

文章编号 1004-924X(2014)08-2247-12

## 基于 3 线阵探测器的亚像元成像超分辨率重构

杨文波<sup>1,2,3</sup>, 朱 明<sup>2\*</sup>, 刘志明<sup>2</sup>, 陈东成<sup>1,2,3</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所

中国科学院航空光学成像与测量重点实验室, 吉林 长春, 130033;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春, 130033;

3. 中国科学院大学, 北京, 100039)

**摘要:**虽然增加探测器的时间和空间采样频率可以提高亚像元成像系统空间分辨率, 但探测器采集到的数据易发生混叠, 使重构得到的图像的分辨率无法达到理想值。本文以 3 片线阵探测器亚像元成像为基础, 提出一种超分辨率重构算法。首先, 在高分辨率网格上建立插值模型; 然后, 辨识插值重构图像在线阵列方向和扫描方向的模糊核, 得到整幅图像的模糊核; 最后, 采用带有 Neumann 边界条件的梯度平滑正则化模型去除模糊, 抑制振铃效应。实验结果表明, 该算法使亚像元成像系统分辨率为单线阵探测器无过采样成像系统分辨率的 2.6 倍; 与双线性插值法相比, 平均灰度等级 (GMG) 提高了 7.71。该算法可以进一步实现对更多片线阵探测器亚像元成像的超分辨率重构, 获取更高的系统分辨率。

**关键词:**三线阵探测器; 亚像元成像; 采样频率; 空间分辨率; 超分辨率重构

**中图分类号:** TP73; TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20142208.2247

## Super-resolution reconstruction of sub-pixel imaging achieved by three linear array detectors

YANG Wen-bo<sup>1,2,3</sup>, ZHU Ming<sup>2\*</sup>, LIU Zhi-ming<sup>2</sup>, CHEN Dong-cheng<sup>1,2,3</sup>

(1. Key Laboratory of Airborne Optical Imaging and Measurement, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

\* Corresponding author, E-mail: ywbcust@sina.com

**Abstract:** The spatial resolution of a sub-pixel imaging system can be improved by increasing temporal and spatial sampling frequencies of detectors. However, the data collected by detectors are prone to aliasing and the resolution of reconstructed image is far away from the ideal value. In this paper, an algorithm of super-resolution reconstruction was proposed based on sub-pixel imaging achieved by three linear array detectors. Firstly, an interpolation model on high-resolution grid was established.

收稿日期: 2013-06-26; 修订日期: 2013-08-07.

基金项目: 中国科学院航空光学成像与测量重点实验室开放基金面上项目 (No. 2012MS01)

Then, blur kernels in an image with high-resolution were identified in linear array and scanning directions respectively, from which the blur kernel in a frame was obtained. Finally, a gradient smoothing regularization model with Neumann boundary conditions was employed to deblur and inhibit ringing effects. Experimental results show that the system resolution of sub-pixel imaging by the proposed algorithm is 2.6 times that of non-oversampling imaging system of a single linear detector, and the Gray Mean Grade (GMG) is improved by 7.71 as compared to that of the bilinear interpolation algorithm. The algorithm can achieve super-resolution reconstruction for sub-pixel imaging systems with more linear array detectors and can obtain a higher system resolution.

**Key words:** three linear array detector; sub-pixel imaging; sampling frequency; spatial resolution; super-resolution reconstruction

## 1 引言

亚像元成像技术是实现相机小型化和提高相机空间分辨率的有效方法,其出发点是通过提高成像系统探测器的时间和空间采样频率,来提高成像系统的分辨率<sup>[1]</sup>。它是一种“硬件”与“软件”相结合的超分辨率重建方式,得到了广泛应用。如 SPOT-5 卫星中的 HRG 成像仪<sup>[2]</sup>、德国宇航中心研制的 HSRS 红外传感器<sup>[3]</sup>和航空摄影系统 ADS40<sup>[4]</sup>。在这些系统中,都是首先通过“硬件”技术把两片错位的线阵探测器集成在一个芯片上,使探测器能够同时获得关于同一场景、不同亚像素位移信息的 2 帧图像,再利用“软件”技术设计适当的超分辨重构算法,重构出 1 帧高分辨率图像。

法国 SPOT-5 关于亚像元成像技术提出了两个概念, SUPERMODE 采样模式和 HIPERMODE 采样模式(过采样模式)。二者唯一的区别是 SUPERMODE 模式在探测器扫描方向上,时间采样频率不变, HIPERMODE 模式则是通过减少像元的积分时间来提高采样频率。因此,后者的分辨率要高于前者。在 SUPERMODE 模式下数据梅花采样<sup>[5]</sup>的特点决定了重构算法以插值法为主:加权插值法<sup>[6]</sup>、双线性插值<sup>[6]</sup>、B 样条插值<sup>[7]</sup>和双三次 B 样条插值方法<sup>[8]</sup>。针对 HIPERMODE 模式重构算法有:顺序排列法<sup>[9]</sup>和反演法<sup>[10-11]</sup>。尽管在 HIPERMODE 模式下 2 片线阵探测器亚像元成像可使空间分辨率提高 2 倍,但是,这有时还不能满足实际应用的要求,若要获取更高的系统空间分辨率,则需进一步提高系统的时间和空间采样频率。虽然,提高系统的采样

频率能获取更高的系统分辨率,但是,也会使探测器采集的数据存在混叠,造成模糊现象,并且随着采样频率的增加,模糊程度将越来越严重。但顺序排列法使图像越发模糊,反演法得到的方程组为超定方程组通常意义下无解,从而导致以上针对 HIPERMODE 模式的重构算法不再适用。

本文研究在 HIPERMODE 模式下基于 3 片线阵(以下简称 3 线阵)探测器亚像元成像及其超分辨重构算法。首先,在理论上分析系统采样频率与空间分辨率的关系;然后,论述 3 线阵探测器亚像元的成像原理;最后,将主要工作围绕后续的超分辨率重构算法展开,算法可分为以下几步:1) 高分辨率网格上插值;2) 插值图像的模糊核辨识;3) 高分辨率图像的去模糊。

## 2 系统采样频率与空间分辨率

对于光电成像系统来说,通常用频谱中可获取的最高有效频率值  $f_{\text{sys}}$  来表征系统的空间分辨率。在成像过程中影响空间分辨率的因素主要有 3 个:(1) 光学系统的光瞳引起的脉冲响应宽度对高频信息的限制,截止频率为  $f_{\text{oct}}$ ; (2) 像元感光区引起的脉冲响应对高频信息的进一步限制,截止频率为  $f_{\text{det}}$ ; (3) 系统的采样频率  $f_{\text{N}}$ 。  $f_{\text{sys}}$  取决于  $f_{\text{oct}}$ 、 $f_{\text{det}}$  和  $f_{\text{N}}$  3 个频率的最小值<sup>[12]</sup>, 即:

$$f_{\text{sys}} = \min \left\{ f_{\text{oct}} = \frac{1}{1.22\lambda F/D}, f_{\text{det}} = \frac{1}{P}, f_{\text{N}} = \frac{1}{T_{\text{N}}} \right\}, \quad (1)$$

式中:  $\lambda$  为波长;  $F$  为光学系统的焦距;  $D$  为光瞳直径;  $P$  为探测器中像元感光区的尺寸;  $T_{\text{N}}$  为采样时间。除了波长较长的系统外,大多数系统的空间分辨率都取决于  $f_{\text{N}}$ 。因此,若在保持光学系

统焦距  $F$  及像元感光区尺寸  $P$  不变的基础上提高系统的分辨率,主要依靠提高  $f_N$  来实现。就亚像元成像系统而言,提高探测器的时间和空间采样频率,即减少探测器像元的积分时间,同时增加探测器的数量。虽然提高  $f_N$  可以有效地提高系统的空间分辨率,但是,由于探测器采集的是有限时宽信号  $x(t)$ ,离散采样频率  $f_N$  的增加将使不等式(2)不成立,故  $x(t)$  不能由其频谱样本唯一确定。

$$t_N > 2t_m \text{ or } f_N < 1/2t_m, \quad (2)$$

这时频谱样本恢复信号  $x'(t)$  发生混叠,如图 1 所示,在图像上表现为模糊现象; $f_N$  越大,混叠区域就越大,图像就越模糊。这种时域混叠降低了系统的空间分辨率。由此可见,系统采样频率与空间分辨率并不是线性关系,需要采用图像复原技术使降质图像得到改善,以提高系统的分辨率。

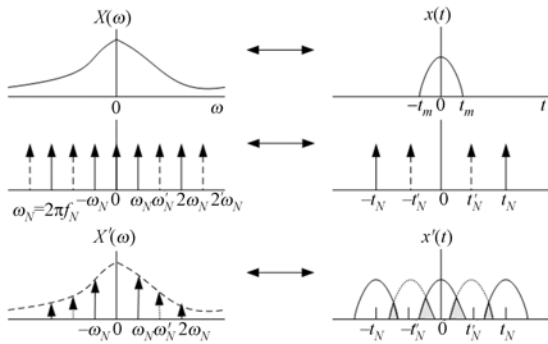


图 1 频率抽样与时域混叠

Fig. 1 Frequency sampling and time-domain aliasing

### 3 3 线阵探测器亚像元成像原理

选用焦平面集成方法,在同一成像组件内部集成 3 片相同的线阵探测器,像元数目为  $N$ ,像元尺寸为  $a \times a$ ,3 片探测器在线阵列方向依次错开  $a/3$  像元,在扫描方向上错开  $n \times a$  ( $n$  为整数),如图 2 所示。

在扫描过程中,采用 HIPERMODE 模式,则探测器像元的积分时间为 SUPERMODE 模式的  $1/3$ ,若 SUPERMODE 模式线阵探测器扫描步进距离为  $a$ ,则 HIPERMODE 模式线阵探测器步进距离为  $a/3$ ,与其相比, HIPERMODE 模式采样频率提高了 2 倍;若每个探测器的扫描距离均为

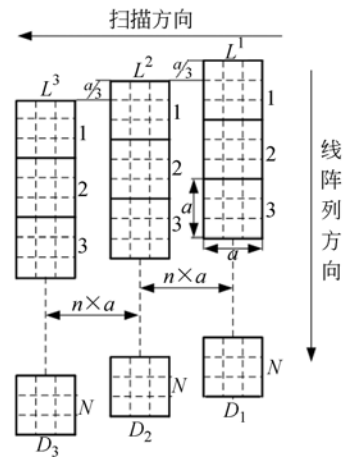


图 2 3 线阵探测器亚像元成像原理示意图

Fig. 2 Schematic of sub-pixel imaging in three linear array detectors

$D \times a$ , 则 3 个探测器可以得到 3 帧分辨率为  $N \times 3D$  的图像。需要注意的是,由于它们在线阵列方向错开了  $a/3$  像元,因此得到的图像并不相同,但是,可以近似认为它们是相同的。虽然减少步进距离可以提高 3 帧图像在扫描方向的分辨率,但是,系统提高时间采样频率会造成采集到的数据存在混叠,使其在扫描方向上发生模糊。

综上所述,在 HIPERMODE 模式下,3 线阵探测器的亚像元成像包含 2 个要点:(1)3 片相同的线阵探测器在线阵列方向依次错开  $a/3$  像元;(2)每个线阵探测器扫描步进距离为  $a/3$ 。

### 4 高分辨率网格的插值模型

亚像元超分辨重构与其它利用图像序列进行超分辨率重构的不同之处在于位移的精确性,因而图像配准误差可忽略。在得到 3 帧分辨率为  $N \times 3D$  的图像后,假设  $3D - 2n \geq 3N$ ,选择大小为  $N \times 3N$  的区域进行重构(忽略探测器  $D_1$ 、 $D_2$  在  $D_3$  之前扫描成像的数据),并且只需在线阵列方向进行重构。设  $H$  为插值重构高分辨率图像(为了表述清楚,将最终处理得到的图像称为超分辨率图像),其分辨率为  $3N \times 3N$ ;  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  为探测器  $D_1$ 、 $D_2$  和  $D_3$  扫描生成的图像,其分辨率为  $N \times 3N$ ,需要注意的是  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  只在扫描方向存在模糊,采用重建规则如下:

$$\begin{aligned} H(3i-2, j) &= L^1(i, j) \\ H(3i-1, j) &= L^2(i, j) \quad (1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3N), \\ H(3i, j) &= L^3(i, j) \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $L^n(i, j)$  和  $H(i, j)$  均为像素灰度值(简记为  $l_{ij}^n$  与  $h_{ij}$ ), 式(3)称为高分辨率网格上插值模型。图 3 表明第  $j$  列像素  $L^1(:, j)$ 、 $L^2(:, j)$  和  $L^3(:, j)$ (简记为  $L_j^1$ 、 $L_j^2$  及  $L_j^3$ ) 与各自相对应第  $j$  列像素  $H(:, j)$ (简记为  $H_j$ ) 的位置关系。

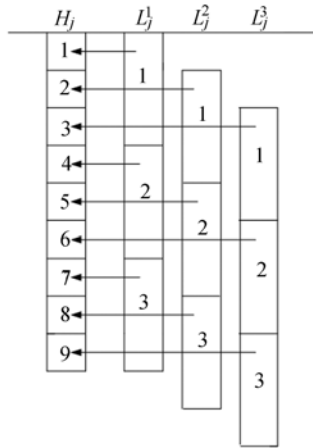


图 3 低分辨率图像与高分辨率图像的插值关系

Fig. 3 Interpolation relation between low-resolution and high-resolution images

基于式(3), 首先将低分辨率图像  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  在线阵列方向放大 3 倍, 然后令  $L^2$  相对  $L^1$  在线阵列方向平移 1 pixel,  $L^3$  相对  $L^1$  在线阵列方向平移 2 pixel, 最后 3 帧图像叠加得到高分辨率图像  $H$ , 如图 4 所示。虽然应用式(3)能重构  $H$ , 但是由于  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  近似相同, 因此  $H$  在线阵列方向上也存在混叠, 从而使图像发生模糊, 这是由系统提高空间采样频率造成的。综上所述, 由于  $H$  在扫描方向及线阵列方向均存在模糊现象,

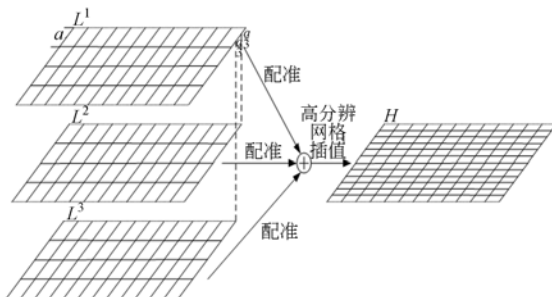


图 4 低分辨率图像融合过程

Fig. 4 Fusion processing for low-resolution images

因此需进行去模糊处理。

## 5 高分辨率图像模糊核的辨识

### 5.1 线阵列方向模糊核的辨识

首先, 忽略扫描方向模糊, 再辨识线阵列方向的模糊核, 依据前一段所述, 给出  $L_j^1$ 、 $L_j^2$ 、 $L_j^3$  及  $H_j$  像素集合:

$$\begin{aligned} H_j &= [h_{1j}, h_{2j}, h_{3j}, h_{4j}, \dots, h_{3Nj}]' \\ L_j^1 &= [l_{1j}^1, l_{2j}^1, l_{3j}^1, l_{4j}^1, \dots, l_{Nj}^1]' \\ L_j^2 &= [l_{1j}^2, l_{2j}^2, l_{3j}^2, l_{4j}^2, \dots, l_{Nj}^2]' \\ L_j^3 &= [l_{1j}^3, l_{2j}^3, l_{3j}^3, l_{4j}^3, \dots, l_{Nj}^3]' \end{aligned} \quad (4)$$

将  $L_j^1$ 、 $L_j^2$  及  $L_j^3$  在线阵列方向放大 3 倍, 可表示为:

$$\begin{aligned} L_j^1 3 &= [l_{1j}^1, 0, 0, l_{2j}^1, 0, 0, l_{3j}^1, 0, 0, \dots, l_{Nj}^1, 0, 0]' \\ L_j^2 3 &= [l_{1j}^2, 0, 0, l_{2j}^2, 0, 0, l_{3j}^2, 0, 0, \dots, l_{Nj}^2, 0, 0]' \\ L_j^3 3 &= [l_{1j}^3, 0, 0, l_{2j}^3, 0, 0, l_{3j}^3, 0, 0, \dots, l_{Nj}^3, 0, 0]' \end{aligned} \quad (5)$$

依前文所述,  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  近似相同, 它们相对应的每一列也近似相同, 即  $L_j^1 \approx L_j^2 \approx L_j^3$ , 并且每一列在放大 3 倍后也近似相同, 即  $L_j^1 3 \approx L_j^2 3 \approx L_j^3 3$ 。定义平移矩阵  $\mathbf{R}_{1\text{move}}$ 、 $\mathbf{R}_{2\text{move}}$  和  $\mathbf{R}_{3\text{move}}$  分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{1\text{move}} &= [1, 0, 0]' \\ \mathbf{R}_{2\text{move}} &= [0, 1, 0]' \\ \mathbf{R}_{3\text{move}} &= [0, 0, 1]' \end{aligned} \quad (6)$$

依前文所述,  $H_j$  是  $L_j^2 3$ 、 $L_j^3 3$  相对于  $L_j^1 3$  分别平移 1 pixel、2 pixel 后再叠加得到的, 可表示为:

$$H_j = L_j^1 3 \otimes \mathbf{R}_{1\text{move}} + L_j^2 3 \otimes \mathbf{R}_{2\text{move}} + L_j^3 3 \otimes \mathbf{R}_{3\text{move}} \approx L_j^1 3 \otimes (\mathbf{R}_{1\text{move}} + \mathbf{R}_{2\text{move}} + \mathbf{R}_{3\text{move}}), \quad (7)$$

式中:  $\otimes$  为卷积运算符。由于上式对于重构高分辨率图像  $H$  的每一列均适用, 因此对于高分辨率图像  $H$  也存在如下关系:

$$H = L^1 3 \otimes \mathbf{R}_{1\text{move}} + L^2 3 \otimes \mathbf{R}_{2\text{move}} + L^3 3 \otimes \mathbf{R}_{3\text{move}} \approx L^1 3 \otimes (\mathbf{R}_{1\text{move}} + \mathbf{R}_{2\text{move}} + \mathbf{R}_{3\text{move}}), \quad (8)$$

式中:  $L^1 3$ 、 $L^2 3$ 、 $L^3 3$  分别为  $L^1$ 、 $L^2$ 、 $L^3$  在线阵列方向放大 3 倍的图像, 其分辨率同  $H$ , 并且在线阵列方向无混叠。式(8)是  $H$  在线阵列方向的退化模糊表示。在模糊核辨识过程中, 若低分辨率图像序列间仅存在纯平移运动, 则可以把这种纯平移运动当作卷积运算融入到模糊辨识之中<sup>[13-14]</sup>, 但在非纯平移运动情况下, 则不适用, 因此  $H$  在

线阵列方向的模糊核为:

$$\mathbf{K}_v = \mathbf{R}_{1\text{move}} + \mathbf{R}_{2\text{move}} + \mathbf{R}_{3\text{move}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

线阵列方向的模糊与运动模糊相似,可以认为是同一景物图像在该方向经过一系列的距离延迟后叠加,最终形成的图像。延迟距离可以用来定量衡量这种模糊程度。不难得出,  $H$  在线阵列方向的延迟距离为 2 pixel。

### 5.2 扫描方向模糊核的辨识

以探测器  $D_1$  扫描成像为例,设  $x_i$  为 HIPERMODE 模式下采用步进距离  $a/3$  扫描生成图像  $L^1$  的 1 行像素,  $i \in [1, 3N]$ ;  $y_j$  为 SUPERMODE 模式下采用步进距离  $a$  扫描生成图像  $L^{\text{norm}}$  的 1 行像素,  $j \in [1, N]$ ;  $y_{jr}$  为  $y_j$  的 3 倍细分亚像素,  $r \in [1, 3]$ 。探测器像元的灰度值是该像元内光能量的平均值,所以由 3 个亚像素组成的像元的灰度值就是 3 个亚像素灰度值之和的平均值<sup>[11]</sup>,即  $1/3(L^{\text{norm}}(y_{j1}) + L^{\text{norm}}(y_{j2}) + L^{\text{norm}}(y_{j3})) = L^{\text{norm}}(y_j)$ 。假设  $L^{\text{norm}}(y_j)$  在扫描方向无混叠,则  $L^{\text{norm}}(y_{jr})$  在扫描方向也不存在混叠。图 5 解释了在扫描过程中采用 3 倍过采样模式像素  $x_i$  与亚像素  $y_{jr}$  的几何关系,因此  $L^1(x_i)$  与  $L^{\text{norm}}(y_{jr})$  符合以下解析关系:

$$\begin{cases} L^1(x_1) = 1/3(L^{\text{norm}}(y_{11}) + L^{\text{norm}}(y_{12}) + L^{\text{norm}}(y_{13})) \\ L^1(x_2) = 1/3(L^{\text{norm}}(y_{12}) + L^{\text{norm}}(y_{13}) + L^{\text{norm}}(y_{21})) \\ L^1(x_3) = 1/3(L^{\text{norm}}(y_{13}) + L^{\text{norm}}(y_{21}) + L^{\text{norm}}(y_{22})) \\ L^1(x_4) = 1/3(L^{\text{norm}}(y_{21}) + L^{\text{norm}}(y_{22}) + L^{\text{norm}}(y_{23})) \\ \dots \end{cases}$$

$$\Rightarrow [L^1(x_1), L^1(x_2), L^1(x_3), L^1(x_4) \dots] \approx \frac{1}{3} [1, 1, 1] \otimes [L^{\text{norm}}(y_{11}), L^{\text{norm}}(y_{12}), L^{\text{norm}}(y_{13}), L^{\text{norm}}(y_{21}), L^{\text{norm}}(y_{22}), L^{\text{norm}}(y_{23}) \dots]$$

$$\Rightarrow L^1(x_i) \approx \frac{1}{3} [1, 1, 1] \otimes L^{\text{norm}}(y_{jr}), \quad (10)$$

上式表示  $L^1$  在线阵列方向 3 倍过采样的退化模糊过程,取模糊核为  $[1, 1, 1]$ ;同理可得  $L^2$ 、 $L^3$  的模糊核均为  $[1, 1, 1]$ 。因此  $L^1$ 、 $L^2$ 、 $L^3$  和  $H$  在扫描方向的模糊核为:

$$\mathbf{K}_h = [1, 1, 1]. \quad (11)$$

扫描方向的模糊也与运动模糊相似,并且  $H$  在扫描方向的延迟距离也为 2 pixel。

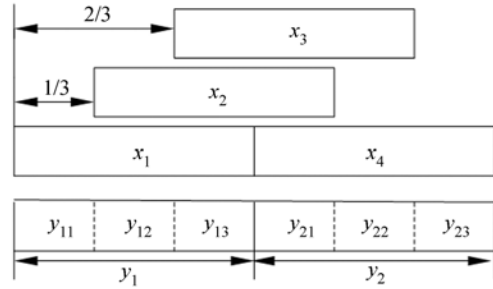


图 5 3 倍过采样示意图  
Fig. 5 Schematic diagram of 3-time oversampling

综上所述,不论是扫描方向的模糊核还是线阵列方向的模糊核都是线性和位移不变的,位移不变将原本的模糊过程简化为模糊算子,因此,可以将过采样及插值重构过程看作降质模糊过程,考虑带有平移不变的模糊模型:

$$f(x) = \mathbf{K} \otimes u(x), \quad (12)$$

式中:  $u(x)$  为原始图像  $f(x)$  为降质图像(即重构的高分辨率模糊图像  $H$ );  $\mathbf{K}$  为模糊核:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_v \otimes \mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

## 6 应用带有 Neumann 边界条件的梯度平滑正则化模型去模糊

### 6.1 Neumann 边界条件法 (Neumann Boundary Conditions, Neumann BCs)

在推导出超分辨率图像模糊退化模型式(12)及其模糊核式(13)后,对于该模型求逆的过程是一个典型的病态问题,这是因为图像边界像素没有足够的相邻像素可以利用,导致恢复图像的边界变差,产生振铃效应。本文选择 Neumann BCs 来抑制图像的边界振铃效应。该方法利用关于边界对称的图像内部像素反射填充图像外边界,其边界延拓方式如图 6 所示。将分辨率为  $M \times M$  (令  $M=3N$ ) 的重构高分辨率模糊图像  $H$  延拓为  $3M \times 3M$  的图像,图中  $O$ 、 $P$ 、 $Q$  均为  $M \times M$  的填充图像,计算公式如下:

$$\begin{aligned} O(M-i+1, :) &= H(i, :) \quad i=1, 2, \dots, M \\ P(:, M-j+1) &= H(:, j) \quad j=1, 2, \dots, M, \\ Q(:, M-j+1) &= O(:, j) \quad j=1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $O(i, \cdot)$  表示图像的第  $i$  行;  $O(\cdot, j)$  表示图像的第  $j$  列。为了减少计算量, 可以取延拓图像的左上角坐标点  $(M/2+1, M/2+1)$  和右下角坐标点  $(5/2M, 5/2M)$  构成的图像作为降质图像  $f$ , 其分辨率为  $2M \times 2M$ , 从而将原来的复原问题变成具有循环边界复原问题。该延拓图像满足周期循环连续性, 因此极大地抑制了原图像的边界处振铃效应。

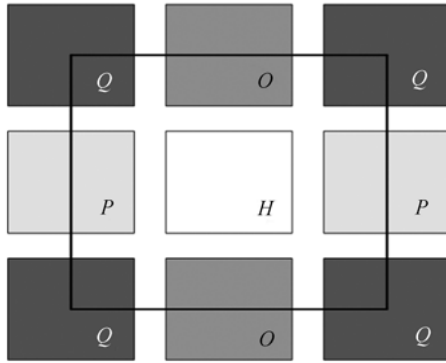


图 6 模糊图像边界延拓

Fig. 6 Boundary extension of blurred image

## 6.2 梯度平滑正则化 (Gradient Smooth Regulation, GSR) 模型及其数值实现

不过, 要完全消除这种边界振铃效应还需要在结合边界处满足卷积关系。为此, 必须满足在结合边界点上延拓的图像是可微的<sup>[15]</sup>, 即结合边界点的梯度要平滑, 如图 7 所示。因此, 除了要使平滑图像 1 阶梯度光谱外, 还应使图像的 2 阶梯度具有一定光滑性, 满足可微条件。以 1 范数  $\|\cdot\|_1$  作为图像平滑性的度量, 正则化函数  $J(u)$  表示为:

$$J(u) = \|Du\| + \|D_2u\|, \quad (15)$$

式中:  $D$  为 1 阶梯度算子,  $(Du)_{ij} = \begin{pmatrix} (D_x u)_{ij} \\ (D_y u)_{ij} \end{pmatrix} =$

$$\left\{ \min_u \left\{ \sum_{i,j=1}^{2M} \|(Du)_{ij}\| + \sum_{i,j=1}^{2M} \|(D_2u)_{ij}\| + \lambda \|Ku - f\|_2^2 \right\}, \right. \\ \left. \text{s. t. } Du = \tau, D_2u = \nu \right\}, \quad (17)$$

显然式(17)可转化成下面的无约束优化问题;

$$\min_{\tau, \nu, u} \left\{ \sum_{i,j=1}^{2M} \|\tau_{ij}\| + \sum_{i,j=1}^{2M} \|\nu_{ij}\| + \beta \sum_{i,j=1}^{2M} \|\tau_{ij} - (Du)_{ij}\|_2^2 + \beta \sum_{i,j=1}^{2M} \|\nu_{ij} - (D_2u)_{ij}\|_2^2 + \lambda \|Ku - f\|_2^2 \right\}, \quad (18)$$

式中:  $\beta$  为正的常数;  $w_{ij} = ((w_x)_{ij} \quad (w_y)_{ij})'$ ;  $v_{ij} = ((v_x)_{ij} \quad (v_y)_{ij})'$ ; 要使  $u, \tau$  和  $\nu$  变量取最小, 依据半二次规整化理论, 对式(18)按  $w \rightarrow v \rightarrow u$  的顺

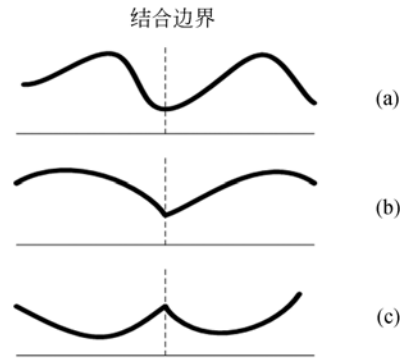


图 7 不同的结合边界示意图

(只有 (a) 在结合边界处是可微的)

Fig. 7 Schematic of different combined boundaries (only (a) is differentiable on the combined boundary)

$\begin{pmatrix} u_{i+1,j} - u_{i,j} \\ u_{i,j+1} - u_{i,j} \end{pmatrix}$ ;  $D_2$  为 2 阶梯度算子,  $(D_2u)_{ij} =$

$\begin{pmatrix} (D_{xx}u)_{ij} \\ (D_{yy}u)_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} \\ u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1} \end{pmatrix}$ ;  $J(u)$  的另

一个优点是既可以平滑结合边界点处的梯度, 又可以平滑整幅图像的强边缘 (该处的图像梯度大), 抑制边缘振铃效应, 则图像复原等价于最小化下述问题:

$$\min_u \left\{ \sum_{i,j=1}^{2M} \|(Du)_{ij}\| + \sum_{i,j=1}^{2M} \|(D_2u)_{ij}\| + \lambda \|Ku - f\|_2^2 \right\}. \quad (16)$$

上式称为 GSR 模型, 可以证明上式是凸函数, 因此它必定收敛, 而且它的解存在且唯一。式中:  $K$  为模糊算子;  $\|\cdot\|_2$  表示 2 范数。对于上式, 本文在分裂 Bregman 迭代法<sup>[16-18]</sup> 框架下实现该模型数值算法。

该模型引入辅助变量  $\tau$  来代替  $Du$ ,  $\nu$  代替  $D_2u$ , 因此式(16)产生了一个约束优化问题:

序交替最小化求解。在求解过程中会遇到如下形式:  $\partial(\|x\| + a\|x-t\|^2)/\partial x = 0$ 。传统的解法<sup>[19]</sup> 是用上一次变量代替要求解的量, 即  $x^{n+1} =$

$2at - \nabla x^n$ , 若在每一步迭代中都存在很小的误差, 则在整个复原过程中会产生不可忽略的累积误差, 从而影响复原结果。本文采用文献[20]的方法, 避免了近似, 得出准确结果。需用到如下的偏微分:

$$\partial \|x\| = \begin{cases} x/\|x\| & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}, \quad (19)$$

$\omega$  的最优化: 固定  $u, v$ , 求解  $\omega$ ,

$$\min_{\omega} \sum_{i,j=1}^{2M} (\|\omega_{ij}\| + \beta \|\omega_{ij} - (Du)_{ij}\|_2^2), \quad (20)$$

则  $u$  最优解的形式为:

$$\begin{aligned} & \left[ (\mathbf{D}_2^T \mathbf{D}_2)_{ij} + (\mathbf{D}^T \mathbf{D})_{ij} + \frac{\lambda}{\beta} \mathbf{K}^T \mathbf{K} \right] u = \\ & (\mathbf{D}_2^T)_{ij} v_{ij} + (\mathbf{D}^T)_{ij} \omega_{ij} + \frac{\lambda}{\beta} \mathbf{K}^T f, \end{aligned} \quad (25)$$

由于在周期边界条件下,  $u$  的系数矩阵  $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ 、 $\mathbf{K}^T \mathbf{K}$  为块循环矩阵, 通过二维快速傅里叶变换  $F(\cdot)$  可使其对角化, 将空域中的恢复算法快捷地变换成频域中的恢复滤波器,  $u$  解的形式表示为:

$$u = F^{-1} \left\{ \frac{F^*(\mathbf{D}_2) \circ F(v) + F^*(\mathbf{D}) \circ F(\omega) + \gamma F^*(\mathbf{K}) \circ F(f)}{F^*(\mathbf{D}_2) \circ F(\mathbf{D}_2) + F^*(\mathbf{D}) \circ F(\mathbf{D}) + \gamma F^*(\mathbf{K}) \circ F(\mathbf{K})} \right\}, \quad (26)$$

式中:  $*$  表示复共轭;  $\circ$  表示矩阵按分量点积运算;  $\gamma$  为  $\lambda$  与  $\beta$  的相对比率, 即  $\gamma = \lambda/\beta$ ,  $\gamma$  是可调节的参数,  $\gamma$  值越大, 复原图像就越接近原始图像, 但

则  $\omega$  最优解的形式为:

$$\omega_{ij} = \max \left\{ \|(Du)_{ij}\| - \frac{1}{2\beta}, 0 \right\} \frac{(Du)_{ij}}{\|(Du)_{ij}\|}, \quad (21)$$

$v$  的最优化: 固定  $u, \omega$ , 求解  $v$ ,

$$\min_v \sum_{i,j=1}^{2M} (\|v_{ij}\| + \beta \|v_{ij} - (D_2 u)_{ij}\|_2^2), \quad (22)$$

则  $v$  最优解的形式为:

$$v_{ij} = \max \left\{ \|(D_2 u)_{ij}\| - \frac{1}{2\beta}, 0 \right\} \frac{(D_2 u)_{ij}}{\|(D_2 u)_{ij}\|}, \quad (23)$$

$u$  的最优化: 固定  $\omega, v$ , 求解  $u$ ,

$$\min_u \left\{ \lambda \|Ku - f\|_2^2 + \beta \sum_{i,j=1}^{2M} \|\omega_{ij} - (Du)_{ij}\|_2^2 + \beta \sum_{i,j=1}^{2M} \|v_{ij} - (D_2 u)_{ij}\|_2^2 \right\}, \quad (24)$$

缺点是图像振铃效应显著增强。

式(26)中, 含有变量  $\omega, v$ , 每次迭代只需要 2 次傅里叶变换  $F(\cdot)$  及 1 次傅里叶逆变换  $F^{-1}(\cdot)$ 。式(26)的重要性在于, 如果系统是线性平移不变的, 则可以通过分块循环矩阵对角化技术导出频域中的恢复滤波器, 将巨大的空间域运算转化为相对较少的频域运算, 以提高运算速度。

对于算法的终止条件有多种取法, 本文采用式(27)作为算法的终止条件<sup>[17-18,20]</sup>:

$$\|u^{k+1} - u^k\| < 10^{-3} \|u^k\|. \quad (27)$$

最后, 将迭代得到的分辨率为  $2M \times 2M$  的最优图像  $u$  进行裁剪, 得到分辨率为  $M \times M(3N \times 3N)$  的图像, 也就是最终超分辨率重构图像  $U$ 。表 1 为超分辨率重构算法的流程。

表 1 超分辨率重构算法流程

Tab. 1 Flow of super-resolution reconstruction algorithm

Algorithm	
Input: $L^1, L^2, L^3$ , Kernel $K$ and $\lambda\beta$	
First Step: Restore the $f$ by interpolating according to (3)	} Deblur with Neumann BCs-GSR
Second Step: Extend the $f$ to 400% according to (14)	
Third Step: Initialize: $u = f; u_p = 0$ ;	
Fourth Step: Do	
1) Save the previous iterate: $u_p = u$ ;	
2) Solve for $w$ according to (21) under fixed $u, v$ ;	
3) Solve for $v$ according to (23) under fixed $u, w$ ;	
4) Solve for $u$ according to (26) under fixed $w, v$ ;	
While $\ u - u_p\  < 10^{-3} \ u_p\ $	
Fifth Step: Cut the $u$ to the original dimension	
Output: $U$	

### 7 仿真实验与分析

为了验证算法的可行性,本文用 Mat-Lab2010b 进行仿真实验。首先,采用降采样方法模拟亚像元成像过程:取 1 帧分辨率为  $1k \times 1k$  的真实图像,选择  $12 \times 12$  像素区域的灰度平均值用以模拟 1 个像元灰度值,在纵向依次下移 4 个像素,用以模拟线阵探测器错位  $1/3$  像元;以横向采样距离为 4 个像素,来模拟线阵探测器扫描步进距离为  $1/3$  像元;分别生成 3 帧分辨率为  $80 \times 240$  的图像  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$ 。如图 8(a)所示,仿真是建立在亚像元成像原理的基础上,因此模拟生成的图像应与实际得到的图像一致。为了比较,仍采用降采样方法模拟普通成像系统(即单线阵探测器无过采样)扫描成像过程,模拟方法与前述一致,只是将横向采样距离变为 12 个像素,模拟单线阵探测器步进距离为 1 个像元,模拟生成 1 帧分辨率为  $80 \times 80$  的图像  $L^{norm}$ ,如图 8(d)所示。

对于图像的质量评价,采用无参照图像质量评价指标,如灰度平均梯度(Gray Mean Grades, GMG)值及图像熵(Entropy)<sup>[21-23]</sup>,并结合主观评价共同评测。

$$GMG = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} (\sqrt{((D_x u)_{i,j}^2 + (D_y u)_{i,j}^2)/2})}{(M-1)(N-1)}, \quad (28)$$

$$Entropy = - \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N p(i,j) \ln p(i,j). \quad (29)$$

实验中 Neumann BCs-GSR 模型参数为:  $\lambda = 10, \beta = 1$ 。

实验 1:验证图像  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  的相似性。本文采用相关测度来评测它们的相似性,其定义为:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f(i,j)g(i,j)}{[\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f^2(i,j) \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g^2(i,j)]^{1/2}}, \quad (30)$$

式中:  $0 \leq R \leq 1$ , 该值越大,两帧图像越相似。表 2 为  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  的相似性计算结果,可以看出它们彼此间的 R 值的接近于 1,这说明  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  非常相似,证明推导模糊核的前提是合理的。

表 2  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  的相似性

Tab. 2 Similarities among $L^1$ , $L^2$ and $L^3$			
	$L^1 \& L^2$	$L^2 \& L^3$	$L^1 \& L^3$
R	0.998 6	0.998 4	0.996 1

实验 2:验证本文提出的超分辨率重构算法的可行性。采用式(3)对  $L^1$ 、 $L^2$  和  $L^3$  插值重构得到高分辨率模糊图像  $H$ ,如图 8(b)所示。正如前文所述, $H$  存在模糊,需要去模糊处理,本文将推导出的式(13)作为模糊核,采用 Neumann BCs-GSR 模型去模糊,得到复原后的超分辨率图像  $U$ ,如图 8(c)所示。图 8(e)为  $L^{norm}$  采用双线性插值法放大 3 倍后的图像  $H^{norm}$ 。从视觉效果上, $U$  显著优于  $H^{norm}$ ,即使在细节方面模糊图像  $H$  也优于  $H^{norm}$ ,相关数据见表 3。

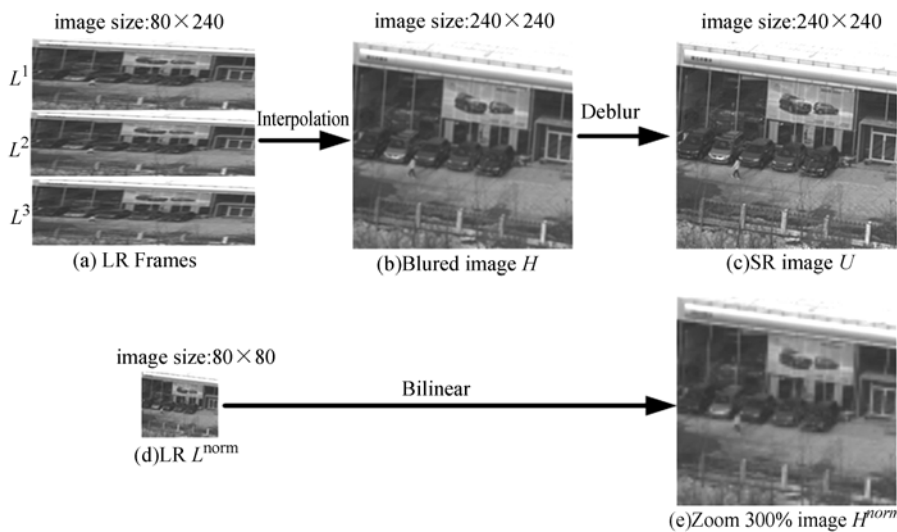


图 8 仿真对比实验

Fig. 8 Simulation comparison experiment

表 3 重构图像的 GMG 和 Entropy

Tab. 3 GMGs and Entropys of reconstructed images

	Bilinear $H^{norm}$	Interpolation H	Deblur U
GMG	4.12	5.63	11.83
Entropy	4.92	5.06	5.35

实验 3: 确定插值重构高分辨率图像模糊程度。对于高分辨率模糊图像的频谱, 在  $n/a$  处存在零点, 其中  $n$  为整数,  $a$  为延迟距离或图像的位移量, 则其频谱图像上会存在一系列等间隔相互平行的暗线, 暗线与横轴正方向的夹角是在图像模糊方向的基础上逆时针旋转  $90^\circ$  得到的, 图像频谱中暗线的个数即为  $a$  的值, 单位为 pixel<sup>[24]</sup>。图 9 为插值重构高分辨图像  $H$  及其频谱, 图 9 (b) 中存在 4 条两两互相垂直的暗线, 2 条平行纵线表示  $H$  在扫描方向存在 2 个像素的延迟距离, 2 条平行横线表示  $H$  在线阵列方向存在 2 个像素的延迟距离, 这与理论分析得出的结论相一致。

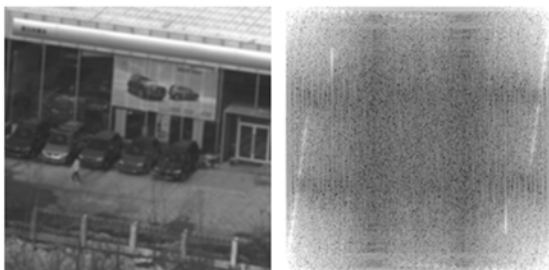
(a) Blurred image  $H$  (b) Spectrum of  $H$ 

图 9 模糊图像与频谱的关系

Fig. 9 Relationship between blurred image and its spectrum

实验 4: 验证 Neumann BCs-GSR 模型去模糊效果。本实验选择 Neumann BCs-GSR 模型及 3 个由 Matlab 提供的去模糊函数 deconvwnr (维纳滤波)、deconvreg (最小二乘约束滤波) 和 deconvlucy (Richard-Lucy 滤波), 它们都选择式 (13) 作为模糊核, 对  $H$  (图 8 (b)) 进行去模糊处理。deconvwnr、deconvreg 和 deconvlucy 在实验中均利用 matlab 自带的 edgetaper 函数抑制振铃效应, 并且前两者选择 2 参数语法形式, 后者选择 3 参数语法形式, 分别迭代 50 次。由图 10 可以看出, deconvwnr 和 deconvreg 所恢复的图像有

明显的振铃效应, 恢复图像的质量较差; 而 deconvlucy 恢复的结果有了明显的改善, 振铃效应得到了抑制, 但从放大图像细节可以看出边界振铃效应仍很明显; 而本算法由于选择 Neumann BCs 延拓图像平滑边界, 并且采用 GSR 平滑强边缘, 在这两种方法的共同作用下, 边界及强边缘处振铃效应得到很好抑制, 振铃现象不明显; 另外, 由于采用半二次规整化及增加辅助变量来求解变分的偏导数, 避免了变量近似, 恢复的图像更为清晰, 以左上角汉字尤为显著。综上所述, Neumann BCs-GSR 模型可以更好地保持边缘细节信息, 抑制振铃效应。尽管该模型中采用了快速算法, 但是由于延拓使  $H$  放大了 2 倍, 模型在处理时间上较长, 表 4 的数据也说明了这一点。因此, 在不要求实时性的情况下, 可以选择该模型去模糊。

表 4 4 种复原算法进行恢复图像的 GMG、Entropy 及时间

Tab. 4 GMGs, Entropys and Consuming time of restored images of four algorithms

	deconvwnr	deconvreg	deconvlucy	Neumann BCs-GSR
GMG	8.15	8.23	11.21	11.83
Entropy	5.16	5.18	5.33	5.35
Time/s	0.021	0.119	0.56	2.253

实验 5: 对比亚像素成像系统与普通成像系统的分辨率。本实验选择大小为  $1k \times 1k$  的鉴别率板图像作为实验对象, 仍采用降采样方法模拟两种成像过程。为了便于观察, 降采样原则改为取大小为  $6 \text{ pixel} \times 6 \text{ pixel}$  区域的灰度平均值模拟 1 个像素灰度值。依前文所述方法, 降采样模拟普通成像系统扫描生成图像  $L^{norm}$  和亚像素成像系统重构图像  $H$  及去模糊得到超分辨率图像  $U$ , 如图 11 所示。将鉴别率板图像中能分辨的最高密度值 (即最小可辨清条纹宽度的倒数) 作为该系统的分辨率<sup>[25]</sup>。故图像处理前后系统分辨率放大的倍数为:

$$\alpha = \frac{N_2}{N_1} = \frac{d_1}{d_2}, \quad (31)$$

其中:  $N_1$  为原系统分辨率;  $N_2$  为经图像处理后的

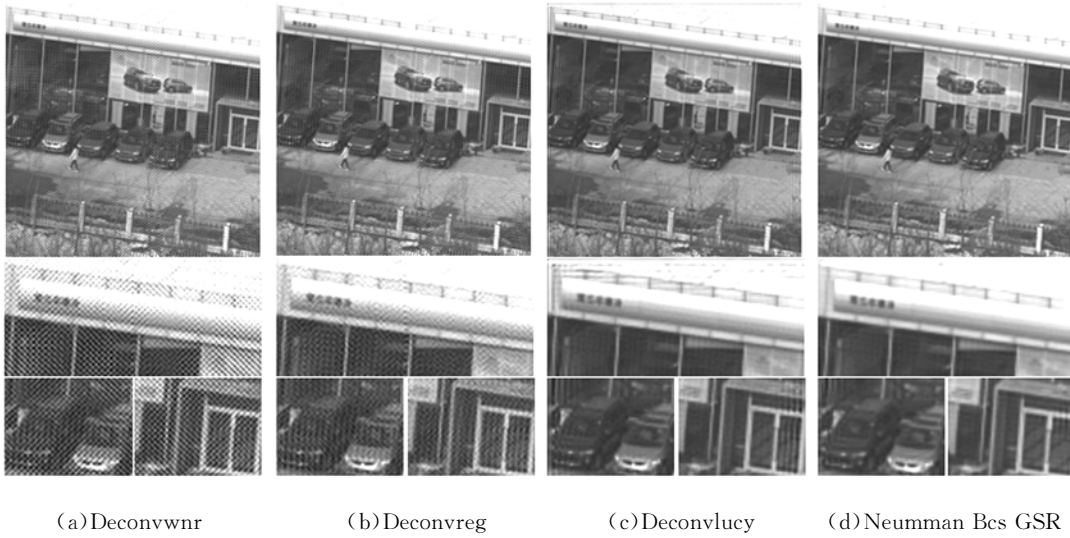


图 10 4 种复原算法去模糊效果

Fig. 10 Restoration results by employing 4 algorithms respectively

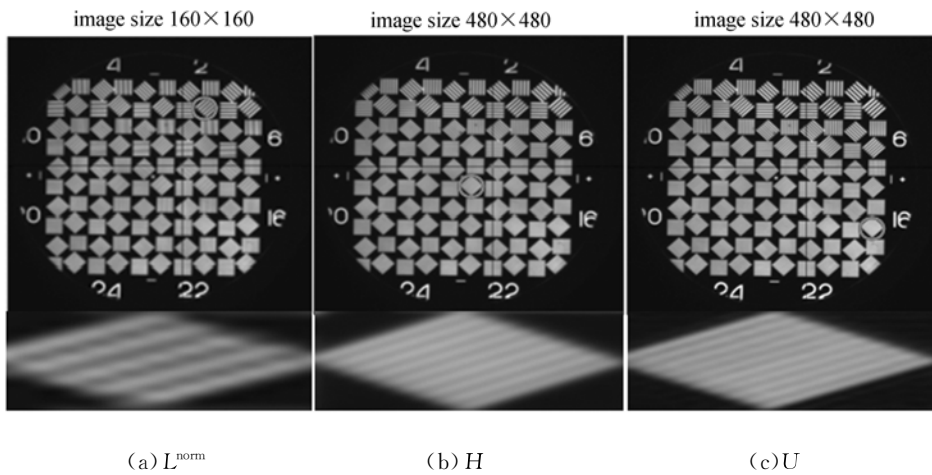


图 11 分辨率仿真对比实验

Fig. 11 Simulation comparison experiment on resolutions

分辨率;  $d_1$  为原图像最小可分辨的条纹宽度;  $d_2$  为图像处理最小可分辨的条纹宽度。

实验数据如表 5 所示, 计算可知,  $H$  的分辨率约为  $L^{\text{norm}}$  的 2.2 倍,  $U$  的分辨率约为  $L^{\text{norm}}$  的 2.6 倍。

表 5 分辨率仿真对比实验结果

Tab. 5 Comparison results of simulation experiment on resolutions

	$L^{\text{norm}}$	Interpolation	$H$ Deblur	$U$
最小可鉴别图案的单元号	2	13	16	
最小可分辨条纹宽度/ $\mu\text{m}$	9.4	4.2	3.6	

## 8 结 论

相较于传统 2 线阵探测器亚像元成像, 3 线阵探测器亚像元成像要求探测器的时间和空间采样频率更高, 其结果将导致探测器采集数据混叠区域更大, 图像模糊更严重, 因此其实际分辨率远低于理论上的 3 倍分辨率。针对这一情况, 本文提出了一种新的包括插值、估核、去模糊的超分辨率重构算法。实验结果表明, 该算法使亚像元成像系统的分辨率为普通成像系统分辨率的 2.6 倍, 与双线性插值法相比, GMG 提高了 7.71, Entropy 提高了 0.43。本文虽然研究了在 HIPER-

MODE 模式下的亚像元成像的超分辨率重构方法,但是,若选择 SUPERMODE 模式,本算法依然适用,此时选择线阵列方向模糊核作为插值重构高分辨率图像的模糊核,其它过程不变。另外,

随着控制精度和加工能力的提高,本文提出的超分辨率重构算法适用于更多线阵探测器亚像元成像的超分辨率重构,可以获取更高的系统空间分辨率。

#### 参考文献:

- [1] 周峰,王世涛,王怀义. 关于亚像元成像技术几个问题的探讨[J]. 航天返回与遥感, 2002, 23(3): 26-33.  
ZHOU F, WANG SH T, WANG H Y. Study of several points about subpixel imaging technology [J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2002, 23(3): 26-33. (in Chinese)
- [2] LATRY C, ROUGE B. Spot5 thr mode [J]. SPIE, 1998, 3439: 480-491.
- [3] SKRBEK W, LORENZ E. HRSR-an infrared sensor for hot-spot-detection [J]. SPIE, 1998, 3437: 167-175.
- [4] SANDAU R, BRAUNECKER B, DRIESCHER H, et al.. Design principles of the LH systems ADS40 airborne digital sensor[C]. *XIXth Congress of the International Society for Photogrammetry and Remote Sensing*, 2000, 256-263.
- [5] LATRY C, ROUGE B. Super resolution: quincunx sampling and fusion processing[C]. *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2003, 315-317.
- [6] 钱霖. 基于两帧图像/亚像元技术的插值方法研究[J]. 激光与红外, 2004, 34(4): 308-311.  
QIAN L. Study on interpolation models for / subpixel technology of composing two images [J]. *LASER & INFRARED*, 2004, 34(4): 308-311. (in Chinese)
- [7] 刘洪臣,杨旭强,冯勇. 亚像元成像系统 B 样条插值方法[J]. 光电工程, 2006, 33(2): 90-93.  
LIU H C, YANG X Q, FENG Y. Interpolation method for sub-pixel dynamic imaging system based on B-spline curve [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(2): 90-93. (in Chinese)
- [8] 刘洪臣,冯勇,杨旭强. 基于双三次 B 样条曲面亚像元图像插值方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(7): 1121-1124.  
LIU H CH, FENG Y, YANG X Q. Interpolation for improving the subpixel spatial resolution based on bicubic B-spline surface [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2007, 39(7): 1121-1124. (in Chinese)
- [9] 徐正平,翟林培,葛文奇,等. 亚像元的探测器几何超分辨方法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(12): 2447-2453.  
XU ZH P, ZHAI L P, GE W Q. geometric super resolution method based on subpixel [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(12): 2447-2453. (in Chinese)
- [10] 刘妍妍,张新,徐正平,等. 利用异形像元探测器提高空间分辨率[J]. 光学精密工程, 2009, 17(10): 2620-2626.  
LIU Y Y, ZHANG X, XU ZH P. Enhancing spatial resolution with detectors of special shaped pixels [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(10): 2620-2626. (in Chinese)
- [11] 张元,钟兴,金光,等. 基于 CCD 阵列错排的图像差分超分辨重建方法[J]. 液晶与显示, 2011, 26(6): 841-846.  
ZHANG Y, ZHONG X, JIN G, et al.. Super resolution reconstruction of image difference based on CCD staggered arrays [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Display*, 2011, 26(6): 841-846. (in Chinese)
- [12] GERALD C. *Electro-Optical Imaging System Performance* [M]. Bellingham Washington: SPIE Press, 2005.
- [13] HE H, KONDI L P. A regularization framework for joint blur estimation and super-resolution of video sequences [C]. *Proc of the IEEE Conference on Image Processing*, 2005, 329-332.
- [14] 张雪松,江静,彭思龙. 仿射运动模型下的图像盲超分辨率重建算法[J]. 模式识别与人工智能, 2012, 25(4): 648-655.  
ZHANG X S, JIANG J, PENG S L. Blind super-resolution reconstruction algorithm under affine motion model [J]. *PR & AI*, 2012, 25(4): 648-655. (in Chinese)
- [15] 周谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.  
ZHOU M Y. *Deconvolution and Signal Recovery* [M]. Beijing: National Defense Industry Press,

2001. (in Chinese)
- [16] GOLDSTEIN T, OSHER S. The split Bregman method for  $L_1$  regularized problems [J]. *SIAM Journal on Imaging Science*, 2009, 2(2): 323-343.
- [17] 唐述, 龚卫国. 高阶混合正则化图像盲复原方法[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(1): 151-157.  
TANG SH, GONG W G. High-order hybrid regularization method for image blind restoration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(1): 151-157.
- [18] 李伟红, 董亚莉, 唐述. 多范数混合约束的正则化图像盲复原[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(5): 1357-1364.  
LI W H, DONG Y L, TANG SH. Regularized blind image restoration based on multi-norm hybrid constraints [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(5): 1357-1364.
- [19] AUBERT G, KORNPROBST P. *Mathematical Problems in Image Processing Partial Differential Equations and the Calculus of Variations* [M]. New York: Springer, 2006.
- [20] WANG Y, YNAG J, YIN W, *et al.*. A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction [J]. *SIAM J. Imag. SCI.*, 2008, 1(3): 248-272.
- [21] 徐美芳, 刘晶红. 基于边缘保持的航拍图像凸集投影超分辨率重建算法[J]. *液晶与显示*, 2010, 25(6): 873-878.
- XU M F, LIU J H. Super-resolution image reconstruction of aerial photography based on projection onto convex sets [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Display*, 2010, 25(6): 873-878. (in Chinese)
- [22] 邓建青, 刘晶红, 刘铁军. 基于 DSP 系统的超分辨率图像重建技术研究[J]. *液晶与显示*, 2012, 27(1): 114-120.  
DENG J Q, LIU J H, LIU T J. Super-resolution image reconstruction technology based on DSP system [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Display*, 2012, 27(1): 114-120. (in Chinese)
- [23] 周笋鱼, 张葆, 杨扬. 自适应阈值的超变分正则化图像盲复原[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(12): 2759-2767.  
ZHOU L Y, ZHANG B, YANG Y. Image blind deblurring based on super total variation regularization with self adaptive threthod [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(12): 2620-2626. (in Chinese)
- [24] RAFAEL C G, RICHARD E W. *Digital Image Processing* [M]. Third Edition, Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.
- [25] 张以谟. *应用光学* [M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.  
ZHANG Y M. *Applied Optics* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨文波(1980—),男,吉林市人,博士研究生,2010年于长春理工大学获得硕士学位,主要从事图像复原算法、图像超分辨率重构方面的研究。E-mail: ywbcust@sina.com



朱明(1964—),男,江西南昌人,工学硕士,研究员,博士生导师,主要研究方向为:数字图像处理、光电成像技术、电视跟踪和自动目标识别技术。E-mail: zhumingca@163.com