

文章编号 1004-924X(2014)07-1955-07

弱标定立体图像对的欧氏极线校正框架

李国栋^{1,2}, 田国会^{2*}, 王洪君¹, 尹建芹³

- (1. 山东大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250100;
2. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061;
3. 济南大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250022)

摘要:为了快速且直观地对相机弱标定(即相机内参数已知而外参数未知)情况下的立体图像对进行欧氏极线校正,提出了一套完整的欧氏极线校正框架。首先,针对两视图对应相机的位姿信息估计问题,提出一种新的不依赖矩阵奇异值分解运算的本质矩阵分解和唯一解确定算法。然后,对传统欧氏极线校正问题进行推广,并利用估计出的相机位姿构造出具有明确几何意义的无穷单应变换对,进而将其施加到立体图像对来完成欧氏极线校正。最后,利用 8 组 SYNTIM 立体图像对验证了所提出校正框架的正确性和校正精度。实验结果表明:该欧氏极线校正框架不仅形式直观,计算简单,易于实现,而且具有明确的几何意义。与其他欧氏极线校正方法比较,提出的方法能够获得更高的校正精度,且更好地消除了立体图像对的水平或垂直视差。

关键词:相机标定;对极几何;极线校正;立体图像对;本质矩阵分解

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142207.1955

Euclidean epipolar rectification frame of weakly calibrated stereo pairs

LI Guo-dong^{1,2}, TIAN Guo-hui^{2*}, WANG Hong-jun¹, YIN Jian-qin³

- (1. School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250100, China;
2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China;
3. School of Information Science and Engineering, University of Jinan, Jinan 250022, China)

* Corresponding author, E-mail: g. h. tian@sdu. edu. cn

Abstract: To quickly and intuitively finish the Euclidean epipolar rectification of weakly calibrated stereo pairs (namely, the camera intrinsic parameters are known and the camera external parameters are unknown), an integral Euclidean epipolar rectification frame was proposed. Firstly, a novel essential matrix decomposition and unique solution determination algorithm independent on the Singular Value Decomposition (SVD) operation was proposed to determine the position and orientation information between two cameras. Then, the problem of traditional Euclidean epipolar rectification was generalized, and the infinite homography matrixes were constructed by the estimated

收稿日期: 2013-07-26; **修订日期:** 2013-09-24.

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目 (No. 2006AA040206, No. 2009AA04Z220); 国家自然科学基金资助项目 (No. 61075092, 61203341); 山东省自然科学基金资助项目 (No. ZR2011FM011); 山东大学自主创新基金资助项目 (No. 2011JC017)

camera position and orientation to finish the rectification process of stereo pairs. Finally, the eight groups of SYNTIM images were used to validate the correctness and accuracy of the rectification frame. Experimental results indicate that the proposed frame has the advantages of intuitive form, low computational complexity and easy implementation, as well as the explicit geometrical meanings. As comparison with traditional Euclidean epipolar rectification method, it can well remove the horizontal or vertical disparities of stereo pairs, and can offer higher rectification accuracy.

Key words: camera calibration; epipolar geometry; epipolar rectification; stereo pairs; Essential matrix decomposition

1 引 言

极线校正又称为立体视觉校正^[1],其目的是消除立体图像对在垂直方向的视差,从而使立体图像对的对应特征点处于同一扫描线上,将立体匹配的搜索范围从二维降为一维。因其匹配速度快,匹配精度高,被广泛应用于 3D 重建^[2]、视图合成^[3]、图像拼接^[4-5]等图像处理领域。

极线校正可以在无相机标定和有相机标定两种情况下进行。无相机标定情况下的极线校正的主要思想为:首先对立体图像对进行特征提取与匹配,以建立对应点集,然后根据对应点集构造匹配变换对(也叫双线性变换对),并根据校正后的对应匹配点集设计代价函数,通过非线性迭代优化算法对匹配变换对的参数进行优化,以使代价函数最小化。Hartley I^[6]最早提出极线校正理论,他首先选择一个双线性变换把右视图的对极点映射到无穷远点,然后寻求能够最小化校正后的对应匹配点的距离平方和的匹配变换;该方法运算较快,但校正后图像失真变形较大。Loop 和 Zhang^[7]提出了一种基于基本矩阵的极线校正方法,他们将两个双线性变换分解为相似变换、剪切变换和射影变换三部分,并通过优化某代价函数使射影变换部分尽可能退化为仿射变换;不过该方法严重依赖基本矩阵的精确求解,性能也不够稳定。Isgro 和 Trucco^[8]提出了一种避免计算基本矩阵的极线校正方法;该方法使用的代价函数与文献[5]相同;但该方法的图像失真依然较大。Fusiello A^[9]提出了一种拟欧氏极线校正方法,将双线性变换对限定为无穷单应阵,并对其进行参数优化,使校正后对应匹配点的 Sampson 误差平

方和最小化;该方法有效地克服了图像失真,但存在运算量大,实时性差的缺点。

为满足某些场合对极线校正的实时性要求,人们常利用专用标定设备对相机的内外参数进行离线标定,这种相机标定情况下的极线校正被称为欧氏极线校正。欧氏极线校正主要思想是通过旋转摄像机坐标轴来构造旋转投影变换对。因为这种方法几乎不会导致图像失真,故被视为极线校正的理想情况。Fusiello A^[10]通过对欧氏极线校正进行系统的总结,提出了一种简洁的校正算法,不过该算法求得的旋转投影变换对为一组特定数值解,缺乏明确的几何意义。

受文献[10]的启发,本文提出了一套完整的相机弱标定立体图像对的欧氏极线校正框架。针对相机外参数未知的特点,本文首先提出了一种不依赖矩阵奇异值分解运算的本质矩阵分解和唯一解确定算法来获取相机的位姿信息;然后在分解出的位姿信息的基础上,给出了旋转投影变换对的解析构造方法。该方法不仅能够求得全部旋转投影变换对的解析解,而且有着明确的几何意义。最后的实验结果验证了所提欧氏校正框架的正确性和有效性。

2 预备知识

本节独立地给出欧氏极线校正过程中涉及到的几个重要关系式,这些关系式在后文也得到了广泛的应用。

对于单位转轴为 \mathbf{k} ,转角为 θ 的旋转矩阵,其表达通式为:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{k},\theta} = \cos\theta \mathbf{I}_{3 \times 3} + \sin\theta [\mathbf{k}]_{\times} + (1 - \cos\theta) \mathbf{k}\mathbf{k}^{\text{T}}, \quad (1)$$

其中: $[\mathbf{k}]_{\times}$ 为矢量 \mathbf{k} 张成的反对称矩阵, 具有如下形式:

$$[\mathbf{k}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -k_z & k_y \\ k_z & 0 & -k_x \\ -k_y & k_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中: k_x, k_y, k_z 分别为 \mathbf{k} 的 3 个分量。如果 \mathbf{M} 为任意的 3×3 矩阵, \mathbf{x}, \mathbf{y} 为任意列矢量, 则有如下等式成立:

$$(\mathbf{M}\mathbf{x}) \times (\mathbf{M}\mathbf{y}) = [\mathbf{M}\mathbf{x}]_{\times} (\mathbf{M}\mathbf{y}) = \mathbf{M}^* (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) = \mathbf{M}^* [\mathbf{x}]_{\times} \mathbf{y}, \quad (3)$$

其中: \mathbf{M}^* 为矩阵 \mathbf{M} 的余因子矩阵, 其 (ij) 元素等于 $(-1)^{i+j} \det(\hat{\mathbf{M}}_{ij})$, $\hat{\mathbf{M}}_{ij}$ 为 \mathbf{M} 划去第 i 行和第 j 列所得到的矩阵。显然, 当 \mathbf{M} 可逆时, 可由式(3)得到如下等式:

$$\mathbf{M}^T [\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{M} = [\mathbf{M}^{-1} \mathbf{t}]_{\times}. \quad (4)$$

令 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为 2 个线性无关的单位列向量, 则使方程

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = \mathbf{b}. \quad (5)$$

成立的旋转矩阵 \mathbf{R} 的通解为:

$$\mathbf{R}(\theta) = \mathbf{R}_{\mathbf{b}, \theta} \mathbf{R}_{\mathbf{a} \times \mathbf{b}} \|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|_2^{-1} \arccos \mathbf{a}^T \mathbf{b}. \quad (6)$$

3 本质矩阵分解及唯一解确定

传统本质矩阵的分解和唯一解确定方

$$\mathbf{t} = \begin{cases} \begin{bmatrix} -\frac{e_2 Me_{k2} + e_3 Me_{k3}}{e_1} & Me_{k2} & Me_{k3} \end{bmatrix}^T, & j=1, k \neq j \\ \begin{bmatrix} Me_{k1} & -\frac{e_1 Me_{k1} + e_3 Me_{k3}}{e_2} & Me_{k3} \end{bmatrix}^T, & j=2, k \neq j, \\ \begin{bmatrix} Me_{k1} & Me_{k2} & -\frac{e_1 Me_{k1} + e_2 Me_{k2}}{e_3} \end{bmatrix}^T, & j=3, k \neq j \end{cases} \quad (9)$$

进而求得满足约束 $\|\mathbf{t}\|_2 = 1$ 的 2 个平移量 $\mathbf{t}_1 = \mathbf{t}, \mathbf{t}_2 = -\mathbf{t}$, 其中:

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{t}}{\|\mathbf{t}\|_2}. \quad (10)$$

求得平移量后, 首先将 \mathbf{t}_1 代入式(7), 有:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}^{1T} \\ \mathbf{e}^{2T} \\ \mathbf{e}^{3T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}^{1T} \\ \mathbf{t}^{2T} \\ \mathbf{t}^{3T} \end{bmatrix} \mathbf{R}_1, \quad (11)$$

其中: $\mathbf{e}^{iT}, \mathbf{t}^{iT}$ 分别为矩阵 $\mathbf{E}, [\mathbf{t}]_{\times}$ 的第 i 行向量。整理得:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 \mathbf{e}^1 &= \mathbf{t}^1, \\ \mathbf{R}_1 \mathbf{e}^2 &= \mathbf{t}^2. \end{aligned} \quad (12)$$

法^[11-14]均严重依赖于本质矩阵的奇异值分解运算, 且需对景物结构进行 3D 重建, 根据景物结构的成像深度大于零这一约束条件, 从 4 组分解结果中分辨出唯一正确解。这些方法不仅难于编程实现, 而且分解速度也慢。本节给出一种不依赖奇异值分解的本质矩阵分解和唯一解确定算法, 相比传统分解算法, 本算法能有效简化本质矩阵分解的复杂性, 提高分解速度。

3.1 本质矩阵分解

首先对两幅原始视图 I_0, I_1 进行特征提取与匹配, 然后再从假设匹配集中确定出内点集 $\{\mathbf{x}_i \leftrightarrow \mathbf{y}_i\} (i=1 \cdots N)$, 估计出基本矩阵 \mathbf{F} 。记 \mathbf{K}, \mathbf{K}' 分别为两摄像机的内参矩阵, $[\mathbf{R} | \mathbf{t}]$ 为两摄像机间的相对位姿, 则原始视图间的本质矩阵为:

$$\mathbf{E} = [\mathbf{t}]_{\times} \mathbf{R} = \mathbf{K}'^T \mathbf{F} \mathbf{K}. \quad (7)$$

将其进行缩放使之满足 $\|\mathbf{E}\|_F = \sqrt{2}$ 的约束, 记:

$$\mathbf{E}^T = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中: 元素 e_{ij} 的代数余子式可记为 Me_{ij} , 选择任意 $e_{ij} \neq 0$, 则可根据 $\mathbf{E}^T \mathbf{t} = 0$ 和 j 的取值求得平移量 \mathbf{t} 的特解:

进而有:

$$\mathbf{t}^1 \times \mathbf{t}^2 = (\mathbf{R}_1 \mathbf{e}^1) \times (\mathbf{R}_1 \mathbf{e}^2). \quad (13)$$

将式(13)按照式(3)和式(4)展开, 有:

$$\mathbf{t}^1 \times \mathbf{t}^2 = \mathbf{R}_1 [\mathbf{e}^1]_{\times} \mathbf{e}^2 = \mathbf{R}_1 (\mathbf{e}^1 \times \mathbf{e}^2). \quad (14)$$

则有如下等式成立:

$$\mathbf{R}_1 [\mathbf{e}^1 \quad \mathbf{e}^2 \quad \mathbf{e}^1 \times \mathbf{e}^2] = [\mathbf{t}_1 \quad \mathbf{t}_2 \quad \mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2]. \quad (15)$$

可以看出, 矢量 $\mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \mathbf{e}^1 \times \mathbf{e}^2$ 线性无关, 因此矩阵 $[\mathbf{e}^1 \quad \mathbf{e}^2 \quad \mathbf{e}^1 \times \mathbf{e}^2]$ 一定可逆, 则旋转矩阵 \mathbf{R}_1 的解为:

$$\mathbf{R}_1 = [\mathbf{t}_1 \quad \mathbf{t}_2 \quad \mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2] [\mathbf{e}^1 \quad \mathbf{e}^2 \quad \mathbf{e}^1 \times \mathbf{e}^2]^{-1}. \quad (16)$$

类似地,将 t_1, t_2 , 分别代入 $-E=[t]_{\times} R, E=[t]_{\times} R$ 和 $-E=[t]_{\times} R$, 有:

$$R_2 = [t_1 \quad t_2 \quad t_1 \times t_2] [-e^1 \quad -e^2 \quad e^1 \times e^2]^{-1}, \quad (17)$$

$$R_3 = R_2, \quad (18)$$

$$R_4 = R_1. \quad (19)$$

至此,当本质矩阵 E 和第一幅变换视图对应的摄像机矩阵 $P=[I|0]$ 给定,第二幅变换视图对应的摄像机矩阵有如下 4 种可能:

$$P_1 = [R_1 | t], P_2 = [R_2 | t],$$

$$P_3 = [R_1 | -t], P_4 = [R_2 | -t].$$

图 1 所示为由本质矩阵分解出的 4 组可能解间的关系。其中,图 1(a),图 1(d)为基线倒置关系,图 1(b),图 1(c)为基线倒置关系,图 1(a),图 1(c)构成扭转对,图 1(b),图 1(d)构成扭转对。由图 1 可以看出,在 4 组可能解中,只有一组恢复出的空间 3D 点 X 同时位于两摄像机的前方。

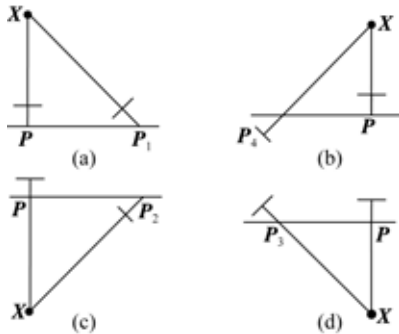


图 1 由本质矩阵分解出的 4 组可能解

Fig. 1 Four possible solutions decomposed from essential matrix

3.2 唯一解确定

分解出 4 组可能解后,为确定唯一解,还需利用线性三角形法对景物结构进行 3D 重建,而线性三角形法又涉及 SVD 运算。本节给出一种直接求解空间 3D 点在两摄像机中成像深度的方法。该方法避免了景物结构的 3D 重建,有效降低了唯一解的确定难度。

由摄像机成像模型可知:

$$\sigma_1 x = K[I|0]X, \sigma_2 y = K'[R|t]X, \quad (20)$$

其中: X 为空间 3D 点, σ_1, σ_2 分别为 X 在两摄像机中的成像深度。整理得:

$$\sigma_1 K^{-1} x = [I|0]X,$$

$$\sigma_2 R^T K'^{-1} y = [I|R^T t]X. \quad (21)$$

方程组(21)的两方程相减,得:

$$[K^{-1} x \quad -R^T K'^{-1} y] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = -R^T t, \quad (22)$$

则两成像深度为:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = -[K^{-1} x \quad -R^T K'^{-1} y]^+ R^T t. \quad (23)$$

对由式(23)求得的 σ_1, σ_2 均施加大于零的约束,则可从本质矩阵分解出的 4 组可能解中确定出唯一正确解。

4 极线校正框架

图 2 所示为位姿关系矩阵为 $[R|t]$ 的立体图像对所对应的相机示意图。其中, C, C' 为两相机的光心,两光心的连线为基线,基线与像平面的交点 e, e' 被称为对极点,它们构成的点对应 $\{e \leftrightarrow e'\}$;空间三维点 X 在两相机中所成的像分别为 x, y ,它们构成另一对点对应 $\{x \leftrightarrow y\}$ 。因此,过点 x, e 的对极线 l 和过点 y, e' 的对极线 l' 构成线对应 $\{l \leftrightarrow l'\}$ 。

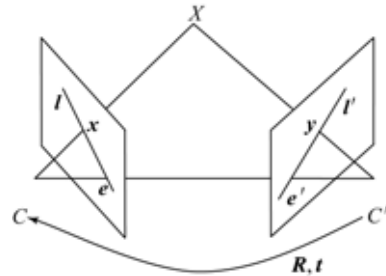


图 2 立体图像对对应的相机示意图

Fig. 2 Schematic diagram of cameras corresponding to stereo image pairs

传统欧氏极线校正的目的是消除两立体图像对的垂直视差,其主要思想是通过旋转摄像机的坐标轴,使变换后视图的对应极点 $e \leftrightarrow e'$ 相等,对应对极线(即扫描线) $l \leftrightarrow l'$ 相等且水平平行。本文对欧氏极线校正的概念进行了扩展,消除了变换后视图的垂直或水平误差,即变换后视图的对应极点 $e \leftrightarrow e'$ 相等,对应对极线(即扫描线) $l \leftrightarrow l'$ 相等,且水平平行或者竖直平行。

不难看出,当变换后的扫描线水平时,平移量 t 取为 $t_d = [-1 \quad 0 \quad 0]^T$;当变换后扫描线竖直时,平移量 t 取为 $t_d = [0 \quad -1 \quad 0]^T$ 。扩展的欧

氏极线校正问题被归纳为如下问题:即两原始视图间的基本矩阵 $\mathbf{F}=\mathbf{K}'^{-\text{T}}[\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{R}\mathbf{K}^{-1}$ 已知,如何对原始视图分别施加旋转射影变换:

$$\mathbf{H}_A=\mathbf{K}\mathbf{R}_A\mathbf{K}^{-1}, \quad (24)$$

$$\mathbf{H}_B=\mathbf{K}'\mathbf{R}_B\mathbf{K}'^{-1}, \quad (25)$$

使得变换后视图的基本矩阵满足如下形式:

$$\mathbf{F}'=\mathbf{K}'^{-\text{T}}[\mathbf{t}_d]_{\times}\mathbf{K}^{-1}. \quad (26)$$

首先,将式(24),式(25)代入原始视图基本矩阵 \mathbf{F} ,变换后的基本矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= \mathbf{H}_B^{-\text{T}}\mathbf{F}\mathbf{H}_A^{-1} = \\ &= \mathbf{K}'^{-\text{T}}\mathbf{R}_B[\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{R}\mathbf{R}_A^{\text{T}}\mathbf{K}^{-1} = \\ &= \mathbf{K}'^{-\text{T}}\mathbf{R}_B\mathbf{R}(\mathbf{R}^{\text{T}}[\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{R})\mathbf{R}_A^{\text{T}}\mathbf{K}^{-1} = \\ &= \mathbf{K}'^{-\text{T}}\mathbf{R}_B\mathbf{R}[\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{R}_A^{\text{T}}\mathbf{K}^{-1} = \\ &= \mathbf{K}'^{-\text{T}}\mathbf{R}_B\mathbf{R}\mathbf{R}_A^{\text{T}}(\mathbf{R}_A[\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{R}_A^{\text{T}})\mathbf{K}^{-1} = \\ &= \mathbf{K}'^{-\text{T}}\mathbf{R}_B\mathbf{R}\mathbf{R}_A^{\text{T}}[\mathbf{R}_A\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t}]_{\times}\mathbf{K}^{-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

令式(26)和式(27)相等,可知:

$$\mathbf{R}_B\mathbf{R}\mathbf{R}_A^{\text{T}}[\mathbf{R}_A\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t}]_{\times}=[\mathbf{t}_d]_{\times}, \quad (28)$$

进而有:

$$\mathbf{R}_A(-\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t})=-\mathbf{t}_d, \mathbf{R}_B=\mathbf{R}_A\mathbf{R}^{\text{T}}. \quad (29)$$

式(29)有明确的几何意义: $-\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t}$ 是以 $\{C\}$ 为参考坐标系时基线的方向矢量, $-\mathbf{t}_d$ 是以 $\{C\}$ 为参考坐标系时基线期望达到的方向矢量, $\{C\}$ 通过纯旋转 \mathbf{R}_A 到达 $\{C_R\}$, 其基线以 $\{C_R\}$ 为参考坐标系时,方向表达式为 $-\mathbf{t}_d$; 另一方面,坐标系 $\{C'\}$ 的旋转变换包含 2 个旋转分量,首先旋转 \mathbf{R}^{T} 使 $\{C'\}$ 的像平面与 $\{C\}$ 平行,然后旋转 \mathbf{R}_A 使其与 $\{C_R\}$ 共面。

由式(29)还可以看出,欧氏极线校正的关键是求旋转矩阵 \mathbf{R}_A 。由式(5)和式(6)知, \mathbf{R}_A 的通解为:

$$\mathbf{R}_A(\alpha)=\mathbf{R}_{-\mathbf{t}_d,\alpha}\mathbf{R}_{\mathbf{k}_1,\theta_1}, \quad (30)$$

式(30)的转轴和转角分别为:

$$\mathbf{k}_1=\frac{(-\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t})\times(-\mathbf{t}_d)}{\|(-\mathbf{R}^{\text{T}}\mathbf{t})\times(-\mathbf{t}_d)\|_2}. \quad (31)$$

$$\theta_1=\arccos\mathbf{t}^{\text{T}}\mathbf{R}\mathbf{t}_d. \quad (32)$$

至此,通过式(24)~式(32)就可以得到具有解析解和明确几何意义的欧氏极线校正框架。通过上述公式可以看出,欧氏极线校正的解并不唯一。

5 实验与分析

为便于对比,实验部分选择 SYNTIM

(INRIA, Rocquencourt) 立体图像对用于验证所提出欧氏校正框架的正确性和校正精度。首先使用基于加速鲁棒特征 (Speed Up Robust Features, SURF) 的图像配准方法计算出立体图像对的假设匹配集,并用 RANSAC (Random Sample Consensus) 自动估计出立体图像对的基本矩阵,并从假设匹配集中提取出内点集,然后利用第 3 节的本质矩阵分解方法确定出两相机的位姿关系。

5.1 校正后扫描线水平的情形

当扫描线水平时,扫描线与水平线夹角为 $\theta=0$,此时变换后两相机的单位纯平移量为 $\mathbf{t}_d=[-1 \ 0 \ 0]^{\text{T}}$,这与两摄像机左右水平放置构成的双目视觉设备刚好对应。分别取式(30)中的 α 角为 $0, -\pi/6, \pi/6$,可得到如图 3 所示(彩图见期刊电子版)的校正结果。



(a) $\alpha=0$ 时 Tot 图像对的校正结果

(a) Rectification results of Tot pairs with α of 0



(b) $\alpha=-\pi/6$ 时 Tot 图像对的校正结果

(b) Rectification results of Tot pairs with α of $-\pi/6$



(c) $\alpha=\pi/6$ 时 Tot 图像对的校正结果

(c) Rectification results of Tot pairs with α of $\pi/6$

图 3 水平校正时图像对的校正结果

Fig. 3 Results of horizontal rectification for image pairs

5.2 校正后扫描线竖直的情形

当扫描线竖直时,扫描线与水平线夹角为

$\theta = \pi/2$, 此时变换后两相机的单位纯平移量为 $t_d = [0 \quad -1 \quad 0]^T$, 这对应于两摄像机上下垂直放置构成的双目视觉设备。同样分别取式(30)中的 α 角为 $0, -\pi/6, \pi/6$, 可得到如图 4 所示(彩图见期刊电子版)的校正结果。



(a) $\alpha=0$



(b) $\alpha=-\pi/6$



(c) $\alpha=\pi/6$

图 4 垂直校正时图像对的校正结果

Fig. 4 Results of vertical rectification for image pairs

5.3 校正误差分析

当欧氏极线校正为水平校正时, 可根据原始视图的内点集 $\{x_i \leftrightarrow y_i\} (i=1 \dots N)$ 和构造的无穷单应变换对 H_A, H_B 求得变换后视图对应点间的垂直校正误差:

$$e_{rec_V} = \frac{1}{N} \sum_j \sqrt{((H_B y_j)_2 - (H_A x_j)_2)^2}, \quad (33)$$

当欧氏极线校正为垂直校正时, 变换视图对

应点间的水平校正误差为:

$$e_{rec_H} = \frac{1}{N} \sum_j \sqrt{((H_B y_j)_1 - (H_A x_j)_1)^2}, \quad (34)$$

其中: $(\cdot)_1$ 是变换后图像点的横坐标, $(\cdot)_2$ 是变换后图像点的纵坐标, N 为点对应的个数。

为便于比较, 选择与文献[10]相同的 SYNTIM 图像对子集, 将 Aout, Balmire, BalMouss, BatIntria, Color, Rubik, Sport, Tot 立体图像对分别记为 1~8, 并将文献[10]求得的欧氏极线校正的 e_{rec_V} 记为参考值 e_{ref} , 利用本文方法进行校正, 并计算出水平或垂直校正误差, 如表 1 所示。

表 1 SYNTIM 立体图像对校正误差

Tab. 1 Rectification errors for SYNTIM pairs (pixel)

No.	e_{ref}	e_{rec_V}			e_{rec_H}		
		$\alpha=0^\circ$	$\alpha=-30^\circ$	$\alpha=30^\circ$	$\alpha=0^\circ$	$\alpha=-30^\circ$	$\alpha=30^\circ$
1	2.629	2.107	4.251	3.706	2.294	5.139	6.334
2	0.985	0.523	1.729	2.510	1.699	4.106	6.325
3	6.237	4.187	6.126	5.991	6.549	8.682	8.072
4	1.429	1.090	2.908	3.343	2.320	4.601	5.098
5	0.782	0.309	2.383	2.179	1.391	3.702	3.086
6	1.705	1.536	3.591	2.389	1.550	3.093	4.138
7	0.940	0.541	2.533	1.473	3.574	4.503	4.561
8	0.768	0.661	2.863	3.958	6.610	9.436	9.410

由表 1 可以看出, 当式(30)的 α 取零时, 本文方法的校正精度略好于文献[10], 这是因为本文方法求得的两摄像机的旋转角度之和一定最小。而一旦 $\alpha \neq 0$, 则相当于两摄像机做了额外的冗余旋转, 使得原本较小的校正误差由于伴随摄像机的额外旋转而得到放大。因此在实际的欧氏极线校正过程中, 一般将 α 取为零。

通过表 1 还可以看出, 即使利用专业标定设备对摄像机的内参数进行了精确标定, 欧氏极线校正某些场合(如第 1, 3, 4, 6 组立体图像对)也无法得到精确的校正结果, 这是因为欧氏极线校正并没有将校正误差引入校正过程以构成负反馈, 因此它本质上属于开环过程。

6 结 论

针对相机弱标定时立体图像对的欧氏极线校正问题,本文提出了一套完整的欧氏极线校正框架。首先针对相机弱标定时其外参数未知的问题,提出了一种新的不依赖奇异值分解运算的本质矩阵数值分解和唯一解确定算法,这种算法比其他本质矩阵分解算法计算简单,易于编程实现

且运算速度更快。其次,将消除立体图像对垂直视差的传统欧氏极线校正问题扩展为消除立体图像对的水平或垂直视差,并构造出了易于理解和使用的且具有明确几何意义的解析旋转投影变换对(也叫无穷单应变换对)来完成立体图像对的欧氏极线校正。实验结果证明:相比其他欧氏极线校正方法,本文提出的校正框架能获得更高精度的校正结果,从而能够更好地消除立体图像对的水平或垂直视差。

参考文献:

- [1] HARTLEY R I. Theory and practice of projective rectification [J]. *International Journal of Computer Vision*,1999,35(2):115-127.
- [2] POLLEFEYS M, KOCH R, VERGAUWEN M, *et al.*. Automated reconstruction of 3D scenes from sequences of images [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*,2000,55(4):251-267.
- [3] CRIMINISI A, BLAKE A, ROTHER C, *et al.*. Efficient dense stereo with occlusions for new view-synthesis by four-state dynamic programming[J]. *International Journal of Computer Vision*,2007,71(1):89-110.
- [4] 杨立保,李艳红,王晶,等.多镜头成像拼接方法在经纬仪系统中的应用[J].*光学精密工程*,2010,18(5):1048-1053.
YANG L B, LI Y H, WANG J, *et al.*. Application of multi-lens image stitching to opto-electronic theodolites [J]. *Opt. Precision Eng.*,2010,18(5):1048-1053. (in Chinese)
- [5] 冯宇平,戴明,孙立悦,等.图像自动拼接融合的优化设计[J].*光学精密工程*,2010,18(2):470-476.
FENG Y P, DAI M, SUN L Y, *et al.*. Optimized design of automatic image mosaic [J]. *Opt. Precision Eng.*,2010,18(2):470-476. (in Chinese)
- [6] HARTLEY R I, GUPTA R. Computing matched-epipolar projections [C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, New York, USA,1993:549-555.
- [7] LOOP C, ZHANG Z Y. Computing rectifying homographies for stereo vision [C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Fort Collins, USA,1999:125-131.
- [8] ISGRO F, TRUCCO E. Projective rectification without epipolar geometry [C]. *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Fort Collins, USA,1999:94-99.
- [9] FUSIELLO A, IRSARA L. Quasi-Euclidean epipolar rectification of uncalibrated images [J]. *Machine Vision and Applications*,2011,22(4):663-670.
- [10] FUSIELLO A, TRUCCO E, VERRI A. A compact algorithm for rectification of stereo pairs [J]. *Machine Vision and Applications*,2000,12(1):16-22
- [11] FAUGERAS O. *Three Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint* [M]. The MIT Press,1993.
- [12] HARTLEY R, ZISSERMAN A. *Multiple View Geometry in Computer Vision* [M]. Cambridge Press,2000.
- [13] MA Y. *An Invitation to 3-D Vision: from Images to Geometric Models*[M]. Springer,2004.
- [14] 吕恒毅,刘杨,郭永飞.遥感相机焦面 CCD 机械拼接中重叠像素数的确定[J].*光学精密工程*,2012,20(5):1041-1047.
LV H Y, LIU Y, GUO Y F. Computation of overlapping pixels of mechanical assembly CCD focal planes in remote sensing cameras [J]. *Opt. Precision Eng.*,2012,20(5):1041-1047.

作者简介:



李国栋(1981—),男,山东济南人,博士后,讲师,2012年于山东大学获得博士学位,主要从事机器视觉及智能机器人控制方面的研究。E-mail:lgd@xtu.edu.cn



田国会(1969—),男,河北河间人,教授,博士生导师,1997年于东北大学获得博士学位,主要从事服务机器人,智能空间技术和离散事件动态系统等方面的研究。E-mail:g.h.tian@sdu.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)