

文章编号 1004-924X(2014)08-2242-05

## 空间立体角“准均匀分布”导航星表划分

李欣璐<sup>1\*</sup>, 杨进华<sup>1</sup>, 张 刘<sup>2</sup>, 金 光<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 小卫星技术国家地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130033)

**摘要:** 为了建立更高性能的导航星表, 分析了现有导航星表划分方法的优缺点, 提出了一种合理划分导航星表的新方法。该方法以块空间立体角“准均匀分布”为原则, 以天球赤道某区域所对应空间立体角大小为基准, 将全天球依序划分为若干个子块, 从而实现了一种分布均匀性更好的导航星表。仿真实验数据表明: 以赤道上  $15^\circ \times 15^\circ$  所对应空间立体角为例, 按空间立体角“准均匀分布”法划分天球后, 最大子块和最小子块所对应的空间立体角变化范围相差 22.86%, 均方根(RMS)值为 0.0603, 其均匀性远高于内接正方体法划分天球的均匀性。该方法为验证星图识别环节中模拟星图的快速生成和进一步筛选导航星奠定了基础。

**关键词:** 导航星表; 星敏感器; 星图识别; 空间立体角

**中图分类号:** V448.22 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142208.2242

## Division of guide star catalogue based on space solid angle “quasi uniform distribution”

LI Xin-lu<sup>1\*</sup>, YANG Jin-hua<sup>1</sup>, ZHANG Liu<sup>2</sup>, JIN Guang<sup>2</sup>

(1. School of Opt-electronics Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;

2. National & Local United Engineering Research Center of Small Satellite Technology, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

\* Corresponding author, E-mail: lixinlu1986@126.com

**Abstract:** To establish a higher performance guide star catalogue, the advantages and disadvantages of existing guide star catalogues were analyzed, a reasonable division method for guide star catalogues was proposed. Following the principle of block space solid angle “Quasi Uniform Distribution”, the method divided the celestial sphere into some sub blocks in a sequence by using a space solid angle corresponding to certain region of the celestial equator for a reference, so that a more uniform distribution of guide star catalogue was achieved. By taking a space solid angle corresponding to the  $15^\circ \times 15^\circ$  as an example, the simulation experiment was performed and the results show that the changed scope of maximum sub block and minimal block is 22.86%, the Root Mean Square(RMS) value is 0.0603, and

收稿日期: 2013-12-22; 修订日期: 2014-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(No. 61008046)

the uniformity is better than that of the inscribed cube method when the space solid angle “quasi uniform distribution” algorithm is used. The proposed method lays a foundation for the rapid generation of star chart and selection of guide star in identification and simulation star charts.

**Key words:** guide star catalogue; star sensor; star pattern recognition; space solid angle

## 1 引 言

星传感器是一种高精度的空间姿态测量仪器,它通过观测恒星来确定航天器姿态,在航天领域应用非常广泛<sup>[1-2]</sup>。导航星表是星传感器系统用来实现恒星星图识别和姿态确定的唯一依据,它的容量、内容、存储读取方式对于星传感器功能和性能指标都极为重要<sup>[3-5]</sup>。导航星的检索速度直接决定星图识别的速度、可靠性、稳定性。为了提高导航星的检索速度,需要对星表进行合理划分,而星表划分对提高星图识别及星跟踪效率具有重要意义。

传统的导航星检索方法是对整个导航星表进行一次遍历,显然,这样的检索效率非常低。因此,通常按某种规则将全天球划分成若干子块后再进行导航星检索。现有的星表划分方法主要有以下几种:(1)赤纬带法<sup>[6]</sup>,它将天球用平行于赤道的平面分成搭接带,使球带在赤纬上的跨度均相等。该方法未对全天球进行均匀划分,其各个子带中导航星分布极不均匀,赤道附近子带中包含大量的冗余导航星。(2)圆锥法<sup>[7]</sup>,它用 11 000 个圆锥体将天球分成大小完全相等的区域。该方法也未对全天球进行均匀划分,划分后的区域彼此重叠,而且同一颗导航星可能会被包含在多个子圆锥面中,这对存储器的容量要求比较大。(3)球矩形法<sup>[8]</sup>,它将整个天球分成 800 个球矩形,对赤经和赤纬分别进行 40 等分和 20 等分。由于不同纬度球矩形所对应的空间立体角不同,而赤经、赤纬坐标在空间上本身是不均匀的,所以该方法对天球的划分也不均匀,尤其在天极附近,子块不能完全用球矩形表示。(4)内接正方体法<sup>[9]</sup>,用天球的内接正方体将天球球面均匀地分成 6 个区域,将每个区域划分成  $N \times N$  的小块。虽指出该方法可以将天区进行均匀且无重叠划分,但实际上是对内接正方体表面积进行均匀无重叠划分,划

分后每个子块所对应的空间立体角不同,尤其当星传感器光轴指向天极附近和内接正方体的 8 个顶点附近时,空间立体角变化范围相差近 5.2 倍,因此该方法对全天球划分的均匀性也较差。

本文针对以上几种导航星表划分方法的优缺点,以块空间立体角“准均匀分布”为原则,提出一种以天球赤道某区域所对应空间立体角大小为基准、将全天球依序划分为若干个子块的方法。

## 2 空间立体角的计算

传统几何划分天区的方法是将天球球面展开成一个矩形平面,然后按某固定值对其赤经、赤纬进行划分,或是将天球的球面投影到某一平面,然后对其平面进行无重叠划分。在实际工程中,星传感器光轴指向在空间会不断旋转,这使得投影到某一平面天球球面的大小不固定,再加上赤经、赤纬坐标在空间上本身是不均匀的,因此若采用传统几何划分天区的方法,导航星表各子块的空间立体角分布均匀性较差。

空间立体角指的是球面上表面积  $dS$  与球半径平方的比值,即

$$d\omega = dS/r^2. \quad (1)$$

立体角的单位为“球面度”,符号为  $sr$ <sup>[10]</sup>。

图 1 显示以  $O$  为球心,  $r$  为半径的一个球面。球面上阴影面积  $dS$  对点  $O$  构成的立体角为  $d\omega$ 。阴影面积的位置由空间极(球面)坐标  $r$ 、 $\Phi$  及  $i$  决定。 $r$  为矢径,  $\Phi$  为弧矢面内的角度,  $i$  为子午面内的角度;  $dr$ 、 $d\Phi$  和  $di$  是  $r$ 、 $\Phi$  及  $i$  的微变量,面积则由边长  $a$  及  $b$  决定,由图 1 可知:

$$a = r \sin i d\varphi, \quad (2)$$

$$b = r di, \quad (3)$$

$$dS = r^2 \sin i di d\varphi. \quad (4)$$

阴影面积对应的立体角为:

$$d\omega = dS/r^2 = \sin i di d\varphi, \quad (5)$$

$$\omega = \iint \sin i \, di \, d\varphi = \int_{\phi} d\varphi \int_i \sin i \, di \quad (6)$$

式(5)、(6)是空间立体角的普遍式。

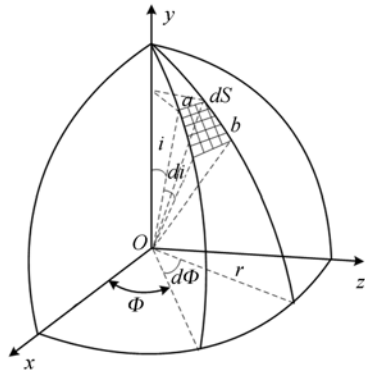


图 1 立体角示意图

Fig. 1 Schematic of solid angle

纵观星表划分方法的发展,空间均匀性是其一贯追求的核心目标,目前国内星表划分均匀性最好的是内接正方体法,但该方法实际是对内接正方体表面积进行均匀无重叠划分,每个子块所对应的空间立体角大小并不相等,因此该方法对全地球的划分均匀性较差。

### 3 按内接正方体法划分天区<sup>[9]</sup>

内接正方体法提出在直角坐标系下将天球球面均匀分成  $6 \times 9 \times 9 = 486$  个子块,由于该方法实际是对内接正方体表面积进行均匀划分,划分后每个子块对应的空间立体角并不相等,尤其是星敏传感器光轴指向天极附近和内接正方体的 8 个顶点附近,如图 2 所示。

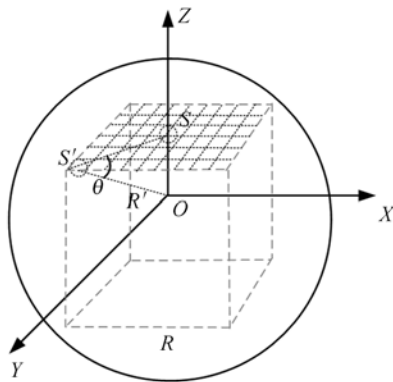


图 2 按内接正方体法划分天区示意图

Fig. 2 Schematic of sky dividing by using internal cube

设内接正方体边长为  $R$ ;其质心到任意顶点距离  $R' = \sqrt{3}/2R$ ;  $R'$  与内接正方体上表面夹角为  $\theta$ ;星敏传感器光轴指向天极附近时视场所截球面积为  $S$ ,星敏传感器光轴指向内接正方体顶点附近时视场所截球面积为  $S'$ ;由投影关系得:

$$S' = \cos(90^\circ - \theta) \cdot S \quad (7)$$

星敏传感器光轴指向天极附近时视场所对应的空间立体角为:

$$\omega = S / (\frac{1}{2}R)^2 \quad (8)$$

星敏传感器光轴指向内接正方体顶点附近时视场所对应的空间立体角为:

$$\omega' = S' / (R')^2 = S' / (\frac{\sqrt{3}}{2}R)^2 \quad (9)$$

由式(7)~式(9)得,空间立体角  $\omega$  与  $\omega'$  变化范围相差近 5.2 倍,因此该方法对全地球的划分均匀性较差。

### 4 按空间立体角划分天区

在实际工程中,星敏传感器空间相机捕获物方的空间立体角是固定不变的,以此为依据,提出空间立体角“准均匀分布”法对天球进行划分,其原理如下:在赤道上以等赤经、赤纬(赤经  $\alpha$  赤纬  $\beta$ ) 的区域所对应空间立体角大小为基准,在同一纬度圈上,对整个纬度圈进行赤经等间隔划分,根据实际情况对最后一个子块进行特殊处理;在不同纬度圈上,每个子块的纬度均匀增加,不同纬度圈上子块的经度变化规则是:

$$\alpha = \beta / \cos(n \cdot \beta) \quad (10)$$

其中:  $n = 1, 2, 3 \dots m$ , 以赤道为基准,随着纬度向南、北极递增,  $n$  的值也随之递增,其中南、北极球冠处作为一个整体,根据  $(\alpha, \beta)$  具体数值对其进行均分。

以赤道上  $15^\circ \times 15^\circ$  所对应空间立体角为例,将全天球依序划分为 202 个子块,其中将南、北极球冠处的球面均分为 4 块,如图 3 所示。

按纬度变化方向(由高纬至低纬),统计北极至赤道之间纬度圈标准子块空间立体角大小,如表 1 所示。

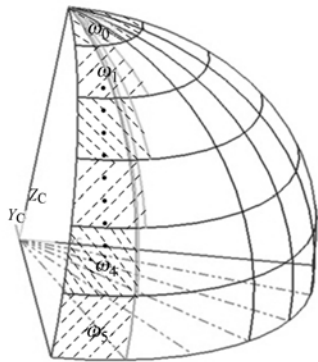


图 3 按空间立体角划分天球示意图

Fig. 3 Schematic of celestial sphere dividing by space solid angle

表 1 北极至赤道之间标准子块空间立体角大小

Tab. 1 Sizes of space solid angles of the standard sub-block between North Pole and equator

| Space solid angle | sr      |
|-------------------|---------|
| $\omega_0$        | 0.053 5 |
| $\omega_1$        | 0.052 3 |
| $\omega_2$        | 0.058 7 |
| $\omega_3$        | 0.062   |
| $\omega_4$        | 0.065 9 |
| $\omega_5$        | 0.067 8 |

由表 1 和图 4 可以看出,最大子块和最小子块的空间立体角相差 22.86%,而且每个子块纬度均相等,RMS 值为 0.060 3,从而说明按空间立体角划分天球后,全天球子块均匀性良好,可进一步用于星表筛选。

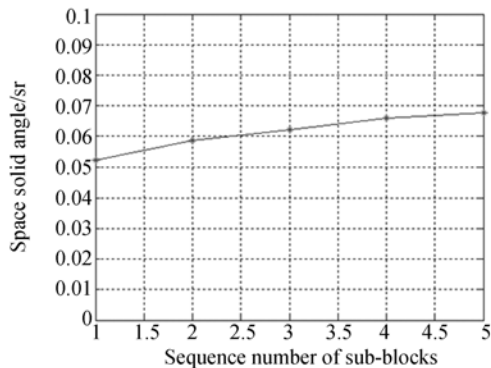


图 4 北极至赤道之间子块空间立体角趋势图

Fig. 4 Trend chart of space solid angle in the sub-block between North Pole and equator

## 5 子块存储结构

按空间立体角划分天球后,扫描导航星表,将每颗导航星都存入相应的子块中,每个子块存储结构如图 5 所示。

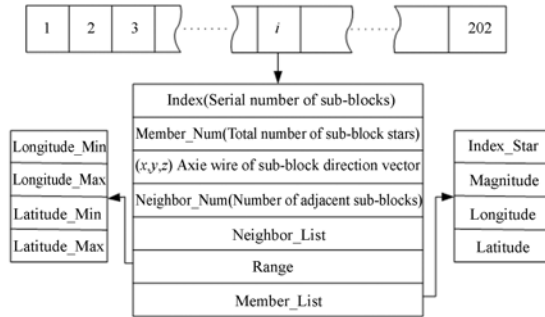


图 5 子块存储结构图

Fig. 5 Storage structure of sub-block

每个子块存储信息如下:Index-该子块的序号;Member\_Num-该子块星的总目数; $(x, y, z)$ -该子块中轴线的方向矢量;Neighbor\_Num-该子块的邻近子块个数;Neighbor\_List-该子块的邻近子块星的列表;Range-该子块赤经、赤纬范围;Member\_List-该子块星的列表,包括星号、星等、赤经、赤纬,其中按星等大小升序排列。

在实际工程应用中,如果已知星敏感器光轴指向的方向向量,可快速搜索到其所在子块及邻近的子块。利用上述方法建立的导航星表,可以实现从初始姿态(星敏感器光轴指向)到某邻域内导航星的快速检索。

## 6 仿真实验与结果分析

仿真实验中星敏感器成像系统参数如表 2 所示,可敏感最大星等为 6 Mv。

表 2 星敏感器模型参数

Tab. 2 Parameters of star sensor model

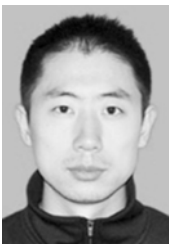
| Parameters                           | Values                         |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| FOV                                  | $20^{\circ} \times 20^{\circ}$ |
| Pixel elements/pixel                 | $512 \times 512$               |
| Focal length/mm                      | 40                             |
| Pixel size/ $\mu\text{m}$            | 16                             |
| Uncertainly of location/(')          | 1                              |
| Angular distance error threshold/(') | 3                              |
| Magnitude of error threshold         | 0.75                           |

在快速星图识别、跟星过程中,选取包含目标的均匀天区子块具有重要意义。在实际工程中,以  $20^\circ \times 20^\circ$  的视场为例,为使任意一子块和其邻近子块能够将视场尽可能完整地包括在其中,采用本文的方法,以赤道上  $15^\circ \times 15^\circ$  所对应的空间立体角为标准子块,需要  $2 \times 2 = 4$  个子块,采用内接正方体法需要  $3 \times 3 = 9$  个子块。当星传感器光轴指向内接正方体的 8 个顶点区域时,采用内接正方体法至少需要  $4 \times 4 = 16$  个子块才能将视场中出现的恒星均包含在内,而此时的星密度是其他天区星密度的 5 倍以上,均匀性较差。由此可以得出,在快速星跟踪过程中,本文提出的方法具有很高的应用价值。

#### 参考文献:

- [1] 魏新国,徐佳,张广军. 星传感器质心定位的 S 曲线误差补偿[J]. 光学 精密工程, 2013, 21(4): 849-857. WEI X G, XU J, ZHANG G J. S-curve error compensation of centroiding location for star sensors [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(4): 849-857 (in Chinese)
- [2] LIEBE C C. Accuracy performance of star trackers-a tutorial[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(2): 587-599.
- [3] 朱长征,居永忠,杜晓辉. 导航星库制定方法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1327-1330. ZHU CH ZH, JU Y ZH, DU X H. Approach to founding a guide star catalogue [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(5): 1327-1330 (in Chinese).
- [4] 张磊,何昕,魏仲慧,等. 三角形星图识别算法的改进[J]. 光学 精密工程, 2010, 18(2): 458-463. ZHANG L, HE X, WEI ZH H, et al.. Modification of triangle identification algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(2), 458-463 (in Chinese)
- [5] 田宏,林玲,郝永杰,等. 星传感器导航星表建立[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(3): 43-46. TIAN H, LIN L, HAO Y J, et al.. Build a navigation star catalogue for star tracker [J]. *Aerospace*

#### 作者简介:



李欣璐(1986—),男,吉林长春人,博士研究生,2009年于长春理工大学获得学士学位,主要从事卫星自主导航技术、星图识别算法等方面的研究。E-mail: lixinlu1986@126.com

## 7 结 论

如何划分星表是星图识别技术的一项基础工作,也是提高星敏传感器可靠性的前提,它的完备性和均匀性是影响识别成功率和识别时间的关键因素,同时也影响到天文导航系统的可靠性。本文提出了空间立体角“准均匀分布”导航星表划分方法,以赤道上  $15^\circ \times 15^\circ$  所对应空间立体角为例,按空间立体角“准均匀分布”法划分天球后,最大子块和最小子块的空间立体角变化范围相差 22.86%, RMS 值为 0.060 3,其均匀性远高于内接正方体法,实现了对全天球“准均匀”的划分。本文的研究将为验证星图识别环节中模拟星图的快速生成和进一步筛选导航星奠定基础。

*Control and Application*, 2010, 36(3): 43-46. (in Chinese)

- [6] JEFFERY W B. On-orbit star processing using multi-star star trackers[J]. *SPIE*, 1994, 2221: 6-14.
- [7] JU G, KIM H, POLLOCK T, et al.. DIGISTAR: a low-cost micro star tracker [C]. *AIAA Space Technology Conference & Exposition, Albuquerque*, 1999, AIAA-99-4603.
- [8] 陈元枝,郝志航,王国辉,等. 适用于星传感器的导航星星库制定[J]. 光学 精密工程, 2000, 8(4): 331-334. CHEN Y ZH, HAO ZH H, WANG G H, et al.. Constitution of guide star catalogue for star sensor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2000, 8(4): 331-334. (in Chinese)
- [9] 张广军,魏新国,江洁. 一种改进的三角形星图识别方法[J]. 航空学报, 2006, 27(6): 1150-1154. ZHANG G J, WEI X G, JIANG J. Star map identification based on a modified triangle algorithm [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2006, 27(6): 1150-1154. (in Chinese)
- [10] 张以谟. 应用光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008. ZHANG Y M. *Applied Optics* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2008. (in Chinese).

#### 导师简介:



杨进华(1969—),男,山西孝义人,教授,博士生导师,1990年于西安电子科技大学获得学士学位,1997年于北京理工大学获得硕士学位,2001年于长春光学精密机械学院获得博士学位,主要从事光电测试和视觉检测方面的研究工作。E-mail: yangjh@cust.edu.cn