC 算法的矢量水听器阵源方位估计[J].哈尔滨工程大学学报,2006,1(25):30-33.
ZHANG L Y, YANG D S. Vector hydrophone array source azimuth estimation based on MUSIC algorithm [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2006, 1(25) :30-33. (in Chinese)
- [4] SEBASTIAN M, NICOLAS L B, JEROME I M.

降低了噪声矢量对噪声成分的鲁棒性,表现略显逊色,但计算量减小方面的优势是明显的,在实际战场环境对于实时性要求高的前提下,本文提出的 Q-MN 算法仍具有突出的实用性。

5 结 论

本文提出了基于声矢量传感器阵列的 Q-MN 算法。该算法结合四元数“紧凑”的数据表达,推导了噪声子空间的四元数最小范数形式,并给出了相应的谱峰搜索公式。与 Q-MUSIC 算法相比,本文算法至少能节省 50% 的谱峰搜索量。仿真结果表明,本文算法能成功分辨出 2 个入射声源信号的入射角度,最小范数法构建的低维噪声矢量与导向矢量间的正交性优于高维噪声子空间与导向矢量间的正交性,在 0 dB 时,其范德蒙范数和谱峰分别为 Q-MUSIC 算法的 1/3 和 3 倍。综上所述,本文方法较原有方法更适用于雷达、声纳、移动通信、地质勘探等目标定位的实际系统。此外,本文方法不局限于 L 线阵,对双平行线阵与面阵也同样适用。

- High resolution vector-sensor array processing using quaternions [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 13:918-923.
- [5] 康晓涛,王志洋,康博宇,等.四元数在均匀圆形矢量传感器阵列信号参数估计中的应用[J].吉林大学学报工学版,2013,42(增刊):154-159.
KANG X T, WANG ZH Y, KANG B Y, et al. . Application of quaternion vector sensor in the uniform circular array signal parameter estimation [J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2013, 42(sup.):154-159. (in Chinese)
- [6] SEBASTIAN M, NICOLAS L B. High resolution vector-sensor array processing using quaternions [C]. 2005 *IEEE/SP 13th Workshop on Statistical Signal Processing*, 2005:918-923.
- [7] 李新波,孙海欣,李晓青,等.基于四元数 MUSIC 算法的声矢量传感器阵列二维波达角估计[J].吉林大学学报工学版,2014,43(cnki 优先出版).
LI X B, SUN H X, LI X Q, et al. . 2-D direction of arrival estimation with acoustic vector sensor array

- based on quaternions MUSIC algorithm [J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2014, 43(Priority Publishing in CNKI). (in Chinese)
- [8] 何光进,程锦房,张炜. 基于四元数的声压振速联合方位估计算法[J]. *武汉理工大学学报*, 2012, 4(36): 712-716.
HE G J, CHENG J F, ZHANG W. Sound pressure and velocity joint estimation algorithm based on quaternion[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2012, 4(36): 712-716. (in Chinese)
- [9] NICOLAS L B, SEBASTIAN M, JEROME I M. MUSIC algorithm for vector-sensors array using biquaternions [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(9): 4523-4533.
- [10] SEBASTIAN M, NICOLAS L B, JEROME I M. Quaternion-MUSIC for vector-sensor array processing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(4): 1218-1229.
- [11] LAVATE T B, KOKATE V K, SAPKAL A M. Performance analysis of MUSIC and ESPRIT DOA estimation algorithms for adaptive array smart antenna in mobile communication [C]. *IEEE Second International Conference on Computer and Network Technology (ICCNT)*, 2010: 308-311.
- [12] LI Y, ZH J Q, H B, *et al.*. A novel 2-D quaternion ESPRIT for joint DOA and polarization estimation with crossed-dipole arrays [C]. *Industrial Technology (ICIT)*, 2013: 1038-1043.
- [13] 张志成,林君,石要武,等. 用加权子空间拟合和量子粒子群算法联合估计多普勒频率和波达方向[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(9): 2445-2451.
ZH ZH CH, LIN J, SHI Y W, *et al.*. Joint estimation of Dopplers and DOAs by WSF-QPSO method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(9): 2445-2451. (in Chinese)
- [14] 张志成,石要武. 利用状态空间模型联合估计波达方向和频率[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(4): 916-921.
ZH ZH CH, SHI Y W. Estimation of direction of arrival and frequency based on state-space model. [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(4): 916-921. (in Chinese)
- [15] HOBIGER M, CORNOU C, BARD P, *et al.*. A quaternion-based array processing technique for surface wave polarization analysis [C]. *2011 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, 2011: 5-8.
- [16] 朱明,孙继刚,梁伟,等. 四元数曲波变换多源多聚焦彩色图像融合[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(10): 2671-2678.
ZHU M, SUN J G, LIANG W, *et al.*. Multiple multifocus color image fusion using quaternion curvelet transform [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(10): 2671-2678. (in Chinese)
- [17] 石屹然. 有色噪声背景下极化阵列信号参数估计方法研究[D]. 兰州: 兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 2010.
SHI Y R. *Study on methods of parameter estimation of polarization sensitive array signal in colored noise* [D]. Lanzhou: Institute of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)

作者简介:



李新波(1980—),男,吉林吉林人,博士,讲师,2002年、2005年于吉林大学分别获得学士、硕士学位,2007年至2008年为新加坡南洋理工大学联合培养博士生,2009年于吉林大学获得博士学位。主要从事阵列信号处理、时频分析方面的研究。E-mail: cinple@126.com



李晓青(1989—),女,河北邢台人,2012年于吉林农业大学获得学士学位,主要研究方向为阵列信号处理。E-mail: 595270@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)