

文章编号 1004-924X(2014)02-0289-07

光学表面冗余粒子在离轴及斜入射 高斯波束作用下的辐射力

巩 蕾^{1*}, 吴振森², 李正军²

(1. 西安工业大学 光电工程学院, 陕西 西安 710032;

2. 西安电子科技大学 理学院, 陕西 西安 710071)

摘要:针对光学表面冗余粒子的清除问题,通过离轴高斯波束的球矢量波束展开方法,研究了介质球对离轴及斜入射高斯波束的散射特性;基于得到的结果结合连带勒让德函数的正交递推关系推导了离轴高斯波束对介质球的横向和轴向辐射力的解析表达式,并重点分析了离轴距离和高斯波束斜入射角度分别对轴向辐射力和横向辐射力的影响。结果表明,离轴入射时,在束腰负半轴 $2\ \mu\text{m}$ 处出现一个总力极大值,过束腰零点后 $5\ \mu\text{m}$ 处出现一个反向次大值点;高斯波束斜入射时,辐射力在束腰中心前后各出现一个极大值,随着入射角的增大,曲线整体下移减小,辐射力极大值所对应的 Z_0 位置固定。得到的结论可用于无损检测工程中,即通过调节高斯波束束腰位置可提高对冗余粒子驱逐和控制的效率。

关键词:光学表面;冗余粒子;光散射;辐射力;高斯波束

中图分类号:O436.2;TN249 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142202.0289

Radiation forces exerted on redundant particles on optical surface by oblique incident and off-axis Gaussian laser beams

GONG Lei^{1*}, WU Zhen-sen², LI Zheng-jun²

(1. School of Photoelectric Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China;

2. School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

* Corresponding author, E-mail: zzgonglei@126.com

Abstract: On the basis of spherical vector wave functions and their coordinate rotation theory, the scattering properties of dielectric particles by oblique incident and off-axis Gaussian laser beams were discussed to clean the redundant particles on the optical surface. By utilizing the results of electromagnetic scattering of the sphere, the analytical expressions of the radiation forces exerted on a sphere was derived by an incident Gaussian beam with arbitrary directions of propagation and polarization. The influence of the off-axial position x_0 and incident angle of Gaussian beam on the axial and traverse radiation forces were discussed in detail. The results show that the maximum radiation force appears on the $-2\ \mu\text{m}$ and the second maximum radiation force appears on the $5\ \mu\text{m}$ by an off-axis Gaussian beam. The maximum radiation force appears two round the girdling center position. The larger the in-

收稿日期:2013-06-13; **修订日期:**2013-07-19.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61308071, No. 61172031, No. 61308025);陕西省自然科学基金资助项目(No. 2013JQ8018);陕西省教育厅自然科学基金专项资金资助项目(No. 2013JK0633);陕西省光电测试与仪器技术重点实验室开放基金资助项目

cident angle, the smaller the radiation force. The position of maximum radiation force is fixed to the on-axis position Z_0 . According to the conclusions above, it suggests that adjusting the position of Gaussian beam waist can clear and control the redundant particles more efficiently in the nondestructive examination project.

Key words: optical surface; redundant particle; light scattering; radiation force; Gaussian beam

1 引言

冗余粒子是影响光学表面性能的主要因素,因此如何有效地清除微米乃至纳米级的冗余粒子成为极具挑战性的问题^[1-2]。光镊技术具有非机械接触操纵及无损伤等优点,因此利用该技术在激光波束作用下结合粒子的场分布分析冗余粒子所受的辐射力具有重要意义。

自 1970 年 Ashkin 第一次提出将辐射力应用到小粒子的光学加速计俘获后,许多学者针对尺寸参数不同的粒子,用不同方法研究了作用在球形粒子上的辐射力^[3-4]。对于尺寸参数远小于入射波长的粒子($d \ll \lambda$),多使用瑞利偶极子方法来计算粒子上的辐射力;而对于尺寸参数远大于入射波长的粒子($d/\lambda > 10$),则采用射线光学理论来计算作用在粒子上的辐射力^[5-6]。对于尺寸参数和入射波长相当的粒子,由于不能忽略波束与粒子作用中的衍射现象,所以上述方法均不适合计算此时作用在粒子上的辐射力。球矢量波函数展开是一种非常有效的辐射力计算方法。Nahmias^[7]等人通过对比射线光学理论验证了球矢量波函数展开方法适应于计算任意尺寸粒子的辐射力。Xu 等人^[8]计算了作用在一椭球粒子上的辐射力。韩国霞,韩一平等^[9]应用广义 Mie 理论研究了激光波束对含偏心球核球形粒子的辐射力,数值分析了束腰半径、吸收系数、内核的相对大小及位置对俘获情况的影响。

目前,辐射力的研究多集中在生物医学、大气光学、纳米科学等领域,国内外采用激光对基片进行无损检测和清洗的相关研究还较少。鉴于散射场计算是辐射力研究的第一步,笔者的研究团队曾做了大量关于基片、涂覆及冗余粒子的散射场的研究工作^[1,10-12],这些工作为本文的辐射力研究奠定了坚实的基础。同时,本团队还初步探索了激光波束平行于光学表面在轴入射时的辐射力问题^[13]。本文结合基片无损检测工艺的实际情

况,基于离轴高斯波束的球矢量波束展开方法研究了介质球对离轴斜入射高斯波束的散射特性。结合此散射结果和连带勒让德函数的正交递推关系推导了离轴高斯波束对介质球的横向和轴向辐射力的解析表达式,重点分析了离轴距离和高斯波束斜入射角度分别对轴向辐射力和横向辐射力的影响。

2 激光波束作用下粒子受到的辐射力

2.1 冗余粒子对激光波束的散射场分析

如图 1 所示,设高斯波束在折射率为 n_0 的均匀媒质中传播,单色高斯波束沿 z' 方向入射、 x' 方向偏振,束腰半径为 ω_0 ,波束中心的电场幅度取为 1。介质粒子半径为 r 且为波长量级,粒子折射率为 n_{sph} 。

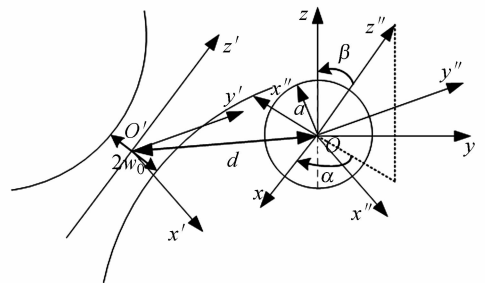


图 1 粒子在任意直角坐标系下的高斯波束作用几何示意图

Fig. 1 Sphere illumination of incident Gaussian beam with arbitrary directions of propagation and polarization

如图所示, $O'x'y'z'$ 为以波束中心 O' 为原点的波束坐标系,波束中心 O' 在直角坐标系 $Oxyz$ 下的坐标为 (x_0, y_0, z_0) 。直角坐标系 $Ox''y''z''$ 是与波束坐标系对应各轴平行的中间坐标系。设高斯波束的传播方向沿 z' 轴与 z 轴成 β 角,在 xOz 面上的投影与 x 轴成 α 角,那么 β 角即可表征高斯波束的入射角,而 α 角可表征高斯波束的方位角。当入射角不为零时,高斯波束场在坐标系

$Oxyz$ 下的展开系数不能像离轴高斯波束的展开系数那样直接求得,因为在斜入射时局域近似条件不再成立。本文将通过球矢量波函数的坐标旋转定理来求解任意传播方向的波束形状因子。

因为直角坐标系 $Ox''y''z''$ 与波束坐标系 $O'x'y'z'$ 相互平行,那么可以将高斯波束场在直角坐标系 $Ox''y''z''$ 下展开为:

$$\mathbf{E}'' = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_{nm} [ig_{n,TE}'' \mathbf{M}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}'', k_0) + g_{n,TM}'' \mathbf{N}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}'', k_0)], \quad (1)$$

$$\mathbf{H}'' = E_0 \frac{k_0}{\omega\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_{nm} [g_{n,TE}'' \mathbf{N}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}'', k_0) - ig_{n,TM}'' \mathbf{M}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}'', k_0)]. \quad (2)$$

式中:

$$C_{nm} = \begin{cases} i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}, m \geq 0 \\ (-1)^{|m|} \frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!} i^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}, m < 0 \end{cases},$$

其中: E_0 是束腰中心电场幅度, $\mathbf{M}_{nm}^{(l)}(\mathbf{r}'', k)$ 和 $\mathbf{N}_{nm}^{(l)}(\mathbf{r}'', k)$ 参见文献[14], $g_{n,TE}''$, $g_{n,TM}''$ 是高斯波束在时间因子 $\exp(-i\omega t)$ 下的波束形状因子。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} g_{n,TM}'' \\ ig_{n,TE}'' \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} (-1)^{m-1} K_{nm} \psi'' e^{ik_0 z_0''} \cdot \\ \begin{bmatrix} e^{i(m-1)\varphi_0''} J_{m-1} \left(2 \frac{\bar{Q}_0'' \rho_0'' \rho_n''}{\omega_0^2} \pm e^{i(m+1)\varphi_0''} J_{m+1} \left(2 \frac{\bar{Q}_0'' \rho_0'' \rho_n''}{\omega_0^2} \right) \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{cases} \psi_0'' = i\bar{Q}_0'' \exp(-i\bar{Q}_0'' \rho_0''^2 / \omega_0^2) \cdot \\ \quad \exp(-i\bar{Q}_0'' (n+0.5)^2 / k_0^2 \omega_0^2) \\ \bar{Q}_0'' = (i - 2z_0'' / (k_0 \omega_0^2))^{-1} \\ \rho_0'' = \sqrt{x_0''^2 + y_0''^2} \\ \rho_n = (n+0.5) / k_0 \\ \varphi_0'' = \arctan(x_0'' / y_0'') \\ k_0 = 2\pi / \lambda \end{cases} \quad (4)$$

根据中间坐标系 $Ox''y''z''$ 和直角坐标系 $Oxyz$ 之间的旋转关系,以及球矢量波函数的坐

标旋转定理,可求得 (x'', y'', z'') 和 (x_0, y_0, z_0) 的关系为:

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

由欧拉角 α 和 β 将 $Oxyz$ 和 $Ox''y''z''$ 联系起来可得^[15]:

$$(\mathbf{M}, \mathbf{N})_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}'', k_0) = \sum_{s=-n}^n \rho(m, s, n) (\mathbf{M}, \mathbf{N})_{si}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0). \quad (6)$$

其中:

$$\rho(m, s, n) = (-1)^{s+m} e^{-i\alpha} \left[\frac{(n+m)!(n-s)!}{(n-m)!(n+s)!} \right]^{1/2} u_{sn}^{(n)}(-\beta), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_{sn}^{(n)}(-\beta) &= \left[\frac{(n+s)!(n-s)!}{(n+m)!(n-m)!} \right]^{1/2} \sum_{\sigma} \begin{bmatrix} n+m \\ n-s-\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n-m \\ \sigma \end{bmatrix} \\ &(-1)^{n-s-\sigma} \left(\cos \frac{\beta}{2} \right)^{2\sigma+s+m} \left(\sin \frac{\beta}{2} \right)^{2n-2\sigma-s-m}. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{E}^i = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [a_{nm}^i \mathbf{M}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0) + b_{nm}^i \mathbf{N}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0)],$$

$$\mathbf{H}^i = E_0 \frac{k_0}{i\omega\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [a_{nm}^i \mathbf{N}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0) + b_{nm}^i \mathbf{M}_{nm}^{(1)}(\mathbf{r}, k_0)]. \quad (9)$$

其中:

$$(a_{nm}^i, b_{nm}^i) = \sum_{s=-n}^n \rho(s, m, n) C_{ns} (ig_{n,TE}''^s, g_{n,TM}''^s). \quad (10)$$

可得散射场的表达式如下:

$$\mathbf{E}^s = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{nm}^s \mathbf{M}_{nm}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{nm}^s \mathbf{N}_{nm}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0)],$$

$$\mathbf{H}^s = E_0 \frac{k_0}{i\omega\mu_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [A_{nm}^s \mathbf{N}_{nm}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0) + B_{nm}^s \mathbf{M}_{nm}^{(3)}(\mathbf{r}, k_0)]. \quad (11)$$

式中: A_{nm}^s 和 B_{nm}^s 分别为^[14]:

$$A_{nm}^s = \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} \left[\sum_{n'=1}^{\infty} 2\pi G_{nm'q} \sum_{q=1}^2 \int_0^{\pi} A_{nmq}^s j_n(k_q a) P_n^m(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k - a_{nm}^i j_n(k_0 a) \right], \quad (12)$$

$$B_{nm}^s = \frac{1}{h_n^{(1)}(k_0 a)} \left[\frac{i\omega\mu_0}{k_0} \sum_{q=1}^2 \sum_{n'=1}^{\infty} 2\pi G_{nm'q} \int_0^{\pi} A_{nmq}^h j_n(k_q a) P_n^m(\cos \theta_k) k_q^2 \sin \theta_k d\theta_k - b_{nm}^i j_n(k_0 a) \right], \quad (13)$$

其中, $G_{mm'q}$, A_{mmq}^e , A_{mmq}^h 参见文献[15]。

2.2 辐射力推导与求解

设周围介质的介电常数和磁导率分别为 ϵ_0 , μ_0 , 折射率为 n_0 。由电磁场动量守恒, 波束对被照射粒子的辐射力等于单位时间内从波束传递给粒子的动量, 数学上表示为:

$$F = \left\langle \oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} d\mathbf{S} \right\rangle, \quad (14)$$

$$\langle \mathbf{T} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\epsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E}^* + \mathbf{H} \mathbf{H}^* - \frac{1}{2} \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 \mathbf{I} - \frac{1}{2} |\mathbf{H}|^2 \mathbf{I} \right], \quad (15)$$

其中: 符号 $\langle \rangle$ 代表时间平均, \mathbf{T} 为麦克斯韦张量, $d\mathbf{S}$ 为包围散射粒子的闭合球面上的面元, \mathbf{n} 为外向单位矢量, F 为时间平均受力值。值得注意的是, 式(15)中的电场 \mathbf{E} 和磁场 \mathbf{H} 均是指粒子外部的总场, 包括入射场和散射场, 即 $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s$ 、 $\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s$ 。

在本文研究的激光波束与粒子相互作用的系统中, 没有自由电荷、电流的存在, 这时洛伦兹力为零。即有:

$$\oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} d\mathbf{S} = - \frac{d}{dt} \int_V \mathbf{g} dV. \quad (16)$$

式(16)左边为电磁场对系统内粒子的作用力, 右边是系统内电磁场动量随时间变化的负值。

在光镊系统中会聚到微米量级的激光波束携带着很高的能量和动量。物镜会聚后的高斯波束照射到粒子上发生散射, 散射前后光束的动量将发生变化, 也就是出自波束场中的粒子将得到部分动量, 并在一段时间内表现为粒子受到的辐射力。

$$\mathbf{F} = - \frac{d\mathbf{G}}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_V \mathbf{g} dV = - \frac{n_0}{2c} \text{Re} \left[\oint (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) d\mathbf{S} \right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_x + iF_y = & \frac{n_0 P}{\pi c k_0^2 \omega_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[\sqrt{(n-m)(n+m+1)} N_{nm}^{-1} N_{m+1n}^{-1} (i g_{n,TE}^m a_{m+1n} + i g_{n,TM}^m b_{m+1n}^* - i a_{nm} g_{n,TE}^{m+1} - \right. \\ & i b_{nm} g_{n,TM}^{m+1} - 2i b_{nm} a_{m+1n} + 2i a_{nm} b_{m+1n}^s - i \sqrt{\frac{(n-m-1)(n-m)}{(2n-1)(2n+1)}} (n-1)(n+1) N_{nm}^{-1} N_{m+1n-1}^{-1} (- \\ & g_{n,TE}^m b_{m+1n-1} + g_{n,TM}^m a_{m+1n-1} - b_{nm} g_{n-1,TE}^{m+1} + a_{nm} g_{n-1,TM}^{m+1} - 2b_{nm} b_{m+1n-1} + 2a_{nm} a_{m+1n-1} - \\ & \left. i \sqrt{\frac{(n+m+1)(n+m+2)}{(2n+1)(2n+3)}} n(n+2) N_{nm}^{-1} N_{m+1n+1}^{-1} (-g_{n,TE}^m b_{m+1n+1} + g_{n,TM}^m a_{m+1n+1} - b_{nm} g_{n-1,TE}^{m+1} \right. \\ & \left. + a_{nm} g_{n+1,TM}^{m+1} + 2b_{nm} b_{m+1n+1} + 2a_{nm} a_{m+1n+1}) \right], \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_z = & \frac{2n_0 P}{\pi c k_0^2 \omega_0^2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[\text{in}(n+2) \cdot \sqrt{\frac{(n-m+1)(n+m+1)}{(2n+1)(2n+3)}} N_{nm}^{-1} N_{m+1}^{-1} (-g_{n+1,TE}^m b_{nm} + b_{m+1} g_{n,TE}^m + \right. \\ & \left. g_{n+1,TM}^m a_{nm} + a_{m+1} g_{n,TM}^m - 2b_{m+1} b_{nm} + 2a_{m+1} a_{nm}) - m N_{nm}^{-2} (i g_{n,TE}^m a_{nm} + i g_{n,TM}^m b_{nm} + 2i b_{nm} a_{nm}) \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

其中: 负号表示粒子的动量变化与波束的动量变化相反, c 为光在真空中的速度, n_0 为粒子所在媒质的折射率, \mathbf{g} 为电磁场的动量密度, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s$, F 为时间平均值。

由笛卡尔坐标系和球坐标系的关系:

$x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$, $z = r \cos \theta$, 辐射力的 3 个分量可写为:

$$\begin{aligned} F_x = & - \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{x} d\mathbf{S} = \\ & \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_\phi^i H_\theta^{s*} - E_\theta^i H_\phi^{s*} + E_\phi^s H_\theta^{i*} - E_\theta^s H_\phi^{i*} + \\ & E_\phi^s H_\theta^{s*} - E_\theta^s H_\phi^{s*}) r^2 \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi, \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y = & - \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{y} d\mathbf{S} = \\ & \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_\phi^i H_\theta^{s*} - E_\theta^i H_\phi^{s*} + E_\phi^s H_\theta^{i*} - E_\theta^s H_\phi^{i*} + \\ & E_\phi^s H_\theta^{s*} - E_\theta^s H_\phi^{s*}) r^2 \sin^2 \theta \sin \phi d\theta d\phi, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_z = & - \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \hat{z} d\mathbf{S} = \\ & \frac{n_0}{2c} \text{Re} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (E_\phi^i H_\theta^{s*} - E_\theta^i H_\phi^{s*} + E_\phi^s H_\theta^{i*} - E_\theta^s H_\phi^{i*} + \\ & E_\phi^s H_\theta^{s*} - E_\theta^s H_\phi^{s*} + E_\phi^i H_\theta^{i*} - E_\theta^i H_\phi^{i*}) r^2 \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi. \quad (20) \end{aligned}$$

则横向辐射力为:

$$\begin{aligned} F_x + iF_y = & \frac{n_0}{4c} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [(E_\phi^i H_\theta^{s*} - E_\theta^i H_\phi^{s*} + E_\phi^s H_\theta^{i*} - \\ & E_\theta^s H_\phi^{i*} + E_\phi^s H_\theta^{s*} - E_\theta^s H_\phi^{s*}) + (E_\phi^i H_\theta^{s*} - \\ & E_\theta^i H_\phi^{s*} + E_\phi^s H_\theta^{i*} - E_\theta^s H_\phi^{i*} + E_\phi^s H_\theta^{s*} - \\ & E_\theta^s H_\phi^{s*})^*] r^2 \sin^2 \theta e^{i\phi} d\theta d\phi, \quad (21) \end{aligned}$$

其中: F_z 为轴向辐射力。利用连带勒让得函数及三角函数的正交关系及 $\frac{n_0}{2c} \frac{E_0^2}{k^2} \frac{k}{\omega \mu} = \frac{2n_0 P}{\pi c k^2 \omega_0^2}$ 可求得横向和轴向的辐射力, 分别为:

3 数值计算和结果分析

首先验证本程序的的有效性。图2给出了本文退化为在轴并且高斯波束水平入射时的结果与实验结果比较图。图中黑点处为文献[16]的实验结果,即 Bakker Schut 等人在计算光势阱稳定性时的实验数据,计算参数如图所示。由图可知,轴向辐射力随粒子在轴位置的变化趋势均相同,并且力极值所对应的粒子在轴上的位置及大小均接近,说明了本文方法的可靠性。

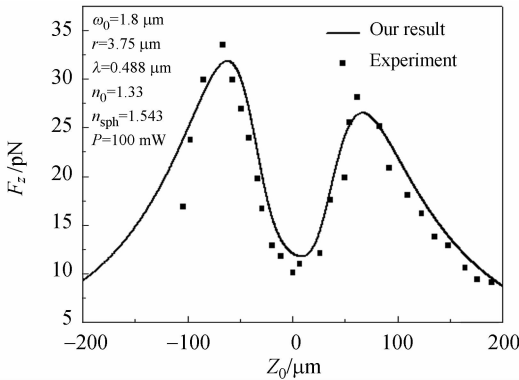


图2 本文结果与文献[16]实验结果比较图

Fig. 2 Comparison between simulation results from proposed program and experiment results from reference [16]

3.1 波束离轴入射辐射力分析

图3、图4分别给出了高斯波束的束腰中心 x_0 不同时,轴向辐射力 F_z 和横向辐射力 F_x 随粒子在轴位置 Z_0 的变化。图3所示计算参数的数值中, $y_0 = z_0 = 0, \alpha = 0^\circ$,可以看出,随束腰中心 x_0 坐标值的减小,即光轴逐渐靠近粒子的主轴,轴向辐射力 F_z 的峰值逐渐减小,并且在束腰中心后方也渐现一个峰值,接近同轴入射时的变化趋势^[13]。在工程上可以采用加大离轴距离的方法增大辐射力的峰值,从而提高清洗冗余粒子的效率。由图4可以看出,随束腰中心 x_0 坐标值的减小,即光轴逐渐靠近粒子的主轴,横向辐射力 F_x 的正负峰值均逐渐减小,正峰值的变化幅值较负峰值更大,出现峰值所对应的 Z_0 的位置固定不变。因此,对冗余粒子的横向力控制范围不受束腰中心变化的影响。纵观两图可知,在束腰负半轴 $2 \mu\text{m}$ 处,出现一个总力极大值。过束腰零点后 $5 \mu\text{m}$ 处出现一个反向次大值点。在无损检测

工程中,可以靠调节高斯波束的束腰位置来提高冗余粒子的驱逐和控制效率。

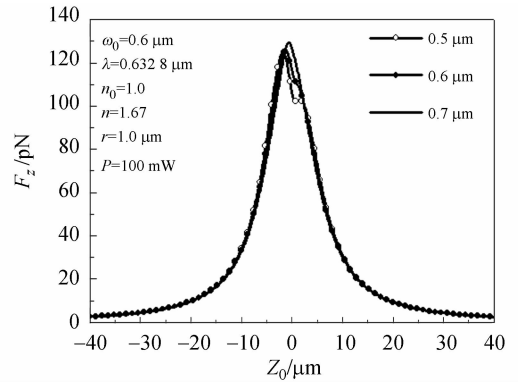


图3 束腰中心不同时,轴向辐射力 F_z 随粒子在轴位置 Z_0 的变化

Fig. 3 Variation of axial radiation force F_z with particle axial position Z_0 at different off-axis positions

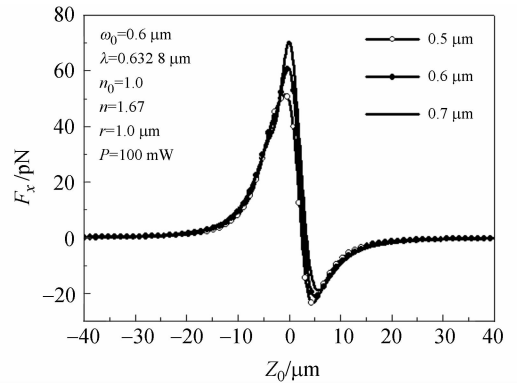


图4 束腰中心不同时,横向辐射力 F_x 随粒子在轴位置 Z_0 的变化

Fig. 4 Variation of transverse force F_x with particle axial position Z_0 at different off-axis positions

3.2 波束斜入射辐射力分析

本节计算了波束斜入射时辐射力随冗余粒子位置的变化关系。图5和图6分别为波束在不同入射角时,轴向/横向辐射力 F_z/F_x 与子离轴位置 X_0 之间的关系,图中 β 为两个坐标系 z 轴的夹角。由图5可知,轴向辐射力在束腰中心 X_0 负方向出现一个轴向辐射力极大值,这个极大值随着入射角的增大而减小;与这个极大值对称的束腰中心 X_0 正方向也对应有一个起伏值,这个值随着入射角的增大迅速减小,甚至出现反方向的过零力。由此说明,在大入射角下,粒子在 X_0 方向受到一定的控制;在入射角较小时,粒子在 X_0 方向仅受到驱逐作用,即受力数值仅为正值。

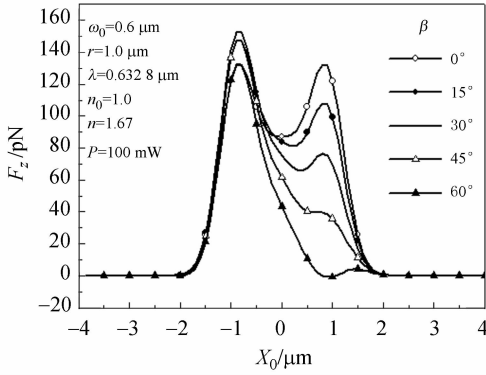


图 5 入射角不同时,轴向辐射力 F_z 随粒子离轴位置 X_0 的变化

Fig. 5 Variation of axial radiation force F_z with particle off-axis position X_0 at different incident angles

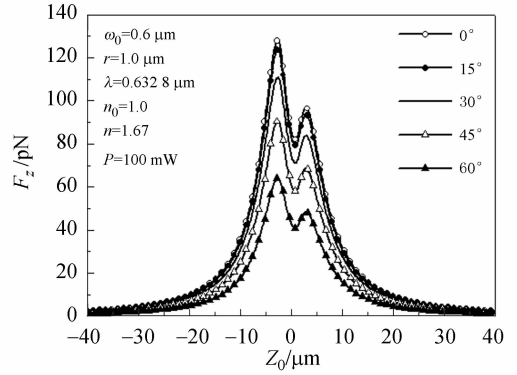


图 7 入射角不同时,轴向辐射力 F_z 随粒子在轴位置 Z_0 的变化

Fig. 7 Variation of axial radiation force F_z with particle on-axis position Z_0 at different incident angles

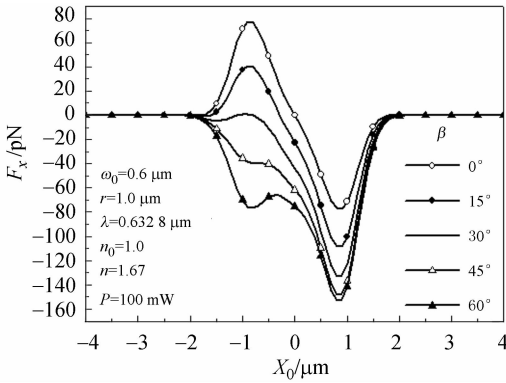


图 6 入射角不同时,横向辐射力 F_x 随粒子离轴位置 X_0 的变化

Fig. 6 Variation of transverse force F_x with particle off-axis position X_0 at different incident angles

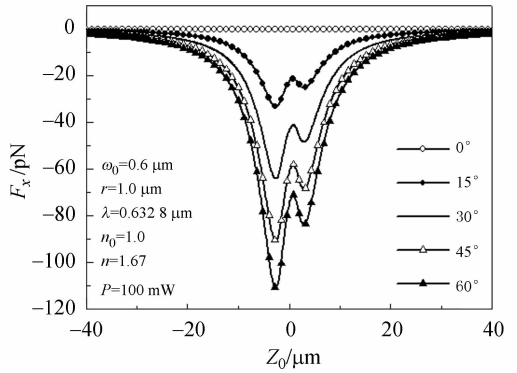


图 8 入射角不同时,横向辐射力 F_x 随粒子在轴位置 Z_0 的变化

Fig. 8 Variation of transverse force F_x with particle on-axis position Z_0 at different incident angles

由图 6 可知,当入射角较小时,横向辐射力 F_x 在束腰中心 X_0 负方向出现一个极大值,这个极大值随着 z 轴夹角的增大而逐渐减小;当角度大于 30° 时,值变为负即变为反方向,对应的值继续减小(此时已经不是极大值)。在束腰中心 X_0 正方向,出现一个负的极值,此值随着入射角的增大而减小。综上两图可知,极值所对应的 X_0 位置均不随着入射角的变化而改变。

图 7 和图 8 给出了波束在不同入射角时,轴向/横向辐射力 F_z/F_x 与粒子在轴位置 Z_0 之间的关系,参数如图所示。由图 7 可知,辐射力在束腰中心前后各出现一个极大值,随着入射角的增大,曲线整体下移。极大值所对应的 Z_0 位置没有改变。

由图 8 可知,辐射力在束腰中心前后各出现一个极小值,随着入射角的增大,曲线整体下移。极

大值所对应的 Z_0 位置没有改变。当入射角为 0° 时, F_x 为零,即为前面讨论的在轴情况,此时粒子只受到轴向散射力,而不受梯度力。在基片无损检测工业中,清洗杂质粒子时只有水平驱逐冗余粒子的散射力,而没有迫使粒子弹离基片的梯度力。

4 结论

本文基于离轴高斯波束的球矢量波束展开方法,研究了介质球对离轴高斯波束的散射特性;并结合散射结果与连带勒让德函数的正交推关系推导了离轴高斯波束对介质球的横向和轴向辐射力的解析表达式。首先将数值计算与参考文献中的实验数据做对比,验证了程序的有效性;重点分析了离轴距离和入射角度对轴向辐射力和横向辐射力的影响。分析结果显示:离轴入射时,在束腰负

半轴 $2\ \mu\text{m}$ 处,出现一个总力极大值,过束腰零点后 $5\ \mu\text{m}$ 处,出现一个反向次大值点。在高斯波束斜入射时,辐射力在束腰中心前后各出现一个极大值,并且随着入射角的增大,曲线整体下移。

参考文献:

- [1] 巩蕾,吴振森. 基片与不同方位多形态缺陷粒子的复合光散射特性分析[J]. 光学学报,2012,19(2):0629003-1-6.
GONG L, WU ZH S. Analysis of composite light scattering properties between wafers and many shapes of particles with different positions[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012,19(2):0629003-1-6. (in Chinese)
- [2] 孙可,江厚满,程湘爱. 强光辐照下主镜表面散射引起的视场内杂光分布[J]. 光学精密工程,2011,32(6):493-499.
SUN K, JIANG H M, CHENG X A. Distribution of in-field stray light due to surface scattering from primary mirror illuminated by intense light [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011,32(6):493-499. (in Chinese)
- [3] ASHKIN A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, 24:156-159.
- [4] ASHKIN A, DZIEDZIC J M. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria[J]. *Science*, 1987,235:1517-1520.
- [5] NEMOTO S, TOGO H. Axial force acting on a dielectric sphere in a focused laser beam[J]. *Appl. Opt.*, 1998,37(9):6386-6394.
- [6] GAUTHIER R C. Laser-trapping properties of dual-component spheres[J]. *Appl. Opt.*, 2002, 41:7135-7144.
- [7] NAHMIAS Y K, GAO B Z, ODDE D J. Dimensionless parameters for the design of optical traps and laser guidance systems [J]. *Appl. Opt.*, 2004,43(20):3999-4006.
- [8] XU F, REN K F. Theoretical prediction of radiation pressure force exerted on a spheroid by an arbitrarily shaped beam[J]. *Phys. Rev. E*, 2007,75:026613.
- [9] 韩国霞,韩一平. 激光对含偏心核球形粒子的辐射俘获力[J]. 物理学报,2009,58(9):6167-6172.
HAN G X, HAN Y P. Radiation force of a sphere

with an eccentric inclusion illuminated by a laser beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(9):6167-6172. (in Chinese)

但辐射力极大值所对应的 Z_0 位置没有改变。
在无损检测工程中,参照本文的相关结论,可以通过调节高斯波束的束腰位置来提高对冗余粒子驱逐和控制的效率。

- [10] 巩蕾,吴振森. 基片表面微球体纳米级缺陷的光散射分析[J]. 中国激光,2011,38(1):237-241.
GONG L, WU ZH S. Analysis of light scattering about slightly non-spherical nanoparticles on wafers[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011,38(1):237-241. (in Chinese)
- [11] 巩蕾,吴振森. 粗糙基底上涂层的极化双向反射分布函数[J]. 红外与激光工程,2012,41(1):200-204.
GONG L, WU ZH S. Polarized bidirectional reflectance distribution function for film upon rough substrate[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012,41(1):200-204. (in Chinese)
- [12] LI Z J, WU ZH S, LI H, *et al.*. Arbitrary direction incident Gaussian beam scattering by multispheres [J]. *Chin. Phys. B*, 2011, 20:081101-1-11.
- [13] 巩蕾,吴振森,李正军,等. 基片表面缺陷粒子在激光波束作用下的辐射力分析[J]. 中国激光,2013,40(2):0203009-1-6.
GONG L, WU ZH S, LI ZH J, *et al.*. Analysis of radiation forces exerted on defect particle on the wafer by a laser beam[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013,40(2):0203009-1-6. (in Chinese)
- [14] WU ZH S, YUAN Q K, PENG Y, *et al.*. Internal and external electromagnetic fields for on-axis Gaussian beam scattering from a uniaxial anisotropic sphere [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, 26(8):1779-1788.
- [15] YUAN Q K, WU ZH S, LI ZH J. Electromagnetic scattering for a uniaxial anisotropic sphere in an off-axis obliquely incident Gaussian beam[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2010,27(6):1457-1465.
- [16] SCHUT T C B, HESSELINK G, DEGROOTH B G, *et al.*. Experimental and theoretical investigations on the validity of the geometrical optics model for calculating the stability of optical traps [J]. *Cytometry*, 1991,12(6):479-485.

作者简介:



巩 蕾(1981—),女,山东枣庄人,博士,讲师,2011年于西安电子科技大学获得博士学位,主要从事目标复合偏振光散射及辐射力等方面的研究。E-mail: zzgonglei@126.com